

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА



Институт радиоэлектроники и информационных технологий

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2

«Исследование свойств типового звена W6»

по дисциплине

«Основы теории управления»

РУКОВОДИТЕЛЬ:

(подпись)

Никулин.Е.А.
(фамилия, и.,о.)

СТУДЕНТ:

(подпись)

Сухоруков В.А.
(фамилия, и.,о.)

(подпись)

Мосташов В.С.
(фамилия, и.,о.)

19-ВМ
(шифр группы)

Работа защищена «__» _____

С оценкой _____

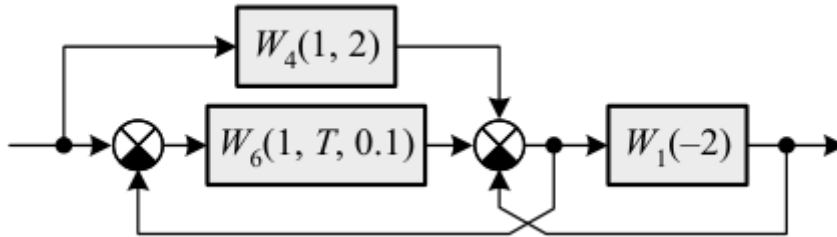
Нижний Новгород 2022

Цель работы

Исследовать все свойства типового звена W_6 , вывести и построить графики частотных и временных характеристик. Синтезировать схему на операционном усилителе.

Исходные данные

Вариант 6:



$$W_6(K, T, \xi) = \frac{K}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2}$$

$$W_6(1, T, 0.1) = \frac{1}{1 + 0.2Ts + T^2 s^2}$$

$$T = 1; \quad W_6(1, 1, 0.1) = \frac{1}{1 + 0.2s + s^2}$$

Ход работы

1 Вывод функционального уравнения

$$Y(s) = X(s) * W(s) = X(s) * \frac{B(s)}{A(s)} = X(s) * \frac{1}{1 + 0.2s + s^2}$$

$$Y(s) + 0.2s * Y(s) + s^2 * Y(s) = X(s)$$

Заменяем s на $\frac{d}{dt}$.

$y(t) + 0.2 * y(t)' + y(t)'' = x(t)$ – Дифференциальное уравнение второго порядка.

2 Вывод частотных характеристик

❖ **Комплексная частотная характеристика:**

$$\begin{aligned} C(\omega) = W(i\omega) &= \frac{K}{1 + 2\xi Ti\omega + T^2(i\omega)^2} = \frac{K}{1 + 2\xi Ti\omega - T^2\omega^2} = \\ &= \frac{K(1 - T^2\omega^2 - 2\xi Ti\omega)}{(1 - T^2\omega^2 + 2\xi Ti\omega) * (1 - T^2\omega^2 - 2\xi Ti\omega)} = \frac{K(1 - T^2\omega^2 - 2\xi Ti\omega)}{(1 - T^2\omega^2)^2 - (2\xi Ti\omega)^2} = \\ &= \frac{K(1 - T^2\omega^2 - 2\xi Ti\omega)}{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2 T^2\omega^2} = \frac{K(1 - T^2\omega^2 - 2\xi Ti\omega)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} = \end{aligned}$$

$$= \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} - \frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} * i$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$C(\omega) = \frac{1 - T^2\omega^2}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 0.04) + 1} - \frac{0.2T\omega}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 0.04) + 1} * i =$$

$$= \frac{1 - T^2\omega^2}{1 - 1.96 * T^2\omega^2 + T^4\omega^4} - \frac{0.2T\omega}{1 - 1.96 * T^2\omega^2 + T^4\omega^4} * i$$

❖ **Вещественная частотная характеристика:**

$$P(\omega) = Re(C(\omega)) = Re\left(\frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} - \frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} * i\right) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1}$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$P(\omega) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} = \frac{1 - T^2\omega^2}{1 - 1.96 * T^2\omega^2 + T^4\omega^4}$$

Рассмотрим три разных значения параметра Т:

- T1 = 1
- T2 = 0.1
- T3 = -1

$$P1(\omega) = \frac{1 - T1^2\omega^2}{1 - 1.96 * T1^2\omega^2 + T1^4\omega^4} = \frac{1 - \omega^2}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

$$P2(\omega) = \frac{1 - T2^2\omega^2}{1 - 1.96 * T2^2\omega^2 + T2^4\omega^4} = \frac{1 - 0.01\omega^2}{1 - 1.96 * 0.01\omega^2 + 0.0001\omega^4} =$$

$$= \frac{1 - 0.01\omega^2}{1 - 0.0196\omega^2 + 0.0001\omega^4}$$

$$P3(\omega) = \frac{1 - T3^2\omega^2}{1 - 1.96 * T3^2\omega^2 + T3^4\omega^4} = \frac{1 - \omega^2}{1 - 1.96\omega^2 + \omega^4}$$

$$\omega: = 0, 0.01 \dots 100$$

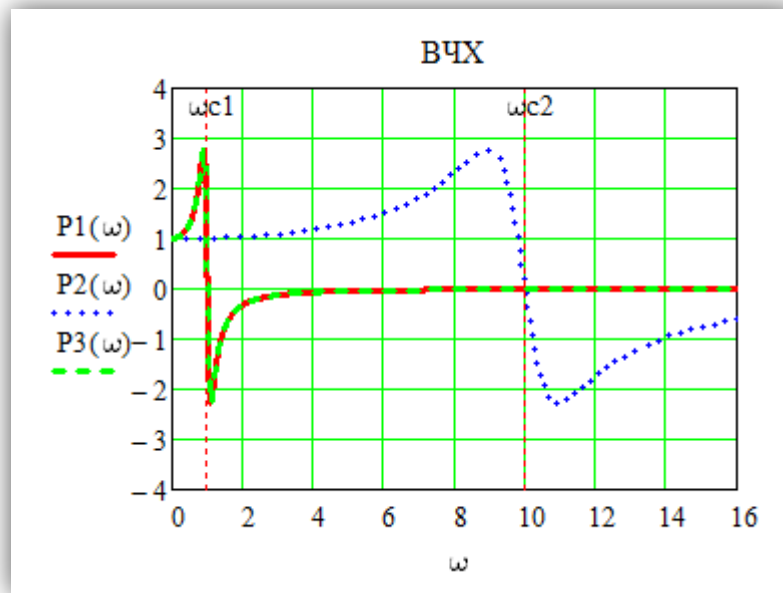


Рис 1.

$$\omega_{c1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1} = 1 \quad \omega_{c2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0.1} = 10$$

При уменьшении модуля параметра T график вытягивается вдоль оси абсцисс. Изменение знака параметра T на график не влияет.

❖ **Мнимая частотная характеристика:**

$$Q(\omega) = \text{Im}(C(\omega)) = \text{Im}\left(\frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} - \frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} * i\right) = -\frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1}$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$Q(\omega) = -\frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} = -\frac{0.2T\omega}{1 - 1.96 * T^2\omega^2 + T^4\omega^4}$$

$$Q1(\omega) = -\frac{0.2T1\omega}{1 - 1.96 * T1^2\omega^2 + T1^4\omega^4} = -\frac{0.2\omega}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

$$Q2(\omega) = -\frac{0.2T2\omega}{1 - 1.96 * T2^2\omega^2 + T2^4\omega^4} = -\frac{0.02\omega}{1 - 0.0196\omega^2 + 0.0001\omega^4}$$

$$Q3(\omega) = -\frac{0.2T3\omega}{1 - 1.96 * T3^2\omega^2 + T3^4\omega^4} = \frac{0.2\omega}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

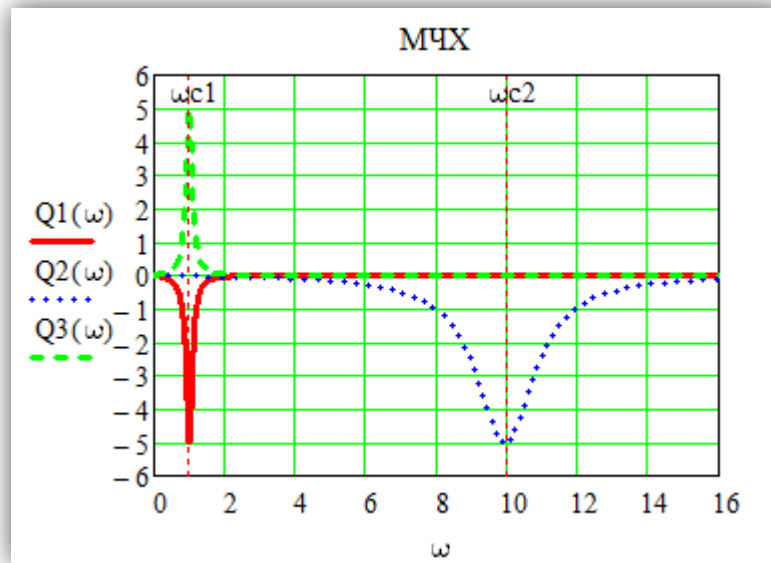


Рис 2.

При уменьшении модуля параметра T график вытягивается вдоль оси абсцисс. При изменении знака параметра T график отражается относительно оси абсцисс.

❖ **Амплитудная частотная характеристика:**

$$\begin{aligned}
 A(\omega) &= |C(\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \\
 &= \sqrt{\left(\frac{K(1 - T^2\omega^2)}{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2} \right)^2 + \left(\frac{2\xi T\omega K}{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2} \right)^2} = \\
 &= \sqrt{\frac{K^2(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\xi T\omega K)^2}{(1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2)^2}} = \sqrt{\frac{K^2(1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4) + 4\xi^2T^2\omega^2 K^2}{(1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2)^2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{K^2(1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2)}{(1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2)^2}} = \sqrt{\frac{K^2}{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2}} = \\
 &= \frac{|K|}{\sqrt{1 - 2T^2\omega^2 + T^4\omega^4 + 4\xi^2T^2\omega^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{T^2\omega^2(4\xi^2 + T^2\omega^2 - 2) + 1}}
 \end{aligned}$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2(0.04 + T^2\omega^2 - 2) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2(-1.96 + T^2\omega^2) + 1}}$$

$$A1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T1^2\omega^2(-1.96 + T1^2\omega^2) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2(-1.96 + \omega^2) + 1}}$$

$$A2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T2^2\omega^2(-1.96 + T2^2\omega^2) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{0.01\omega^2(-1.96 + 0.01\omega^2) + 1}}$$

$$A3(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T3^2\omega^2(-1.96 + T3^2\omega^2) + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2(-1.96 + \omega^2) + 1}}$$

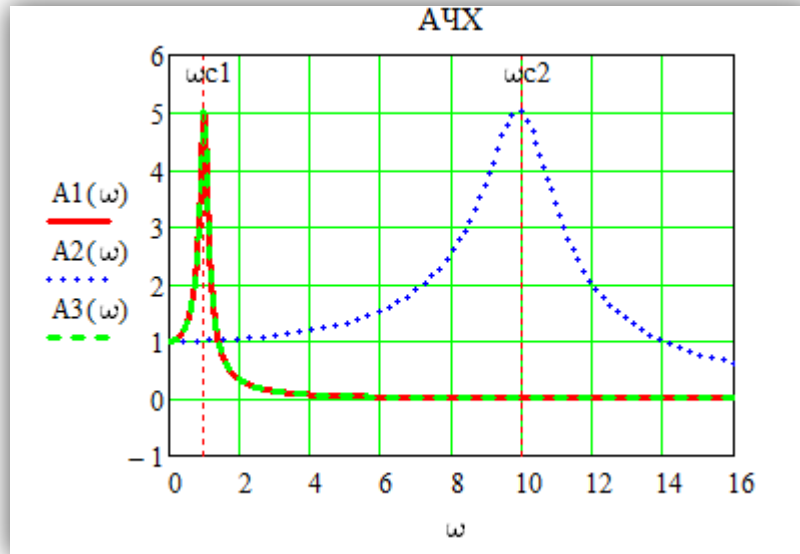


Рис 3.

При уменьшении модуля параметра Т график вытягивается вдоль оси абсцисс. Изменение знака параметра Т на график не влияет.

❖ Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика:

$$L(\omega) = 20 \log(A(\omega)) = 20 \log\left(\frac{|K|}{\sqrt{T^2\omega^2(4\xi^2 + T^2\omega^2 - 2) + 1}}\right) =$$

$$= 20 \log(|K|) - 10 \log(T^2\omega^2(4\xi^2 + T^2\omega^2 - 2) + 1)$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$L(\omega) = 20 \log(|1|) - 10 \log(T^2\omega^2(0.04 + T^2\omega^2 - 2) + 1) =$$

$$= -10 \log(T^2\omega^2(-1.96 + T^2\omega^2) + 1)$$

$$L1(\omega) = -10 \log(T1^2\omega^2(-1.96 + T1^2\omega^2) + 1) = -10 \log(\omega^2(-1.96 + \omega^2) + 1)$$

$$L2(\omega) = -10 \log(T2^2\omega^2(-1.96 + T2^2\omega^2) + 1) = -10 \log(0.01\omega^2(-1.96 + 0.01\omega^2) + 1)$$

$$L3(\omega) = -10 \log(T3^2\omega^2(-1.96 + T3^2\omega^2) + 1) = -10 \log(\omega^2(-1.96 + \omega^2) + 1)$$

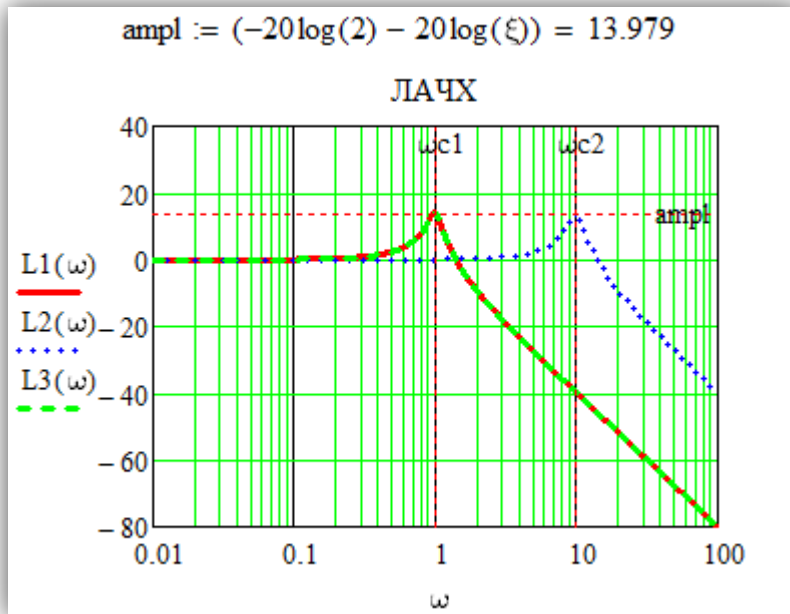


Рис 4.

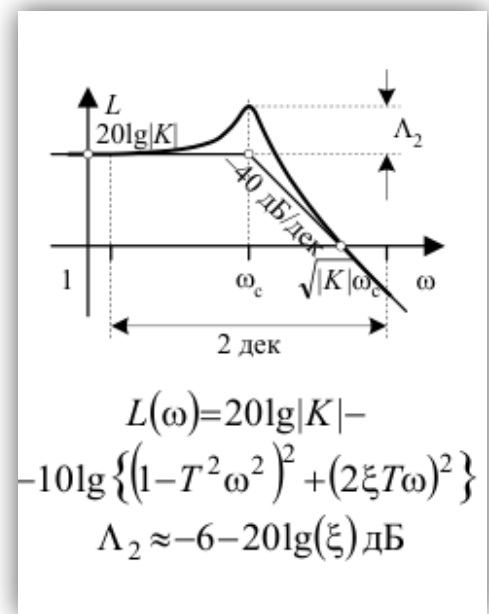


Рис 5.

При уменьшении модуля параметра T график сдвигается вправо относительно оси абсцисс. Изменение знака параметра T на график не влияет.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 5).

$$1. 20 \lg(|K|) = 20 \lg(1) = 0$$

$$2. \text{Изменение амплитуды при } \omega_c = \frac{1}{T} \text{ равно } -6 - 20 \lg(\xi)$$

$$3. \text{При изменении частоты от } \omega_1 = \frac{\omega_c}{10} \text{ до } \omega_2 = \omega_c * 10 \text{ амплитуда колебания уменьшается на } 20 \text{ дБ.}$$

График построен верно.

❖ Логарифмическая фазо-частотная характеристика:

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) &= \arctg(C(\omega)) = \arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) = \\ &= \begin{cases} \arctg\left(-\frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} : \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1}\right) & \text{при } K > 0 \\ \arctg\left(-\frac{2\xi T\omega K}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1} : \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{T^2\omega^2(T^2\omega^2 - 2 + 4\xi^2) + 1}\right) \pm 180^\circ & \text{при } K < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} \arctg\left(-\frac{2\xi T\omega K}{K(1 - T^2\omega^2)}\right) & \text{при } K > 0 \\ \arctg\left(-\frac{2\xi T\omega K}{K(1 - T^2\omega^2)}\right) \pm 180^\circ & \text{при } K < 0 \end{cases} = \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} -\operatorname{arctg}\left(\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}\right) & \text{при } K > 0 \\ -\operatorname{arctg}\left(\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}\right) \pm 180^\circ & \text{при } K < 0 \end{cases}$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$\Phi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.2T\omega}{1-T^2\omega^2}\right)$$

$$\Phi_1(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.2T_1\omega}{1-T_1^2\omega^2}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.2\omega}{1-\omega^2}\right)$$

$$\Phi_2(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.2T_2\omega}{1-T_2^2\omega^2}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.02\omega}{1-0.01\omega^2}\right)$$

$$\Phi_3(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{0.2T_3\omega}{1-T_3^2\omega^2}\right) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{-0.2\omega}{1-\omega^2}\right)$$

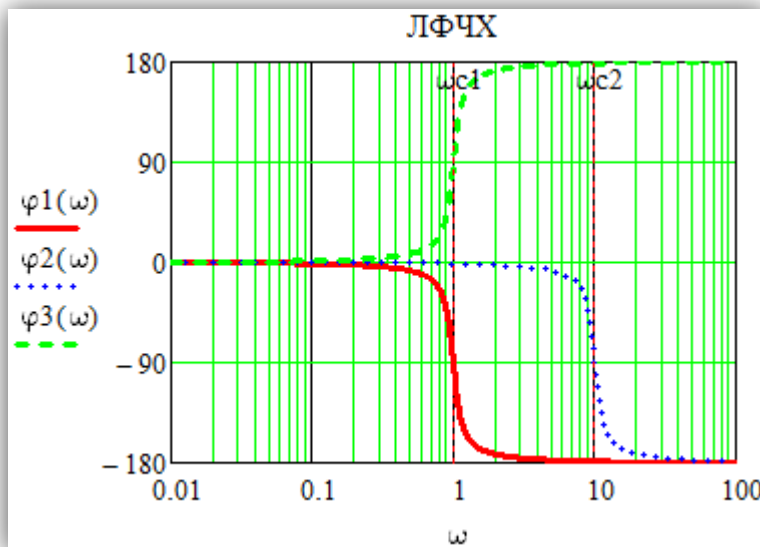


Рис 6.

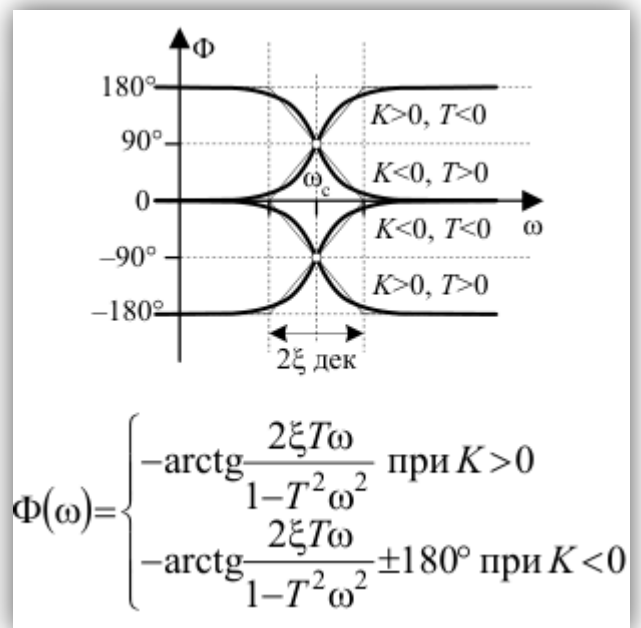


Рис 7.

При уменьшении модуля параметра T график смещается вдоль оси абсцисс. Изменение знака параметра T приводит к отражению графика относительно оси абсцисс.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 7).

График построен верно.

❖ **Годограф:**

$$Q1(\omega) = -\frac{0.2\omega}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

$$P1(\omega) = \frac{1 - \omega^2}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

$$Q2(\omega) = -\frac{0.02\omega}{1 - 0.0196\omega^2 + 0.0001\omega^4}$$

$$P2(\omega) = \frac{1 - 0.01\omega^2}{1 - 0.0196\omega^2 + 0.0001\omega^4}$$

$$Q3(\omega) = \frac{0.2\omega}{1 - 1.96 * \omega^2 + \omega^4}$$

$$P3(\omega) = \frac{1 - \omega^2}{1 - 1.96\omega^2 + \omega^4}$$

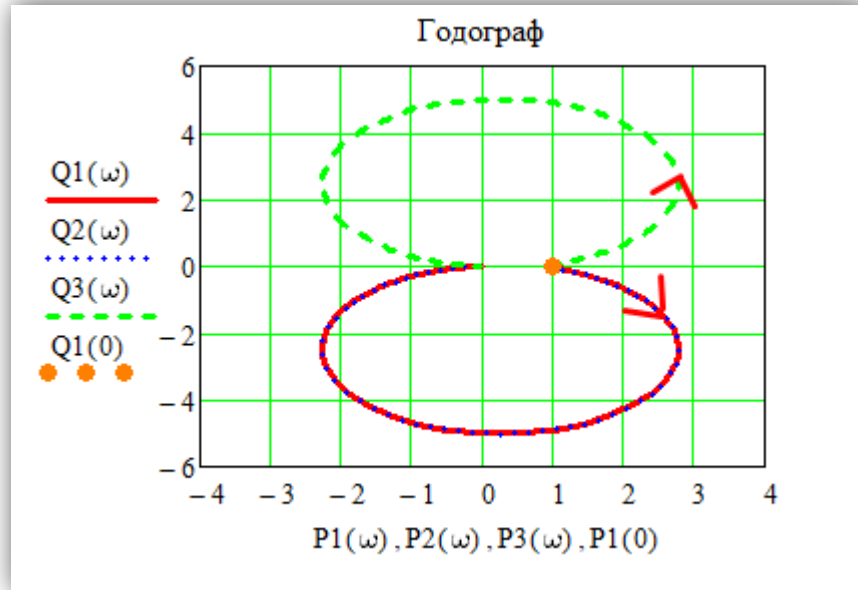


Рис 8.

Уменьшение модуля параметра Т не влияет на график. Изменение знака параметра Т приводит к отражению графика относительно оси абсцисс.

3 Вывод временных характеристик

❖ **Импульсная характеристика:**

$$w(t) = L^{-1}(W(s)) = L^{-1}\left(\frac{K}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2}\right) = K * L^{-1}\left(\frac{1}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2}\right)$$

По таблице обратного преобразования Лапласа, изображение

$$F(s) = \frac{1}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2} \quad \text{соответствует оригиналу } f(t) = C e^{-\beta t} \sin(\omega t), \text{ где}$$

$$C = \frac{1}{\omega T^2}; \quad \beta = \frac{\xi}{T}; \quad \omega T = \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$w(t) = \frac{K}{\omega T^2} * e^{-\frac{\xi t}{T}} * \sin(\omega t)$$

При $K=1, \xi=0.1$

$$w(t) = \frac{1}{\omega T^2} * e^{-\frac{0.1t}{T}} * \sin(\omega t) \quad \omega T = \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$w1(t) = \frac{1}{\omega T1^2} * e^{-\frac{0.1t}{T1}} * \sin(\omega t) = \frac{1}{\omega} * e^{-0.1t} * \sin(\omega t) = \frac{e^{-0.1t}}{\sqrt{0.99}} * \sin\left(\frac{t}{\sqrt{0.99}}\right)$$

$$w2(t) = \frac{1}{\omega T2^2} * e^{-\frac{0.1t}{T2}} * \sin(\omega t) = \frac{100}{\omega} * e^{-t} * \sin(\omega t) = \frac{10e^{-t}}{\sqrt{0.99}} * \sin\left(\frac{0.1t}{\sqrt{0.99}}\right)$$

$$w3(t) = \frac{1}{\omega T3^2} * e^{-\frac{0.1t}{T3}} * \sin(\omega t) = \frac{1}{\omega} * e^{0.1t} * \sin(\omega t) = \frac{-e^{0.1t}}{\sqrt{0.99}} * \sin\left(\frac{-t}{\sqrt{0.99}}\right)$$

$$\begin{aligned} w01 &:= \lim_{t \rightarrow 0} w1(t) \rightarrow 0 & wy1 &:= \lim_{t \rightarrow \infty} w1(t) \rightarrow 0.0 & w02 &:= \lim_{t \rightarrow 0} w2(t) \rightarrow 0 & wy2 &:= \lim_{t \rightarrow \infty} w2(t) \rightarrow 0.0 \\ \Delta 1 &:= |wy1 - w01| \cdot 5\% \text{ float } , 3 \rightarrow 0.0 & \Delta 2 &:= |wy2 - w02| \cdot 5\% \text{ float } , 3 \rightarrow 0.0 \end{aligned}$$

$$ty1 := \frac{3T1}{\xi} \text{ float } , 3 \rightarrow 30.0 \quad ty2 := \frac{3T2}{\xi} \text{ float } , 3 \rightarrow 3.0$$

$$w1(t) := w1(t) \cdot \Phi(t)$$

$$w2(t) := w2(t) \cdot \Phi(t)$$

$$w3(t) := w3(t) \cdot \Phi(t)$$

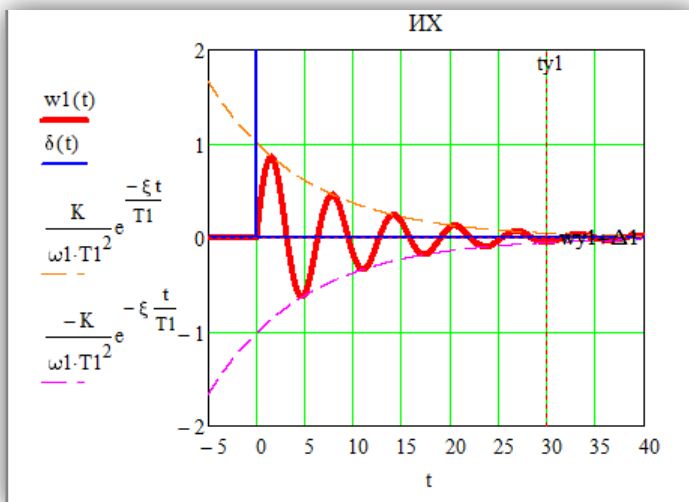


Рис 9.

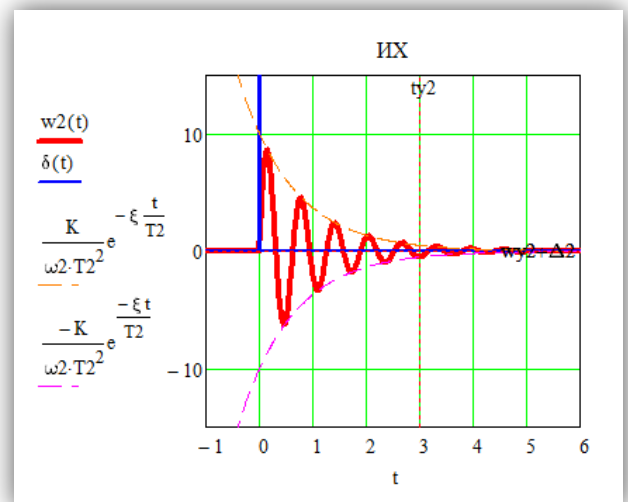


Рис 10.

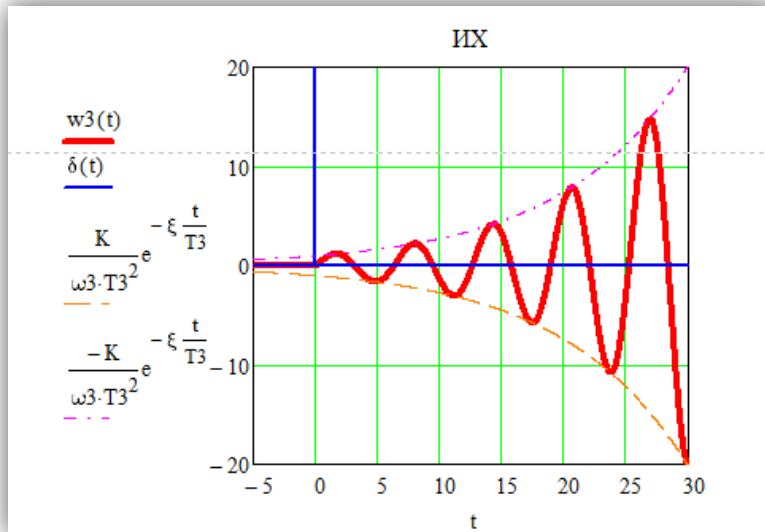


Рис 11.

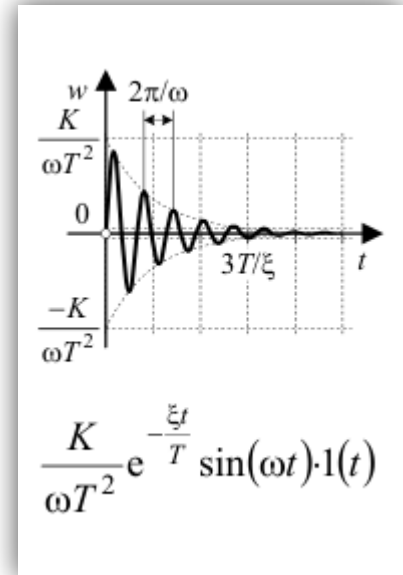


Рис 12.

При уменьшении модуля параметра T , график вытягивается вдоль оси ординат и сжимается вдоль оси абсцисс. Изменение знака параметра T , приводит к расходимости графика.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 12). График построен верно.

❖ Переходная характеристика:

$$h(t) = L^{-1}\left(\frac{W(s)}{s}\right) = L^{-1}\left(\frac{K}{s(1 + 2\xi Ts + T^2 s^2)}\right) =$$

$$= K * L^{-1}\left(\frac{1}{s(1 + 2\xi Ts + T^2 s^2)}\right)$$

По таблице обратного преобразования Лапласа, изображение $F(s) = \frac{1}{s(1+2\xi Ts+T^2 s^2)}$ соответствует оригиналу $f(t) = 1 - Ce^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi)$, где

$$C = \frac{1}{\omega T}; \quad \beta = \frac{\xi}{T}; \quad \omega T = \sqrt{1 - \xi^2}; \quad \varphi = \arctg\left(\frac{\omega}{\beta}\right) = \arctg\left(\frac{\omega T}{\xi}\right) =$$

$$= \arctg\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right)$$

$$h(t) = K \left(1 - \frac{e^{-\frac{\xi}{T}t}}{\omega T} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}\right)\right) \right)$$

Пусть $K=1, \xi=0.1$

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\frac{0.1}{T}t}}{\omega T} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right)$$

$$h1(t) = 1 - \frac{e^{-\frac{0.1}{T1}t}}{\omega T1} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right) = 1 - \frac{e^{-0.1t}}{\sqrt{0.99}} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right)$$

$$h2(t) = 1 - \frac{e^{-\frac{0.1}{T2}t}}{\omega T2} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right) = 1 - \frac{10e^{-t}}{\sqrt{0.99}} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right)$$

$$h3(t) = 1 - \frac{e^{-\frac{0.1}{T3}t}}{\omega T3} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right) = 1 + \frac{e^{0.1t}}{\sqrt{0.99}} \sin\left(\omega t + \arctg\left(\frac{\sqrt{0.99}}{0.1}\right)\right)$$

$$ty1 := \frac{3T1}{\xi} \text{ float,3} \rightarrow 30.0$$

$$ty2 := \frac{3T2}{\xi} \text{ float,3} \rightarrow 3.0$$

$$\underline{h1(t)} := h1(t) \cdot \Phi(t)$$

$$\underline{h2(t)} := h2(t) \cdot \Phi(t)$$

$$\underline{h3(t)} := h3(t) \cdot \Phi(t)$$

$$h01 := \lim_{t \rightarrow 0} h1(t) \rightarrow 0 \quad hy1 := \lim_{t \rightarrow \infty} h1(t) \rightarrow 1.0$$

$$h02 := \lim_{t \rightarrow 0} h2(t) \rightarrow 0 \quad hy2 := \lim_{t \rightarrow \infty} h2(t) \rightarrow 1.0$$

$$\Delta 1h := |hy1 - h01| \cdot 5\% \text{ float,3} \rightarrow 0.05$$

$$\Delta 2h := |hy2 - h02| \cdot 5\% \text{ float,3} \rightarrow 0.05$$

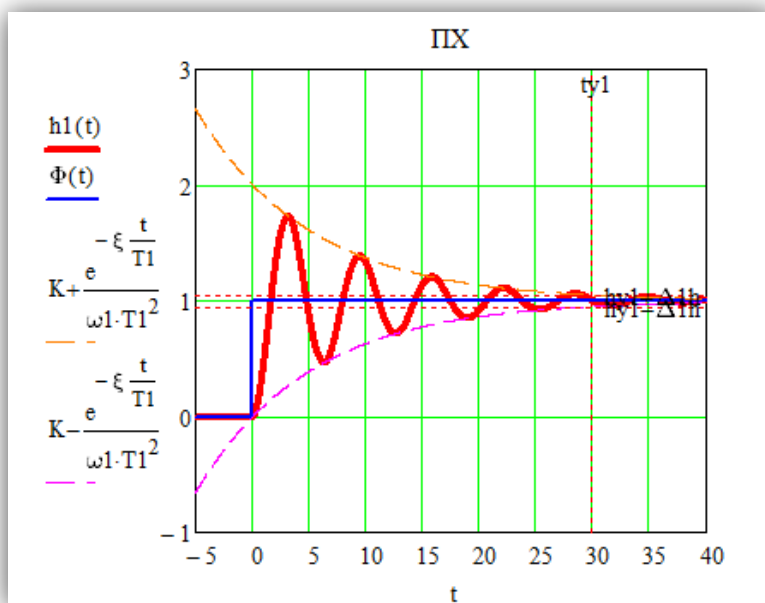


Рис 13.

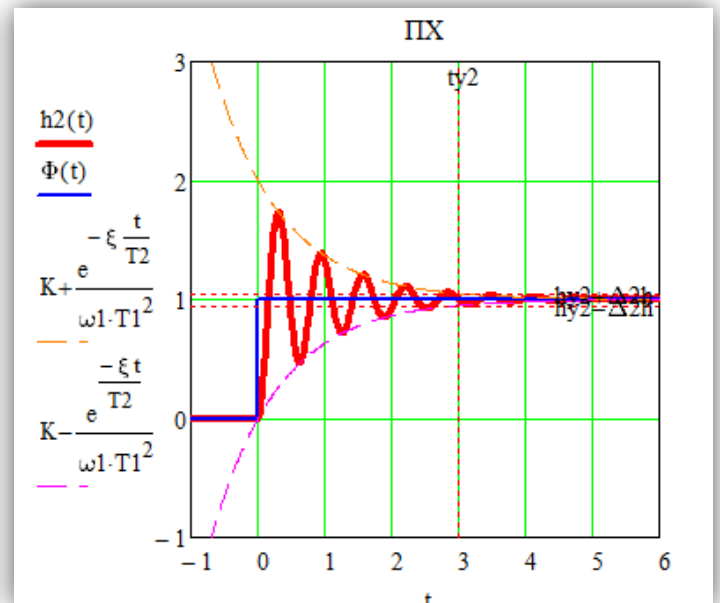


Рис 14.

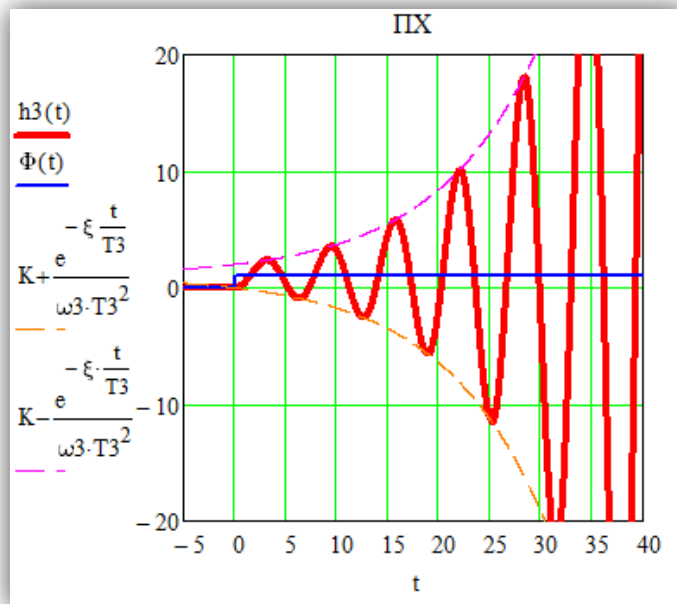


Рис 15.

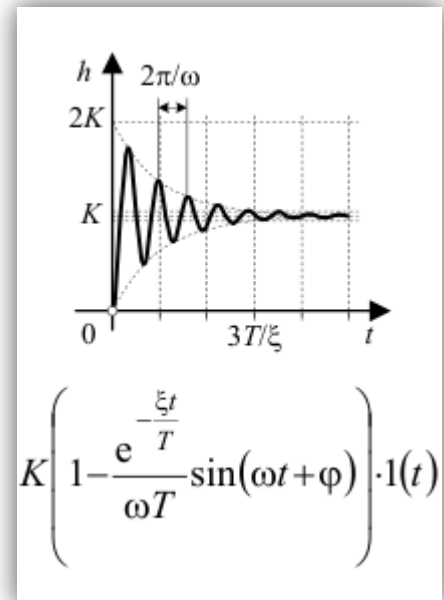


Рис 16.

При уменьшении параметра T , график сжимается вдоль оси абсцисс. Изменение знака параметра T , приводит к расходимости графика.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 16). График построен верно.

4 Синтез схемы на операционном усилителе

Передаточная функция:

$$W_6(1,1,0.1) = \frac{1}{1 + 0.2s + s^2}$$

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$$S_1(s) = \frac{1}{1 + 0.2s + s^2} \quad S_2(s) = 0$$

Условие баланса:

$$S_1(s) = S_2(s) + 1$$

$$\frac{1}{1 + 0.2s + s^2} \neq 0 + 1$$

Условие баланса не выполняется, значит нужно подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$ с положительными коэффициентами, удовлетворяющие условию $S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$

$$\frac{1}{1 + 0.2s + s^2} + W_{10}(s) = 1 + W_{20}(s)$$

Для оптимальной схемы (в целях экономии элементов) предположим $W_{20}(s) = 0$.

$$W_{10}(s) = 1 - \frac{1}{1 + 0.2s + s^2} = \frac{0.2s + s^2}{1 + 0.2s + s^2}$$

Полиномы числителя и знаменателя с положительными коэффициентами, следовательно, предположение верно и $W_{20}(s) = 0$.

Эскизная схема имеет вид:

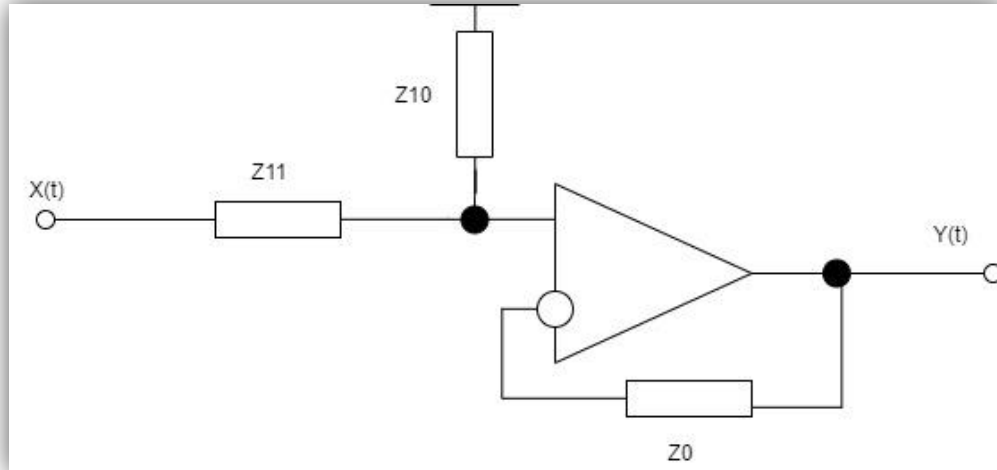


Рис 17.

Для инверсного входа:

$$W_0 * Z_0 = const$$

$$1 * Z_0 = const$$

1. В качестве константы можно взять любое неотрицательное число. Возьмем константу равную нулю, тогда сопротивление $Z_0 = 0$ Ом.

2. Z_0 можно заменить проводом, поскольку входное сопротивление идеального ОУ бесконечно велико, и входной ток равен нулю.

Для прямого входа:

$$W_{10} * Z_{10} = W_{11} * Z_{11} = const$$

$$\frac{0.2s + s^2}{1 + 0.2s + s^2} * Z_{10} = \frac{1}{1 + 0.2s + s^2} * Z_{11} = const$$

$$(0.2s + s^2) * Z_{10} = Z_{11} = const$$

$$s(0.2 + s) * Z_{10} = Z_{11}$$

Возьмём Z_{10} равное сопротивлению конденсатора $= \frac{1}{C_{10} * s}$, так как при таком выборе в уравнении сократится s .

$$Z_{11} = \frac{s(0.2 + s)}{C_{10} * s} = \frac{(0.2 + s)}{C_{10}}$$

Последовательное соединение резистора и индуктивности равно $R+Ls$. Сопротивление индуктивности равно Ls .

$$Z_{11} = \frac{(0.2 + s)}{C_{10}} = \frac{0.2}{C_{10}} + \frac{s}{C_{10}} = R_{11} + L_{11}$$

$$R_{11} = \frac{0.2}{c_0} \quad L_{11} = \frac{1}{c_0}$$

Возьмем $C_{10} = 10\text{мкФ}$, тогда $R_{11} = 20\text{ КОм}$, $L_{11} = 100\text{КГн}$.

Итоговая схема имеет вид:

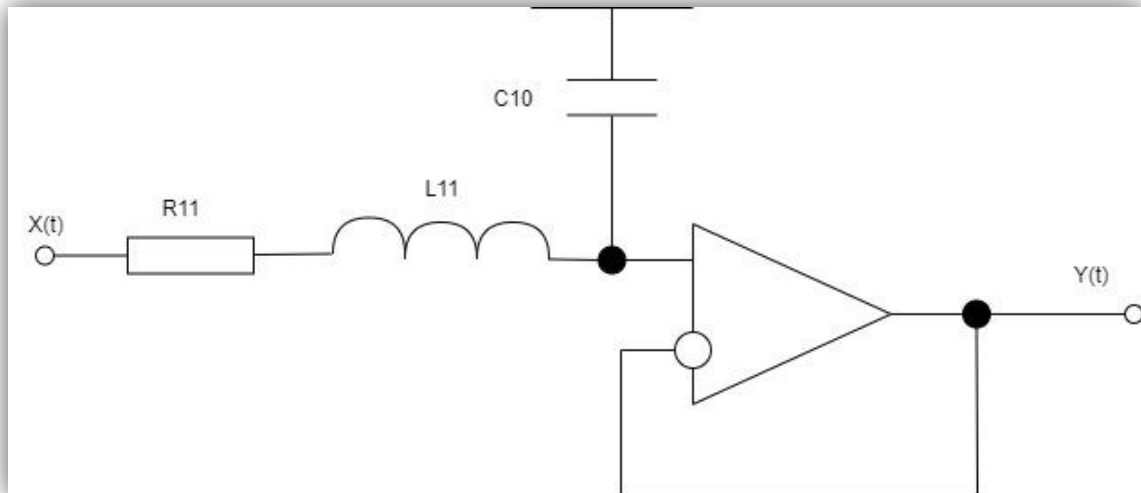


Рис 18.

Проверим правильность построения схемы по таблице «Приложение 2. Схемы каскадов на ОУ» (Рис 19). Схема соответствует строке 25, столбцу б.

№ п/п	Элементы схемы		Принципиальная схема и её передаточная функция		
	Z_1	Z_0	а) инвертирующий каскад 	б) неинвертирующий каскад с входным делителем 	в) неинвертирующий каскад с делителем в ООС
25	$R_1 + L_1$	C_0	$-\frac{1}{T_{10}s + \tau_{10}^2 s^2}$	<div style="border: 1px solid red; padding: 2px;">$\frac{1}{1 + T_{10}s + \tau_{10}^2 s^2}$</div>	$\frac{1 + T_{10}s + \tau_{10}^2 s^2}{T_{10}s + \tau_{10}^2 s^2}$

Рис 19.

5 Использование программы WorkBench

5.1 Синтез и сборка схемы моделирования на ОУ в EWB

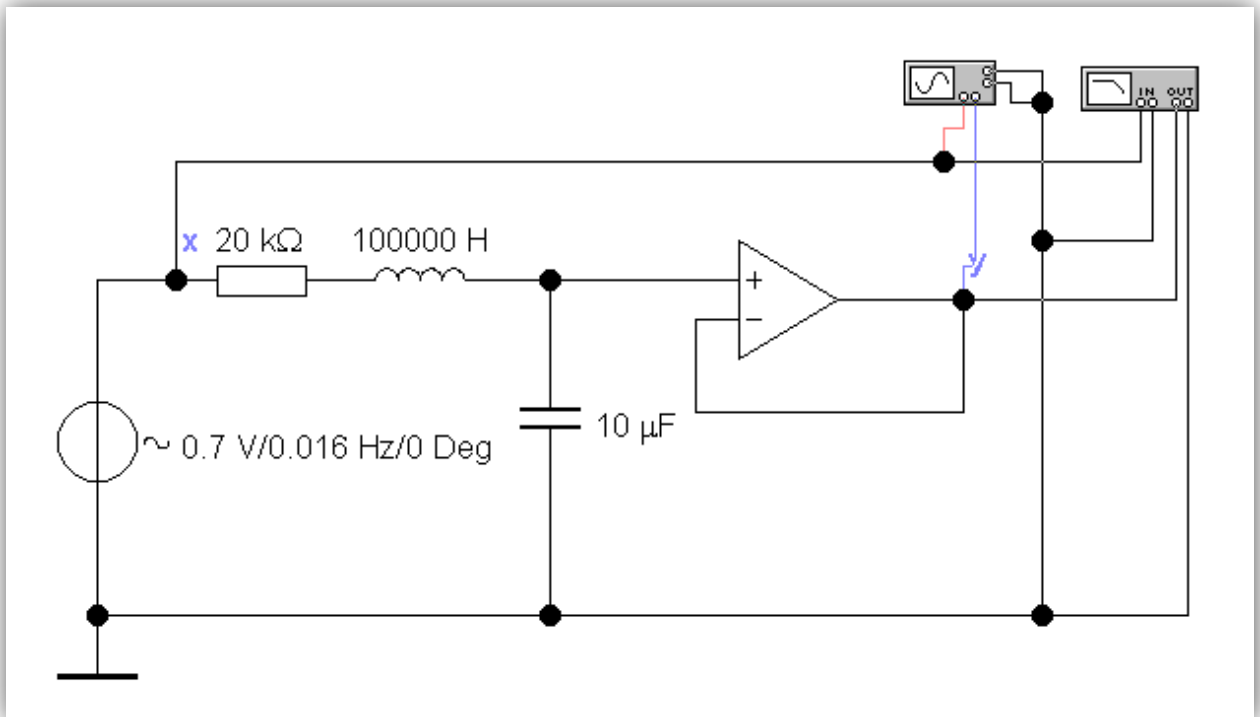


Рис 20.

5.2 Исследование частотных характеристик

Заполним таблицу значений логарифмического усиления L , линейного усиления A и фазового сдвига φ для средних, низких и высоких частот.

Частота сопряжения $\omega_c = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{1}{2\pi} \text{ Гц} \approx 0,16 \text{ Гц} = f_{cp}$ - это средняя частота. $T_k = 2\pi T \approx 6,24 \text{ сек}$

Низкая частота $f_n = 0,1 * f_{cp} \approx 0,016 \text{ Гц}$. $T_k \approx 62,4 \text{ сек}$

Высокая частота $f_v = 10 * f_{cp} \approx 1,6 \text{ Гц}$. $T_k \approx 0,624 \text{ сек}$

Для этого на генераторе гармонических колебаний установим

- ❖ амплитуду $A_x = 1 \text{ В}$,
 - ❖ значение напряжения установим равное значению действующего напряжения $= A_x / \sqrt{2} = 0,7 A_x$,
 - ❖ фазу сигнала равную 0°
- и поочередно будем менять значение частоты.

На осциллографе строятся графики входного $x(t) = A_x \sin(2\pi f t)$ и выходного $y(t) = A_y \sin(2\pi f t + \varphi)$, по которым в установившемся режиме измеряются амплитуда A_y , фазовый сдвиг φ , и вычисляется коэффициент усиления $A = A_y / A_x$.

Время установления $t_y = 3T/\xi = 30$ (с).

Приведем графики для 3 частот с измерениями после времени установления.

❖ Низкая частота

- Общий график

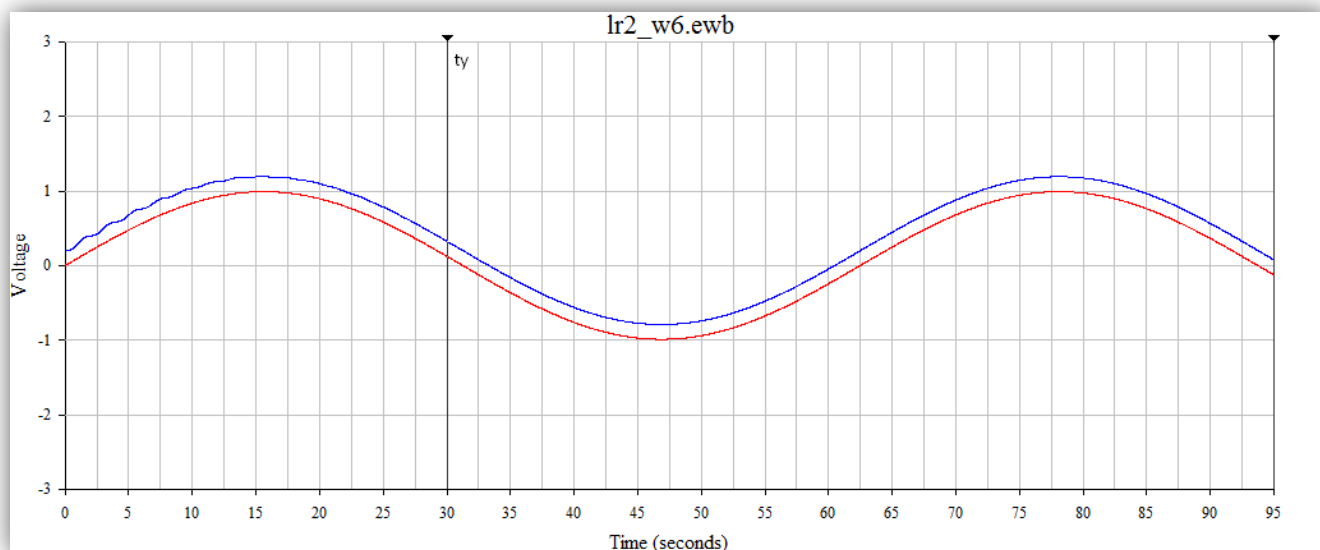


Рис 21.

- Моменты времени, когда $x(t)=0$ и $y(t)=0$

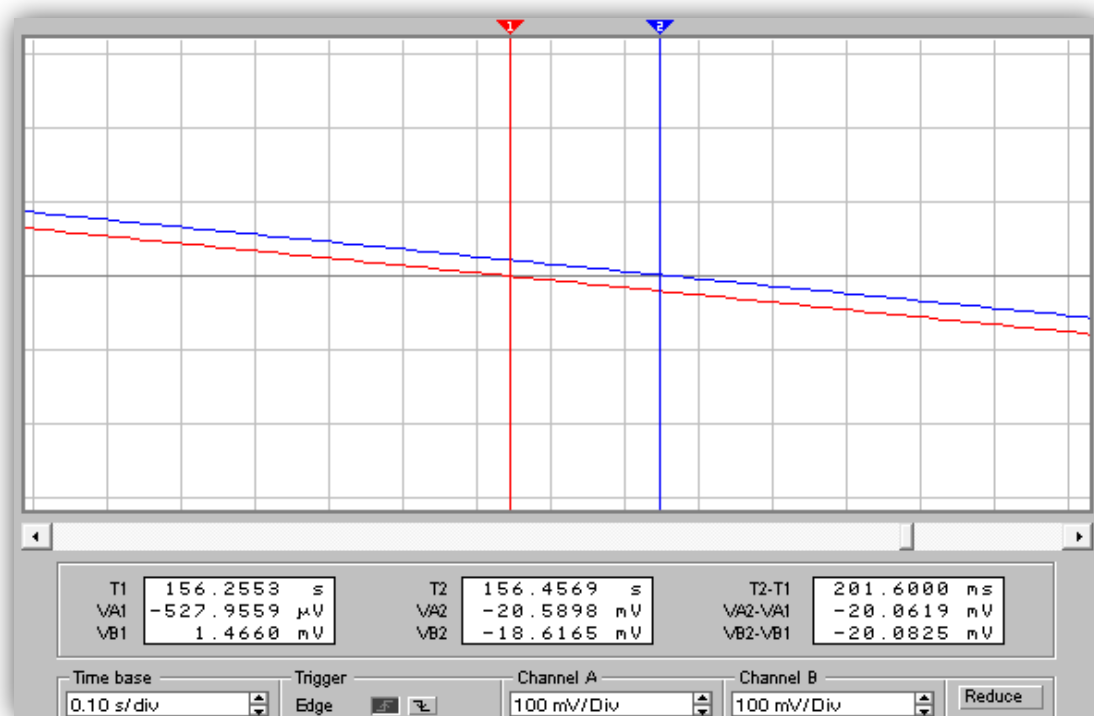


Рис 22.

- Моменты времени, когда $x(t)=Ax$ и $y(t)=Ay$

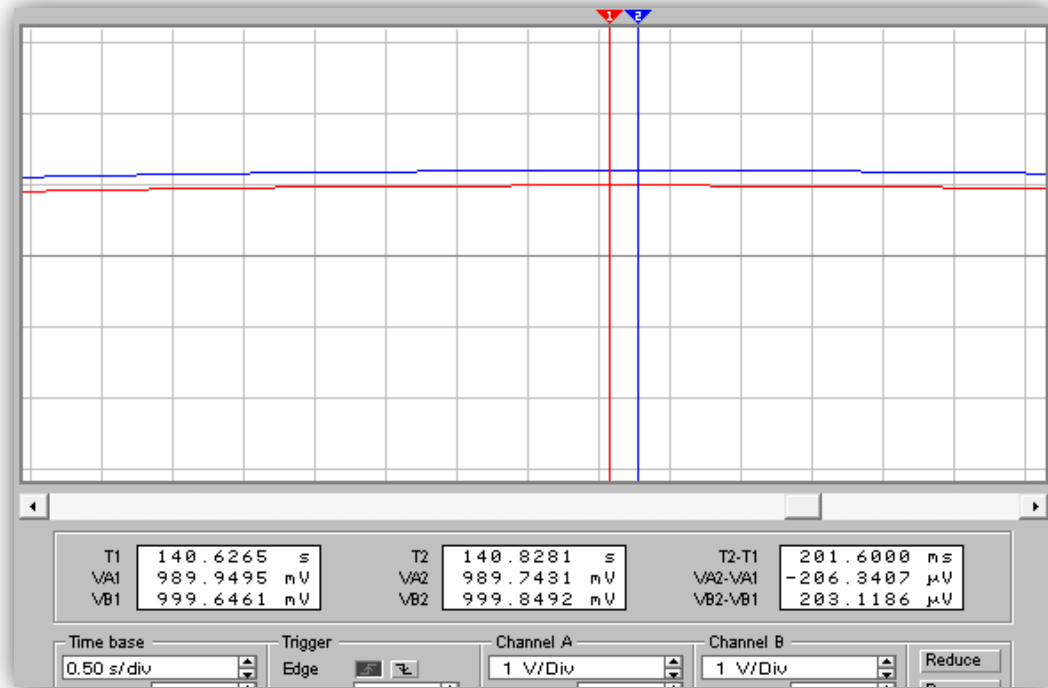


Рис 23.

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{999.8492 \text{ mV}}{989.9495 \text{ mV}} \approx 1.01$$

$$\Delta t = 0,202 \text{ сек} \quad \varphi = -\Delta t * f * 360^\circ \approx -1.16^\circ$$

$$L = 20 \lg(A) \approx 0.086 \text{ дБ}$$

❖ Средняя частота

- Общий график

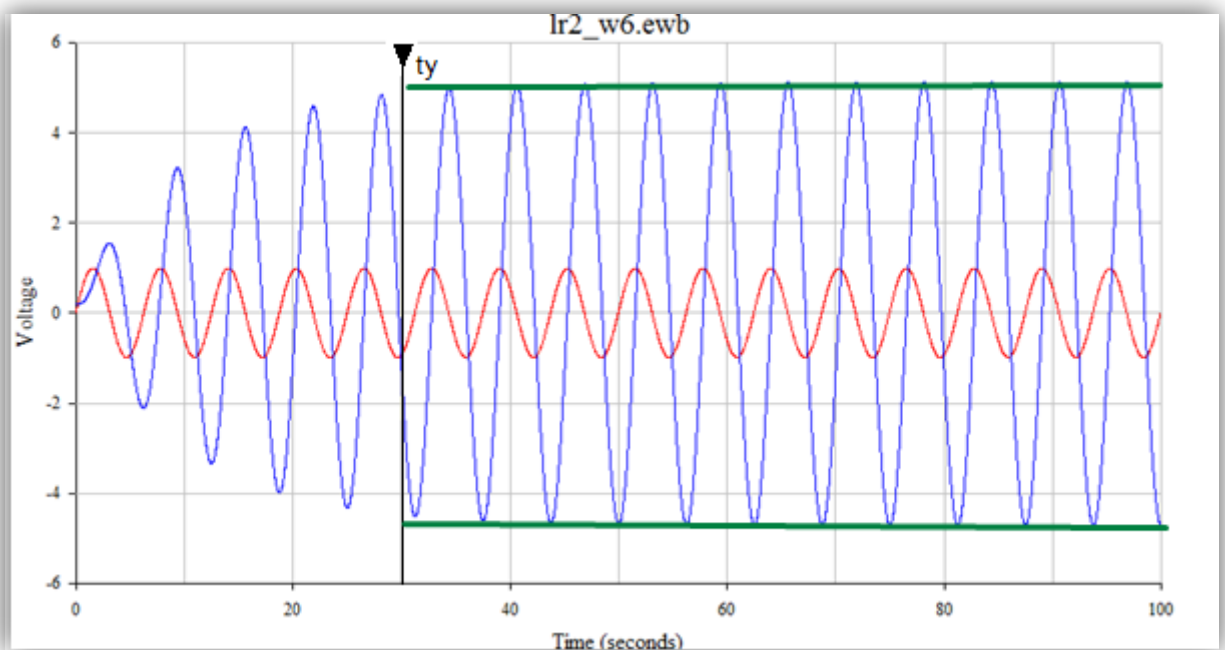


Рис 24.

- Моменты времени, когда $x(t)=0$ и $y(t)=0$

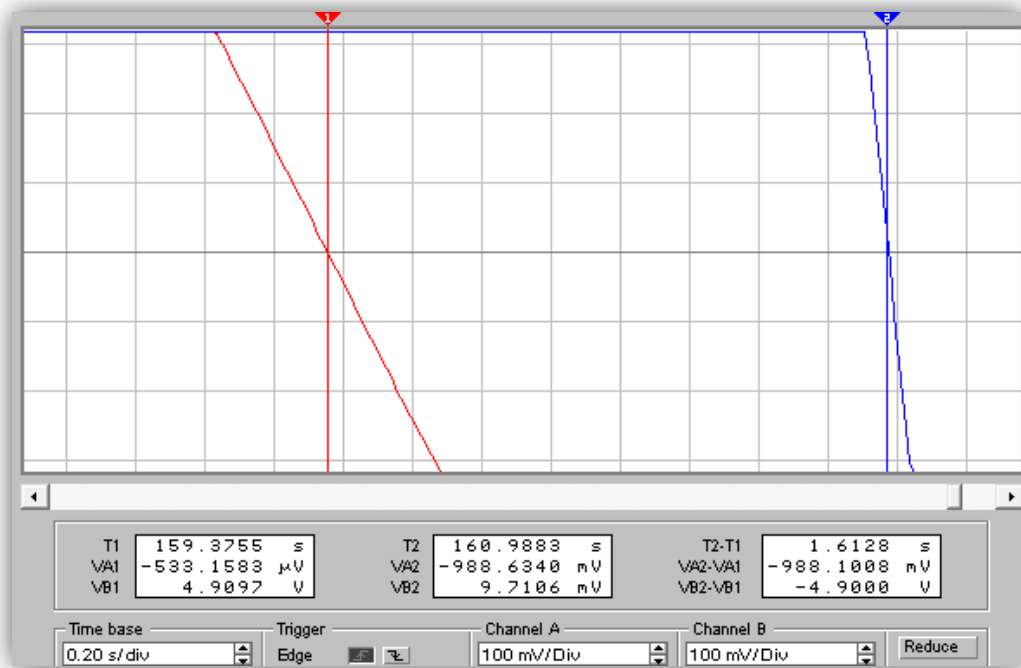


Рис 25.

- Моменты времени, когда $x(t)=A_x$ и $y(t)=A_y$

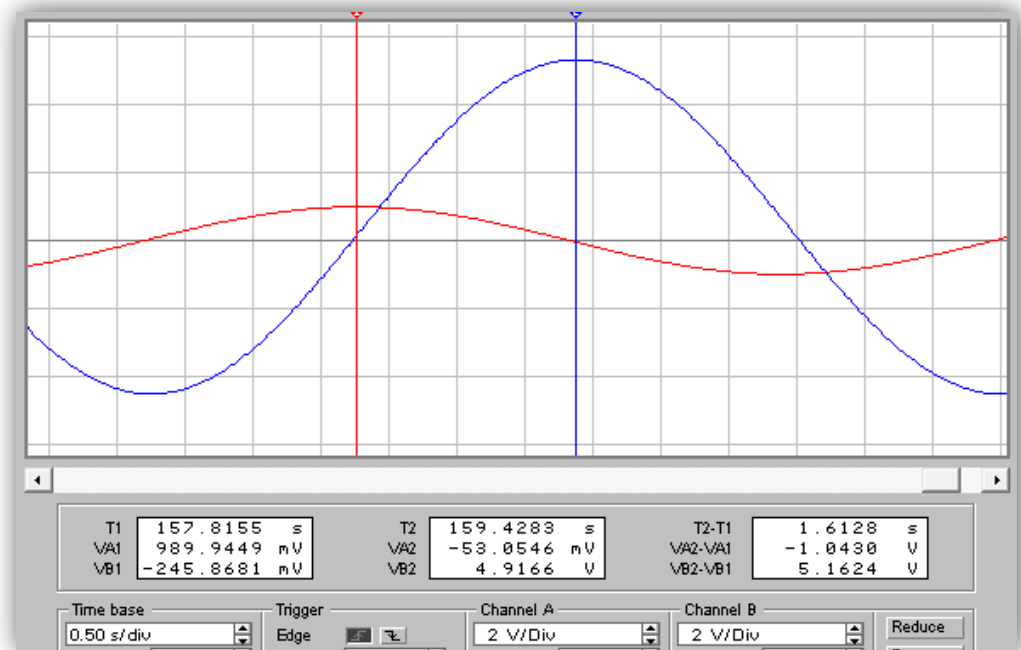


Рис 26.

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{4.9166V}{989.9495 mV} \approx 4.97$$

$$\Delta t = 1.6128 \text{ сек} \quad \varphi = -\Delta t * f * 360^\circ \approx -92.89^\circ$$

$$L = 20 \lg(A) \approx 13.92 \text{ дБ}$$

❖ **Высокая частота**

- Общий график

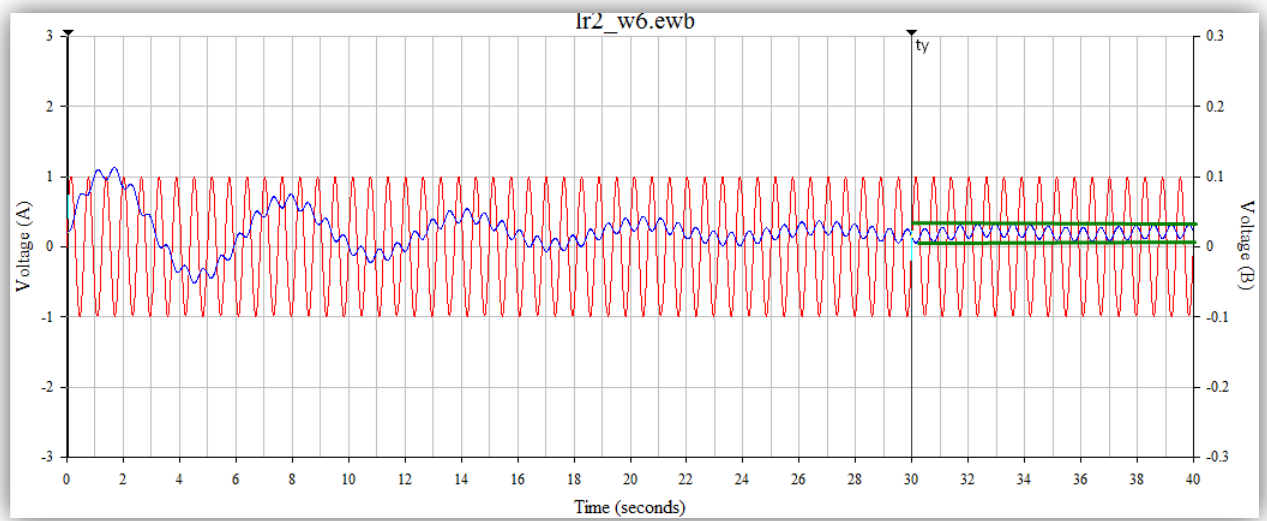


Рис 27.

- Моменты времени, когда $x(t)=0$ и $y(t)=0$

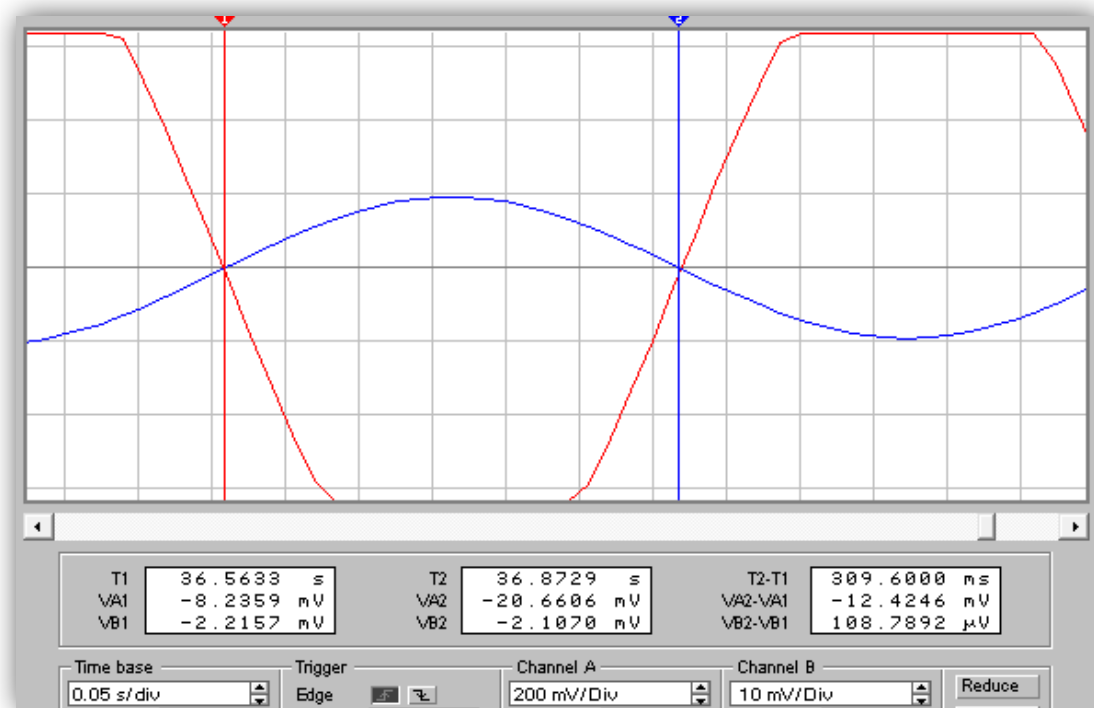


Рис 28.

- Моменты времени, когда $x(t)=A_x$ и $y(t)=A_y$

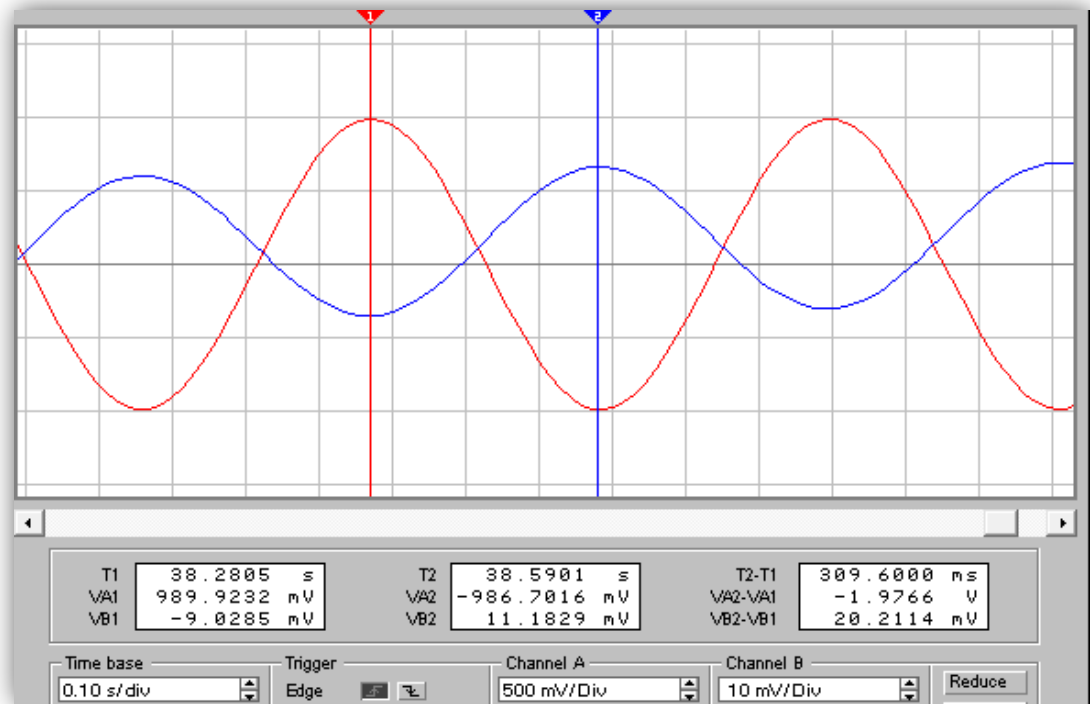


Рис 29.

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{11.18296 \text{ mV}}{989.9495 \text{ mV}} \approx 0.011$$

$$\Delta t = 0.3096 \text{ сек} \quad \varphi = -\Delta t * f * 360^\circ \approx -178.33^\circ$$

$$L = 20 \lg(A) \approx -38.94 \text{ дБ}$$

Частота, Гц	L, ДБ	A	$\varphi, ^\circ$
$f_H \approx 0,016$	0.086	1.01	-1.16
$f_{cp} \approx 0,16$	13.92	4.97	-92.89
$f_B \approx 1,6$	-38.94	0.011	-178.33

Объяснение свойств выходного сигнала: Собранная схема является селективным усилителем частот. Селективный усилитель — усилитель, у которого коэффициент усиления максимален в узком диапазоне частот и много больше за его пределами.

При частоте $f_H = 0,016$ Гц выходной сигнал $y(t)$ копирует сигнал $x(t)$ с небольшим отставанием.

При частоте $f_{cp} = 0,16$ Гц линейный коэффициент усиления равен 4.97 – средние частоты усиливаются почти в 5 раз.

При высокой частоте 1,6 Гц сигнал на выходе составляет \approx одну сотую входного сигнала – высокие частоты не пропускаются через усилитель.

Селективные усилители применяют в промышленных системах обработки информации, когда необходимо из широкого спектра частот входного сигнала выделить составляющие, несущие информацию. Также

данные усилители используются в радиоприёмниках для настройки на нужную частоту вещания.

Объяснение свойств выходного сигнала при высокой частоте:

Выведем формулу выходного сигнала.

$$Y(s) + 0.2s * Y(s) + s^2 * Y(s) = X(s)$$

Оригинал $x(t) = \sin(\omega t) \rightarrow$ Изображение $X(s) = \frac{T}{1 + T^2 s^2}$

$$Y(s) + 0.2s * Y(s) + s^2 * Y(s) = \frac{T}{1 + T^2 s^2}$$

$$Y(s)(1 + 0.2s + s^2) = \frac{T}{1 + T^2 s^2}$$

$$Y(s) = \frac{T}{(1 + T^2 s^2)(1 + 0.2s + s^2)}$$

Вычислим значение $y(t)$ с помощью Mathcad.

$$Y(s) := \frac{T1}{(1 + T1^2 \cdot s^2)(1 + 0.2s + s^2)} \rightarrow \frac{1}{(s^2 + 1) \cdot (0.2 \cdot s + s^2 + 1)}$$

$$y(t) := Y(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } s \\ \text{float, } 3 \end{array} \right. \rightarrow -5.0 \cdot \cos(t) + 0.00135 \cdot \sin(t) - 5.0 \cdot \cos(0.995 \cdot t) \cdot e^{-0.1 \cdot t} + 0.501 \cdot \sin(0.995 \cdot t) \cdot e^{-0.1 \cdot t}$$

Вынужденные колебания
 Собственные колебания

В формуле выходного сигнала как слагаемые присутствуют:

- 1) Произведение экспоненты в отрицательной степени и косинуса.
- 2) Произведение экспоненты в отрицательной степени и синуса.

Колебания происходят с амплитудой, уменьшающейся по экспоненте.

При уменьшении значения экспонаты, график сходится к незатухающим колебаниям.

5.3 Сравнение полученных значений с графиками, построенными в Mathcad

Для проверки соответствия данных, полученных двумя способами, воспользуемся функцией «Трассировка» в программе Mathcad.

❖ Низкая частота

$$f_H \approx 0,016 \text{ Гц} \approx 0,1 \text{ Рад/с}$$

- Линейное усиление – Значение совпадает.

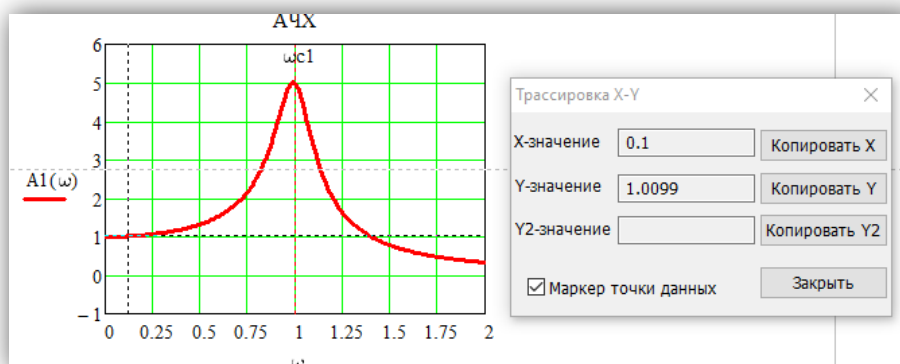


Рис 30.

- Логарифмическое усиление – Значение совпадает.

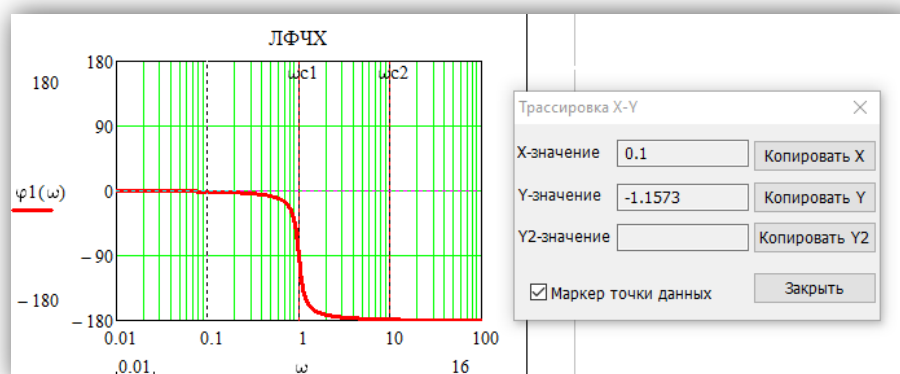


Рис 31.

- Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

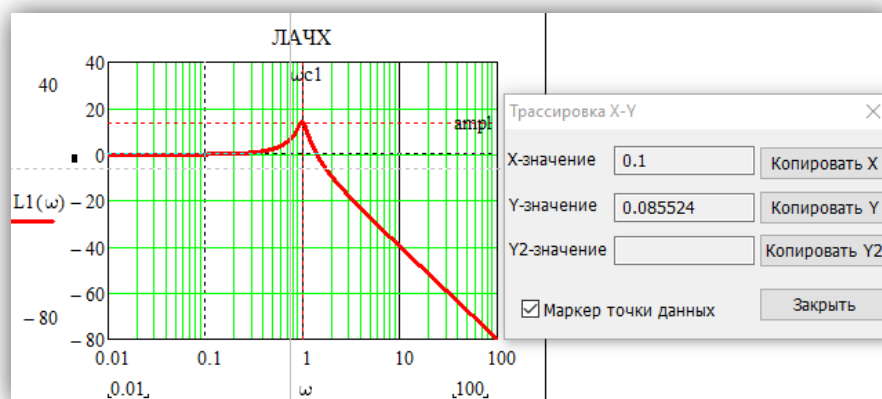


Рис 32.

❖ Средняя частота

$f_{cp} \approx 0,16 \text{ Гц} \approx 1 \text{ Рад/с}$

- Линейное усиление – Значение совпадает.

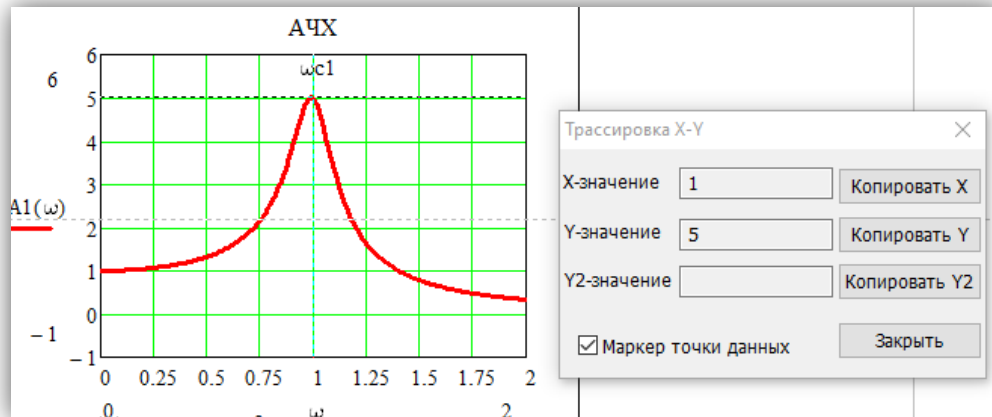


Рис 33.

- Логарифмическое усиление – Значение совпадает.

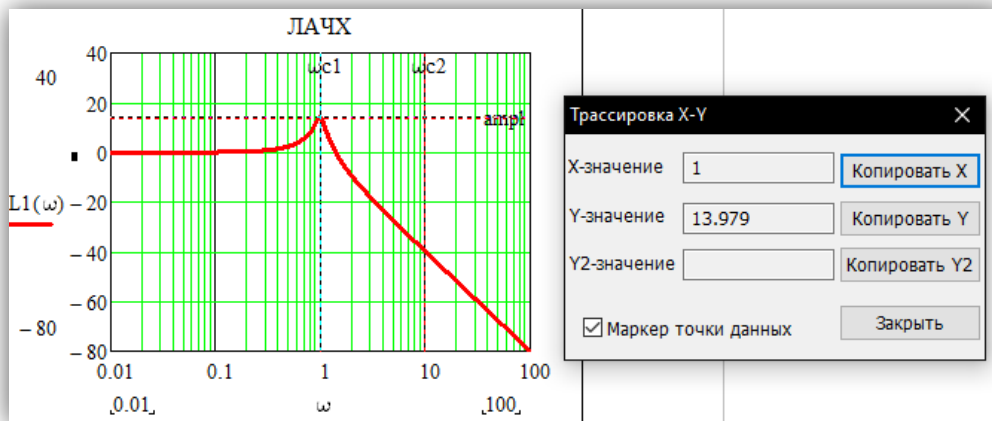


Рис 34.

- Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

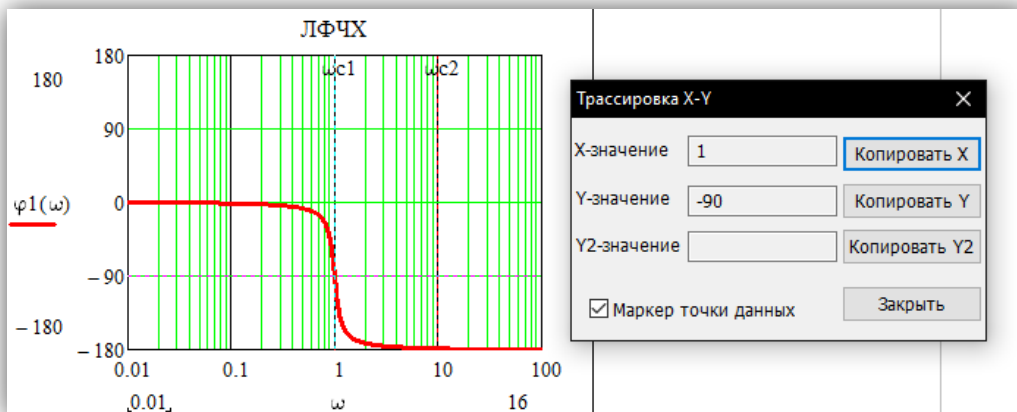


Рис 35.

❖ Высокая частота

$$f_{\text{выс}} \approx 1,6 \text{ Гц} \approx 10 \text{ Рад/с}$$

- Линейное усиление – Значение совпадает

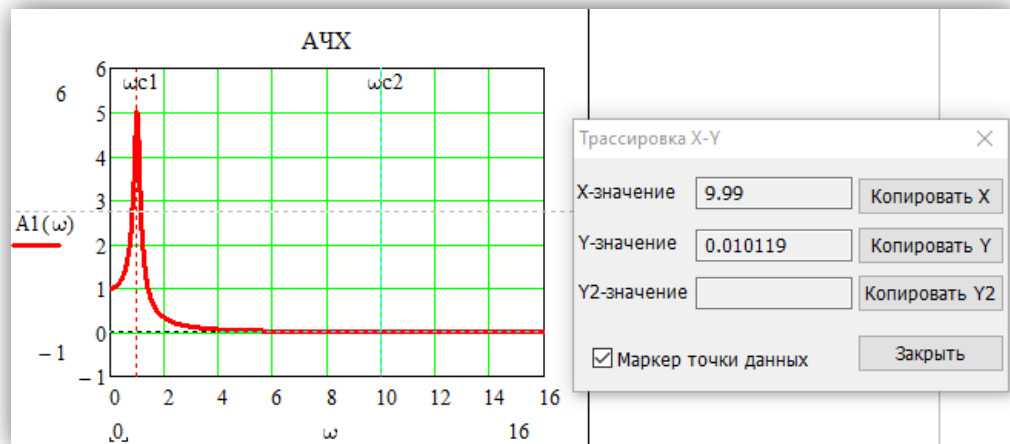


Рис 36.

- Логарифмическое усиление – Значение совпадает.

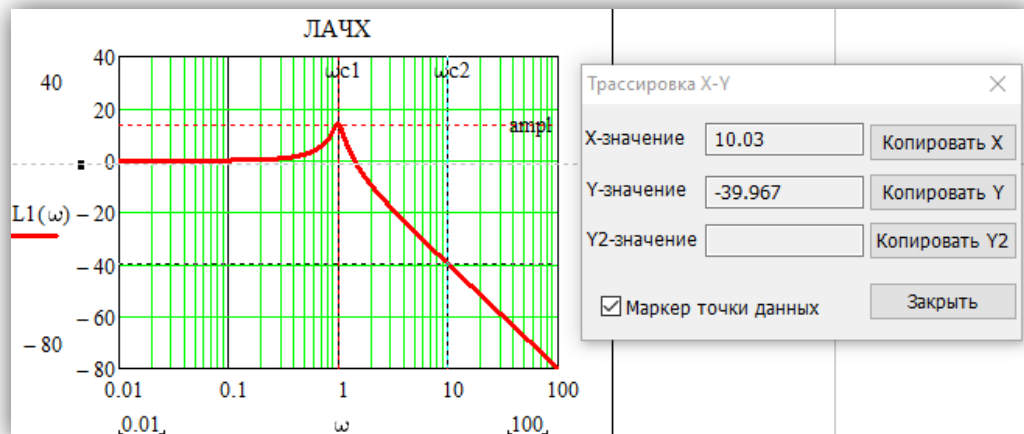


Рис 37.

- Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

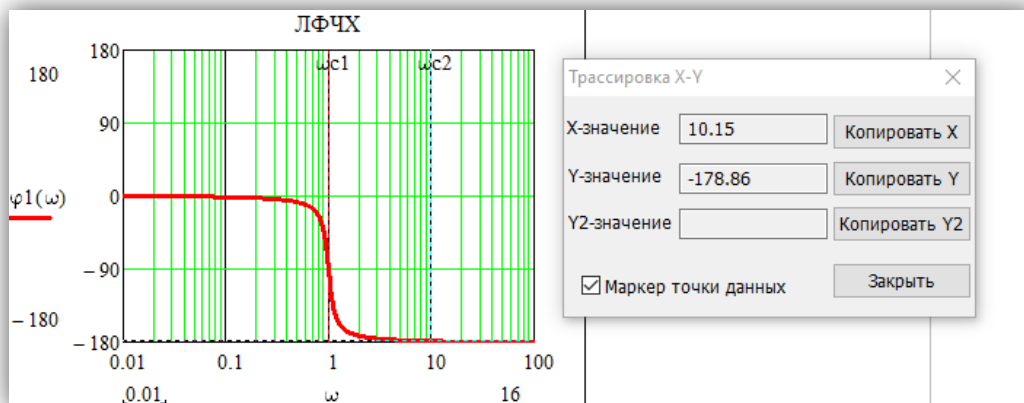


Рис 38.

5.4 Исследование временных характеристик

Исследуем реакции типового звена на негармонические входные воздействия — функции Дирака $\delta(t)$ и Хевисайда $1(t)$. Для этого подключим к схеме импульсный генератор.

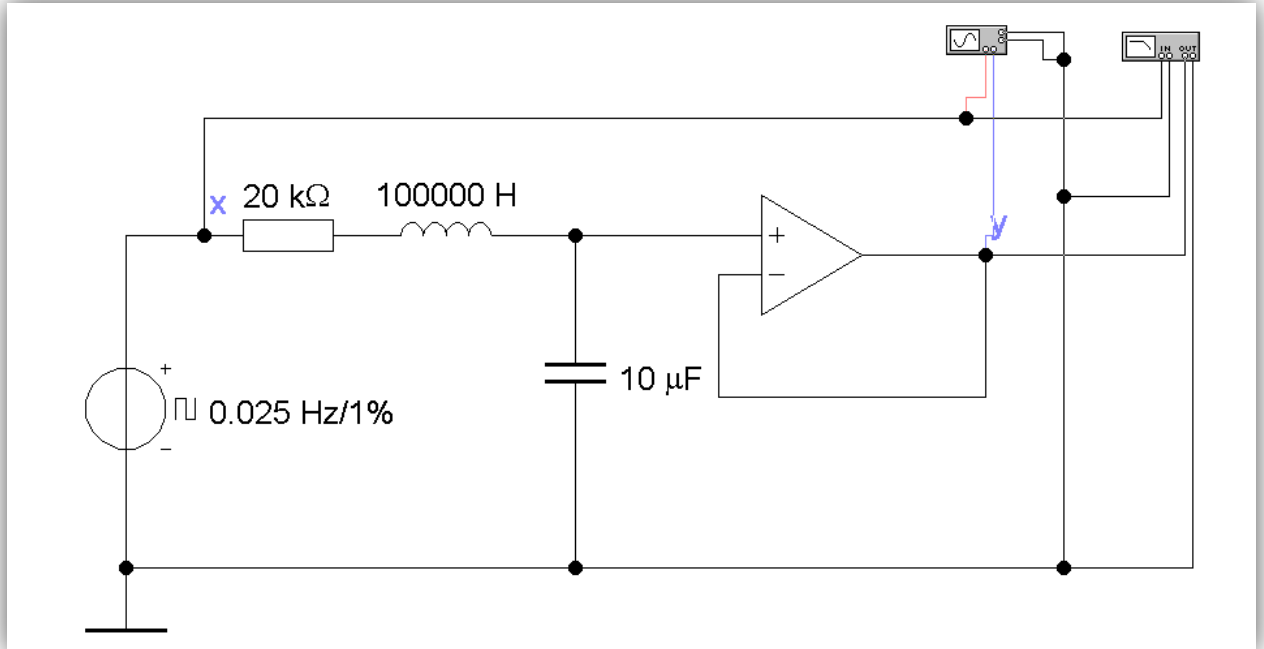


Рис 39.

Для формирования функции Дирака установим следующие параметры генератора:

❖ Частота – 0,025 Гц. Период импульсов должен быть больше времени установления, чтобы можно было увидеть реакцию на функцию Дирака. Время установления равно $3T/\xi=30\text{с}$, период импульсов при выбранной частоте будет равен 40 с.

❖ Коэффициент заполнения - характеристика импульсных систем, определяющая отношение длительности импульса к периоду следования (повторения) импульсов. Установим 1% т.к. нам нужен максимально короткий импульс.

❖ Напряжение. Интеграл функции Дирака должен быть равен единице. Интеграл – площадь под графиком. Для обеспечения этого условия установим напряжение равное 2.5 В.

В промежутке между соседними импульсами на выходе схемы формируется приближение к импульсной характеристике $w(t)$, поскольку реальную дельта-функцию получить невозможно - значение напряжения не может быть в один момент равно нулю и бесконечности.

Полученный график (Рис 40) совпадает с графиком, построенным с помощью Mathcad (Рис 9).

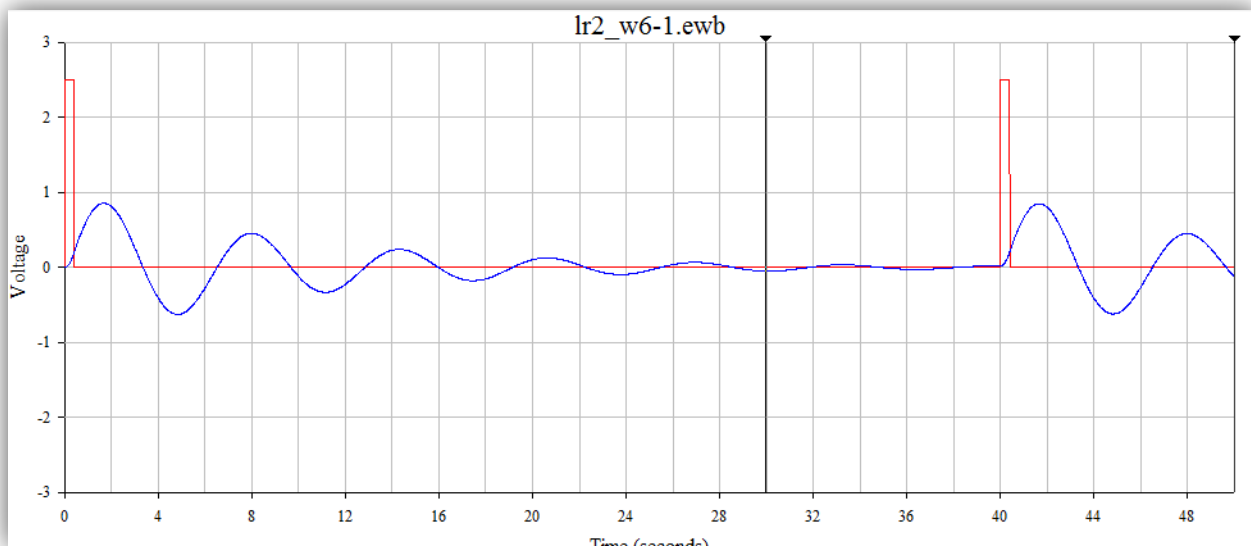


Рис 40.

Для формирования функции Хевисайда установим следующие параметры генератора:

- ❖ Частота – 0,1 Гц.
- ❖ Коэффициент заполнения - 100%. Поскольку значение функции при значении времени >0 должно быть равно единице.
- ❖ Напряжение – установим напряжение равное 1В.

Полученный график (Рис 41) совпадает с графиком, построенным с помощью Mathcad (Рис 13).

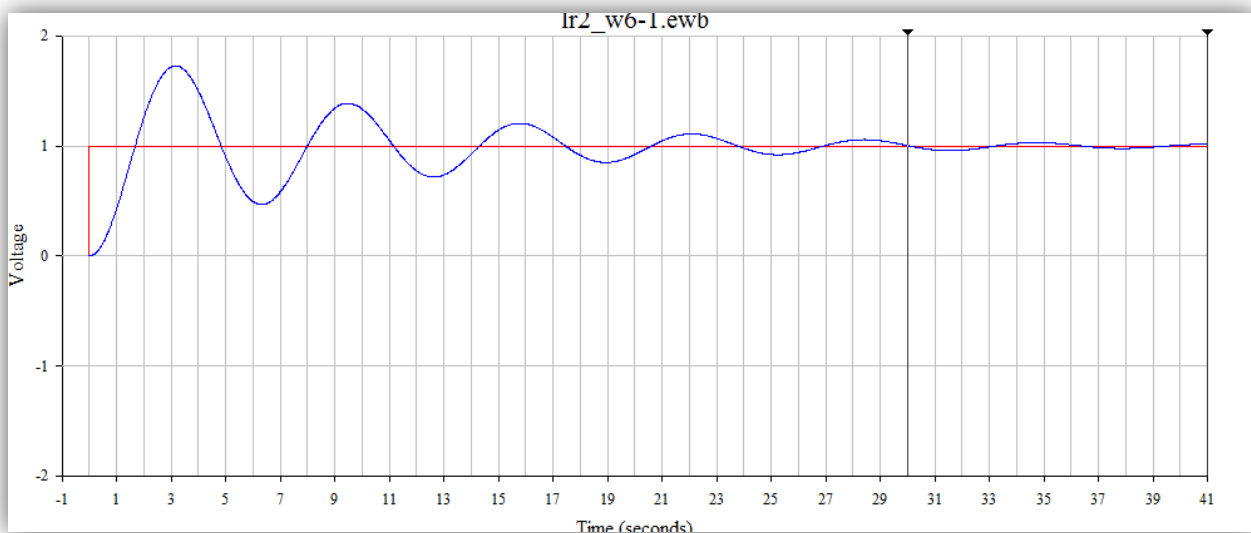


Рис 41.

Вертикальные движки на рис.40, 41 показывают время установления $t_y=30\text{с}$.