МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е.АЛЕКСЕЕВА

Институт радиоэлектроники и информационных технологий

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

«Исследование свойств типового звена W4»

по дисциплине

«Основы теории управления»

РУКОВОДИТЕЛЬ:

_______________ _ Никулин.Е.А__

(подпись) (фамилия, и.,о.)

СТУДЕНТ:

_______________ _ Сухоруков В.А.___

(подпись) (фамилия, и.,о.)

_______________ _ Мосташов В.С.___

(подпись) (фамилия, и.,о.)

_____19-ВМ_______

(шифр группы)

Работа защищена «___»____________

С оценкой ________________________

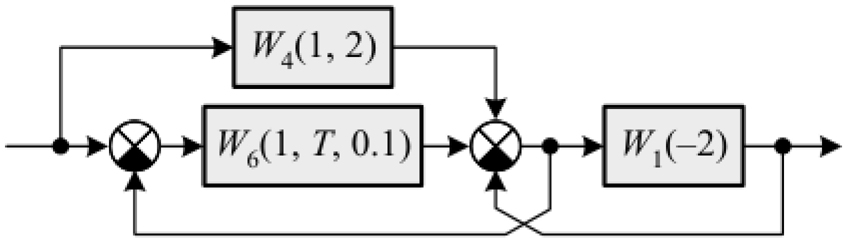
Нижний Новгород 2022

Цель работы

Исследовать все свойства типового звена W4, вывести и построить графики частотных и временных характеристик. Синтезировать схему на операционном усилителе.

Исходные данные

Вариант 6:



$$W_4(K,T) = \frac{K}{1+Ts}$$

$$W_4(1,2) = \frac{1}{1+2s}$$

Ход работы

1 Вывод функционального уравнения

$$Y(s) = X(s) * W(s) = X(s) * \frac{B(s)}{A(s)} = X(s) * \frac{1}{1+2s}$$

$$Y(s) + 2s * Y(s) = X(s)$$

Заменим s на $\frac{d}{dt}$.

$$y(t) + 2 * y(t)' = x(t)$$

$\underline{y(t) + 2 * y(t)' - x(t) = 0}$ – Дифференциальное уравнение первого порядка.

2 Вывод частотных характеристик

❖ Комплексная частотная характеристика:

$$\mathrm{C}(\omega) = W(i\omega) = \frac{K}{1+Ti\omega} = \frac{K*(1-Ti\omega)}{(1+Ti\omega)*(1-Ti\omega)} = \frac{K-KTi\omega}{1+T^2\omega^2} =$$

$$= \frac{K}{1+T^2\omega^2} - \frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} * i$$

При K=1, T=2

$$\mathrm{C}(\omega) = \frac{1}{1+4\omega^2} - \frac{2}{1+4\omega^2} i$$

❖ Вещественная частотная характеристика:

$$P(\omega) = Re(C(\omega)) = Re\left(\frac{K}{1+T^2\omega^2} - \frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} * i\right) = \frac{K}{1+T^2\omega^2}$$

При K=1, T=2

$$P(\omega) = \frac{1}{1+4\omega^2}$$

❖ Мнимая частотная характеристика:

$$Q(\omega) = Im(C(\omega)) = Im\left(\frac{K}{1+T^2\omega^2} - \frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} * i\right) = -\frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2}$$

При K=1, T=2

$$Q(\omega) = \frac{-2\omega}{1+4\omega^2}$$

❖ Амплитудно-частотная характеристика

$$A(\omega) = |C(\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \sqrt{\left(\frac{K}{1+T^2\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{-KT\omega}{1+T^2\omega^2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{K^2 + K^2T^2\omega^2}{(1+T^2\omega^2)^2}} = \sqrt{\frac{K^2(1+T^2\omega^2)}{(1+T^2\omega^2)^2}} = \sqrt{\frac{K^2}{1+T^2\omega^2}} = \frac{|K|}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$$

При K=1, T=2

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+4\omega^2}} \qquad \omega := 0, 0.01 \dots 100$$

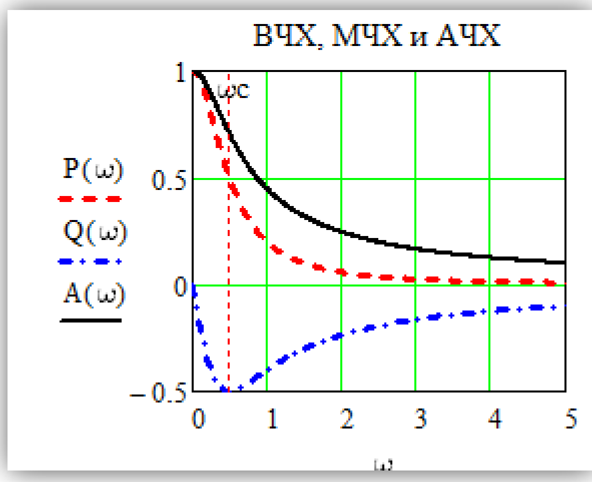


Рис 1.

$$\omega_c = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$$

❖ Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

$$L(\omega) = 20\log(A(\omega)) = 20\log\left(\frac{|K|}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}\right) = 20\,log(|K|) - 10log(1+T^2\omega^2)$$

При K=1, T=2

$$L(\omega) = 20log(1) - 10log(1+4^2\omega^2) = -10log(1+4^2\omega^2)$$

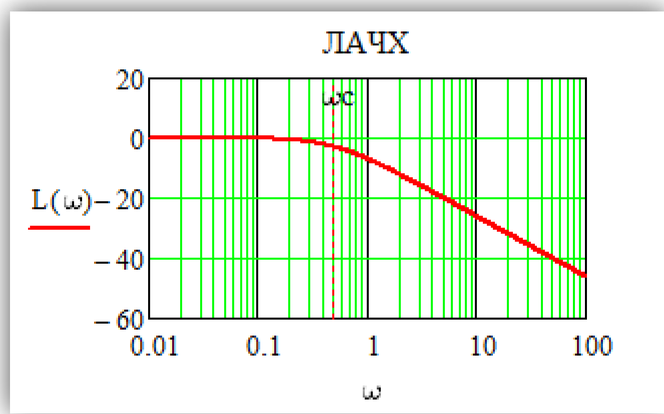


Рис 2.

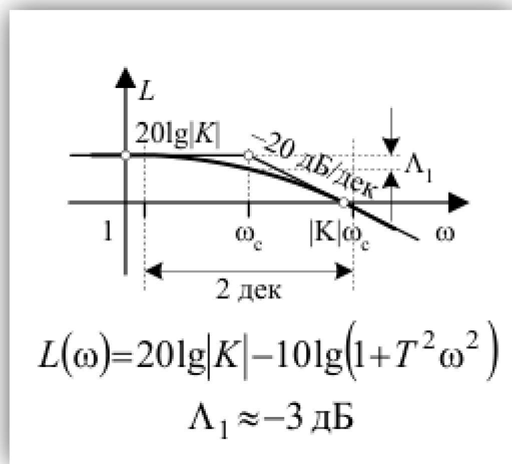


Рис 3.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 3).

$20\lg(|K|) = 20\lg(1) = 0$

$\omega_c = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5$ – частота, при которой логарифмическое усиление амплитуды равно -3дБ.

При изменении частоты от $\omega_1 = \frac{\omega_c}{10} = 0.05$ до $\omega_2 = \omega_c * 10 = 5$ амплитуда колебания уменьшается на 20 дБ.

График построен верно.

❖ Логарифмическая фазо-частотная характеристика

$$\Phi(\omega) = arctg(C(\omega)) = arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right) =$$

$$= \begin{cases} arctg\left(-\frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} : \frac{K}{1+T^2\omega^2}\right) \text{ при } K > 0 \\ arctg\left(-\frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} : \frac{K}{1+T^2\omega^2}\right) \pm 180\,°\text{при } K < 0 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} arctg(-T\omega) \text{ при } K > 0 \\ arctg(-T\omega) \pm 180\,°\text{при } K < 0 \end{cases} = \begin{cases} -arctg(T\omega) \text{ при } K > 0 \\ -arctg(T\omega) \pm 180\,°\text{при } K < 0 \end{cases}$$

При K=1, T=2
$\Phi(\omega) = arcrg(-2\omega)$

<u>*Задание функции в Mathcad*</u>: $\varphi(\omega) := \arg(C(\omega)) \cdot deg^{-1}$

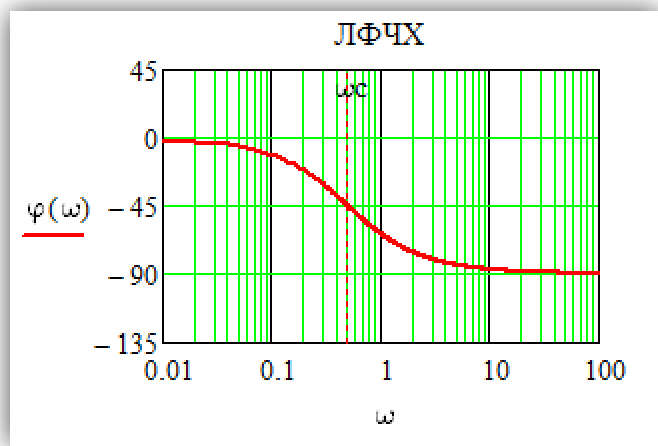


Рис 4.

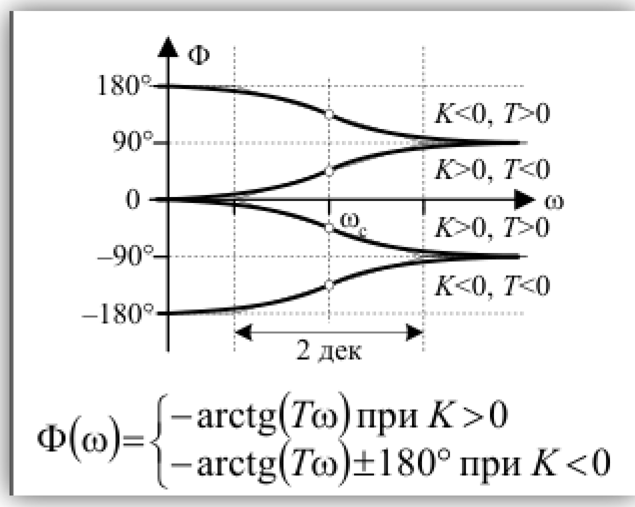


Рис 5.

Проверим правильность построения графика по таблице <u>«Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев»</u> (Рис 5).
График построен верно.

❖ Годограф

$$P(\omega) = \frac{1}{1+4\omega^2}, Q(\omega) = \frac{-2\omega}{1+4\omega^2}$$

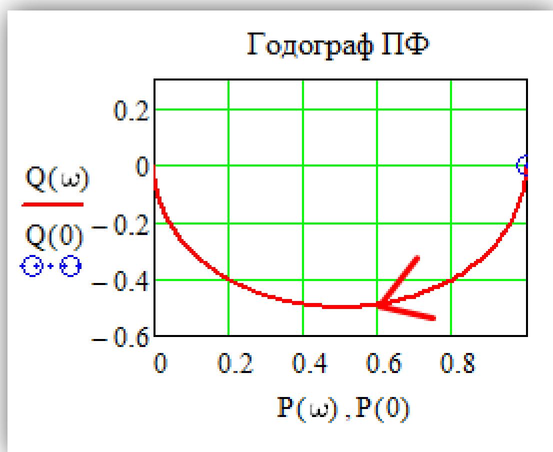


Рис 6.

3 Вывод временных характеристик

❖ Импульсная характеристика

$$w(t) = L^{-1}(W(s)) = L^{-1}\left(\frac{K}{1+Ts}\right) = K * L^{-1}\left(\frac{1}{1+Ts}\right)$$

По таблице обратного преобразования Лапласа, изображение $F(s) = \frac{1}{1+TS}$ соответствует оригиналу $f(t) = \alpha e^{-\alpha t}$, где $\alpha = \frac{1}{T}$.

При K=1, T=2

$$w(t) = 1 * \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t}$$

Задание функций в Mathcad:

$\varepsilon := 0.01 \qquad \delta(t) := \frac{0 \le t \le \varepsilon}{\varepsilon}$

$w1(t) := W(s) \left| \begin{matrix} \text{invlaplace}, s \\ \text{float}, 3 \end{matrix} \right. \rightarrow 0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot t} \qquad w(t) := w1(t) \cdot \Phi(t)$

$ty := 3T \text{ float}, 3 \rightarrow 6.0 \qquad t := -5, -4.99 .. 20$

$w0 := \lim_{t \to 0} w1(t) \rightarrow 0.5 \qquad wy := \lim_{t \to \infty} w1(t) \rightarrow 0.0$

$\Delta 1 := |wy - w0| \cdot 5\% \text{ float}, 3 \rightarrow 0.025$

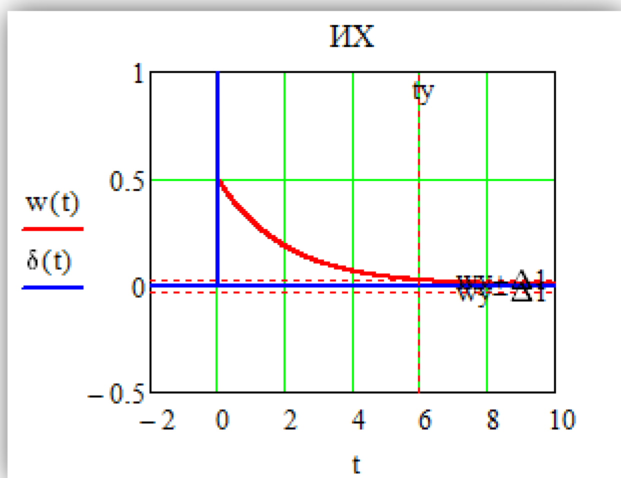


Рис 7.

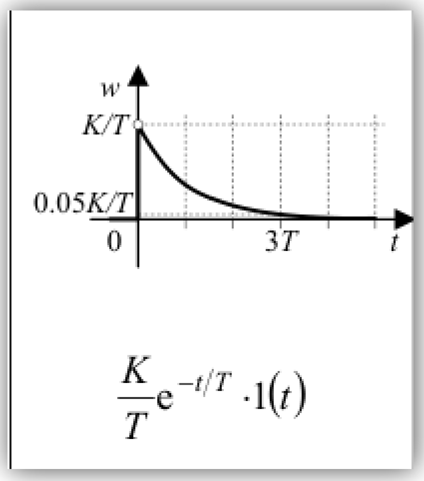


Рис 8.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 8).

$K/_T = {}^1/_2 = 0.5, \qquad ty = 3T = 6$

График построен верно.

❖ Переходная характеристика

$$h(t) = L^{-1}\left(\frac{W(s)}{s}\right) = L^{-1}\left(\frac{K}{s(1+Ts)}\right) = K * L^{-1}\left(\frac{1}{s(1+Ts)}\right)$$

По таблице обратного преобразования Лапласа, изображение $F(s) = \frac{1}{s(1+Ts)}$ соответствует оригиналу $f(t) = 1 - e^{-\alpha t}$, где $\alpha = \frac{1}{T}$.

При K=1, T=2

$h(t) = 1 * (1 - e^{-\frac{1}{2}t})$

Задание функций в Mathcad:

$$h(t) := \frac{W(s)}{s} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace}, s \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -1.0 \cdot e^{-0.5 \cdot t} + 1.0$$

$$h(t) := h(t) \cdot \Phi(t)$$

$$ty := 3T \text{ float}, 3 \rightarrow 6.0 \qquad t := -5, -4.99 .. 20$$

$$h0 := \lim_{t \to 0} h(t) \rightarrow 0 \qquad hy := \lim_{t \to \infty} h(t) \rightarrow 1.0$$

$$\Delta := |hy - h0| \cdot 5\% \text{ float}, 3 \rightarrow 0.05$$

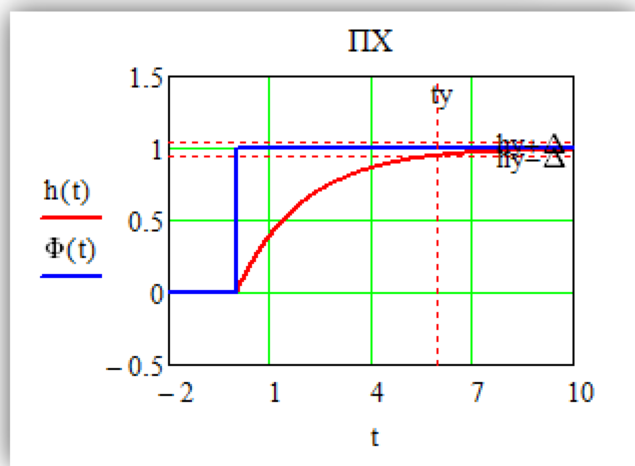


Рис 9.

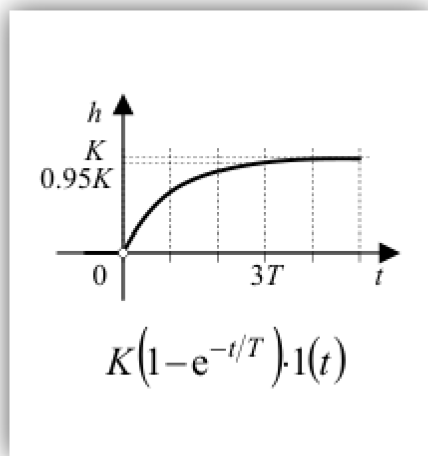


Рис 10.

Проверим правильность построения графика по таблице «Приложение 1. Частотные и временные характеристики типовых звеньев» (Рис 10).
$0.95K = 0.95, \qquad \text{ty} = 3T = 6$

График построен верно.

4 Синтез схемы на операционном усилителе

Передаточная функция:

$$W_4(1,2) = \frac{1}{1+2s}$$

Вычислим суммы коэффициентов усиления по прямому и инверсному входам

$$S_1(s) = \frac{1}{1+2s} \qquad S_2(s) = 0$$

Условие баланса:

$$S_1(s) = \ S_2(s) + 1$$

$$\frac{1}{1+2s} \neq \ 0 + 1$$

Условие баланса не выполняется, значит нужно подобрать передаточные функции $W_{10}(s)$ и $W_{20}(s)$ с положительными коэффициентами, удовлетворяющие условию
$S_1(s) + W_{10}(s) = S_2(s) + 1 + W_{20}(s)$

$$\frac{1}{1+2s} + W_{10}(s) = 1 + W_{20}(s)$$

Для оптимальной схемы предположим $W_{20}(s) = 0$.

$$W_{10}(s) = 1 - \frac{1}{1+2s} = \frac{2s}{1+2s}$$

Полиномы числителя и знаменателя с положительными коэффициентами, следовательно, предположение верно и $W_{20}(s) = 0$.

Эскизная схема имеет вид:

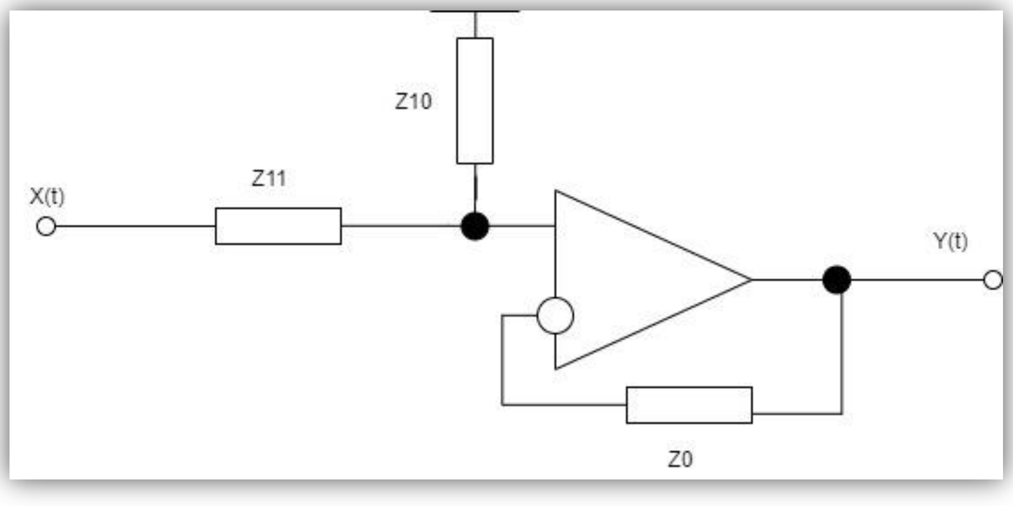


Рис 11.

Для инверсного входа:

$$W_0 * Z_0 = const$$

$$1 * Z_0 = const$$

1.В качестве константы можно взять любое неотрицательное число. Возьмем константу равную нулю, тогда сопротивление $Z_0 = 0$ Ом.

2. Z_0 можно заменить проводом, поскольку входное сопротивление *идеального* ОУ бесконечно велико, и входной ток равен нулю.

Для прямого входа:

$$W_{10} * Z_{10} = W_{11} * Z_{11} = const$$

$$\frac{2s}{1+2s} * Z_{10} = \frac{1}{1+2s} * Z_{11} = const$$

$$Z_{11} = 2s * Z_{10}$$

Возьмём Z_{10}равное сопративлению конденсатора $= \frac{1}{C_{10}*s}$, так как при таком выборе в уравнении сократится s.

$$Z_{11} = \frac{2s}{C_{10}*s} = \frac{2}{C_{10}}$$

Из полученного соотношения видно, что удобно взять: $Z_{11} = R_{11} = \frac{2}{C_{10}}$.

Возьмем $C_{10} = 1$мкФ, тогда $R_{11} = 2$ МОм.

Получим схему:

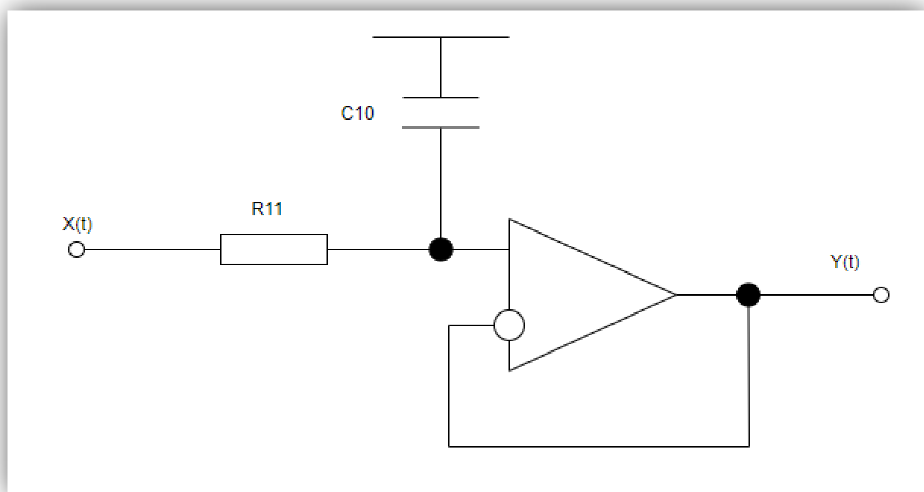


Рис 12.

Проверим правильность построения схемы по таблице «Приложение 2. Схемы каскадов на ОУ» (Рис 13). Схема соответствует строке 2, столбцу б.

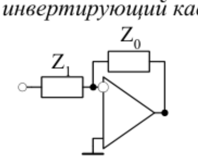
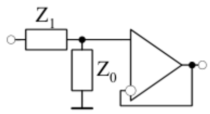
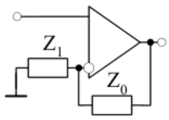
№ п/п	Элементы схемы		Принципиальная схема и её передаточная функция		
	Z_1	Z_0	*а) инвертирующий каскад*  $-\frac{Z_0(s)}{Z_1(s)}$	*б) неинвертирующий каскад с входным делителем*  $\frac{Z_0(s)}{Z_0(s)+Z_1(s)}$	*в) неинвертирующий каскад с делителем в ООС*  $1+\frac{Z_0(s)}{Z_1(s)}$
1	R_1	R_0	$-\frac{R_0}{R_1}$	$\frac{R_0}{R_0+R_1}$	$1+\frac{R_0}{R_1}$
2	R_1	C_0	$-\frac{1}{T_{10}s}$	$\frac{1}{1+T_{10}s}$	$\frac{1+T_{10}s}{T_{10}s}$

Рис 13.

5 Использование программы WorkBench

5.1 Синтез и сборка схемы моделирования на ОУ в EWB

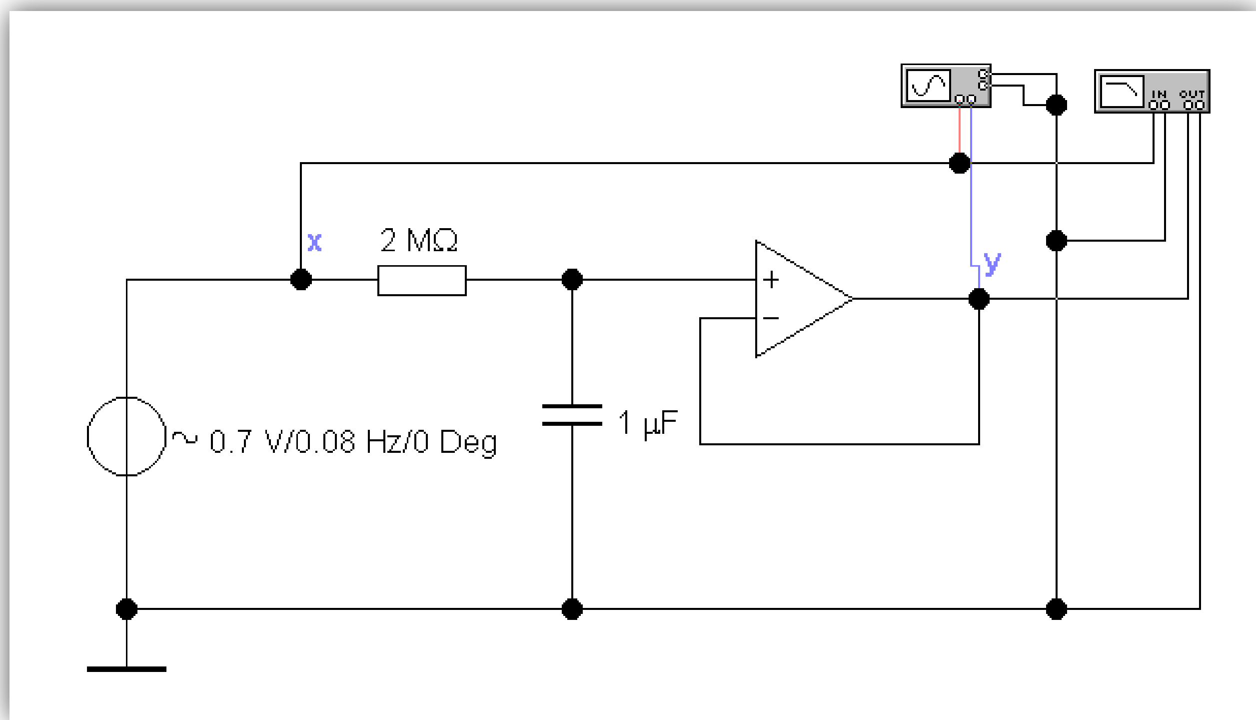


Рис 14.

5.2 Исследование частотных характеристик

Заполним таблицу значений логарифмического усиления L, линейного усиления A и фазового сдвига φ для средних, низких и высоких частот.

Частота сопряжения $\omega_c = \frac{1}{T} = \frac{1}{2} = 0.5\,\frac{\text{рад}}{\text{с}} = \frac{0,5}{2\pi}$ ГЦ≈0,08 ГЦ=f_{cp} - это средняя частота. $T_\text{к} = 2\pi T \approx 12.6$ сек

Низкая частота $f_\text{н} = 0,1 * f_\text{ср}$ ≈0,008 ГЦ. $T_\text{к} =\approx 126$ сек

Высокая частота $f_\text{в} = 10 * f_\text{ср}$ ≈0, 8 ГЦ. $T_\text{к} =\approx 1.26$ сек

Для этого на генераторе гармонических колебаний установим

- амплитуду Ax=1B,
- значение напряжения установим равное значению действующего напряжения,
- фазу сигнала равную 0°

и поочередно будем менять значение частоты.

<u>Действующее значение переменного тока</u> равно величине такого постоянного тока, который за время, равное одному периоду переменного тока, произведёт такую же работу, что и рассматриваемый переменный ток.

Работа постоянного тока равна:

$$A = \int_0^T U_\text{д} I_\text{д} dt = \int_0^T \frac{{U_\text{д}}^2}{R} dt$$

Работа переменного тока равна:

$$A = \int_0^T UI\,dt = \int_0^T \frac{{U_m}^2 * sin^2(\omega t)}{R} dt$$

Тогда,

$$\int_0^T \frac{{U_\text{д}}^2}{R} dt = \int_0^T \frac{{U_m}^2 * sin^2(\omega t)}{R} dt$$

$$\int_0^T {U_\text{д}}^2 dt = \int_0^T {U_m}^2 * sin^2(\omega t)\,dt$$

$${U_\text{д}}^2 T = \frac{-{U_m}^2 * (sin(2\omega T) - 2T\omega)}{4\omega}$$

$$U_\text{д} = \sqrt{\frac{-{U_m}^2 * (sin(2\omega T) - 2T\omega)}{4\omega T}}$$

Среднее значение функции $sin(2\omega T)$ за период колебания равно нулю, поэтому

$$U_\text{д} = \sqrt{\frac{{U_m}^2 * 2T\omega}{4\omega T}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = U_m * 0,707$$

На осциллографе строятся графики входного $x(t) = A_x sin(2\pi f t)$ и выходного $y(t) = A_y sin(2\pi f t)$, по которым в установившемся режиме измеряются амплитуда A_y, фазовый сдвиг φ, и вычисляется коэффициент усиления $A = A_y / A_x$.

Время установления t_y=3T=3*2=6(c).

Приведем графики для 3 частот с измерениями после времени установления.

- Низкая частота

Значение амплитуды получим с помощью инструмента «Analysis Graphs».

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{989.9217\, mV}{989.9817\, mV} \approx 0{,}99$$

- Общий график

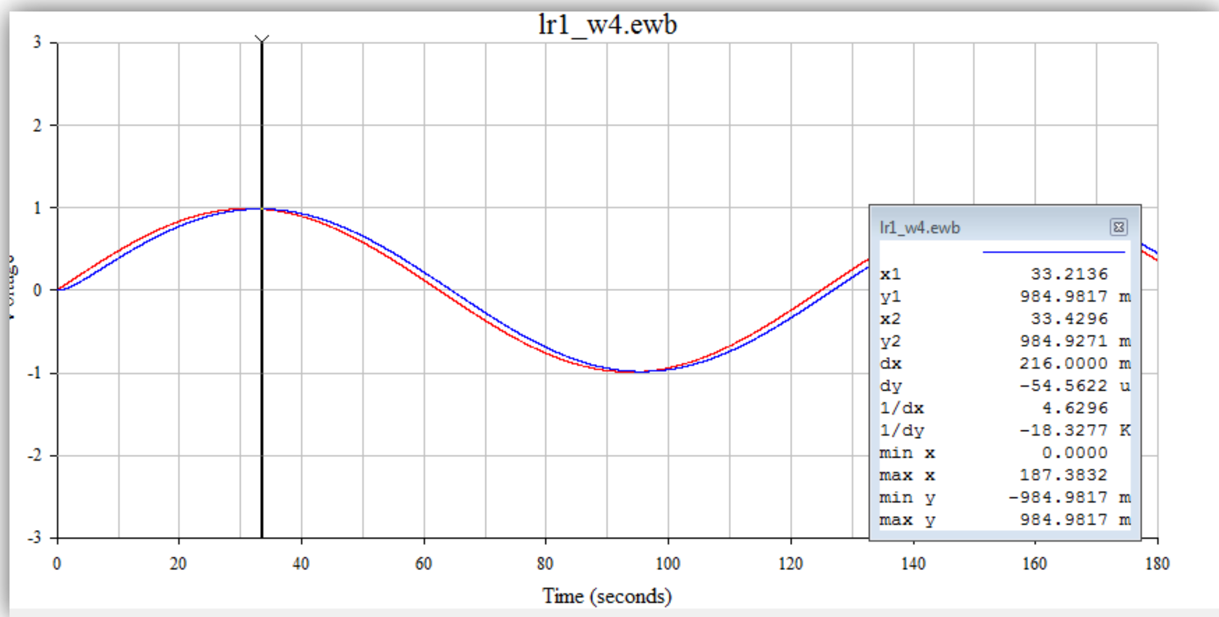


Рис 15.

Для повышения точности измерения фазового сдвига используем окно осциллографа.

$\varphi = -\Delta t * f * 360°$, значит необходимо узнать Δt. Увеличим масштаб графиков до 20мВ на деление. Установим движки на те моменты, когда графики пересекают ось времени. Тогда Δt будет равно T_2-T_1=1,944 сек.

- Моменты времени, когда x(t)=0 и y(t)=0

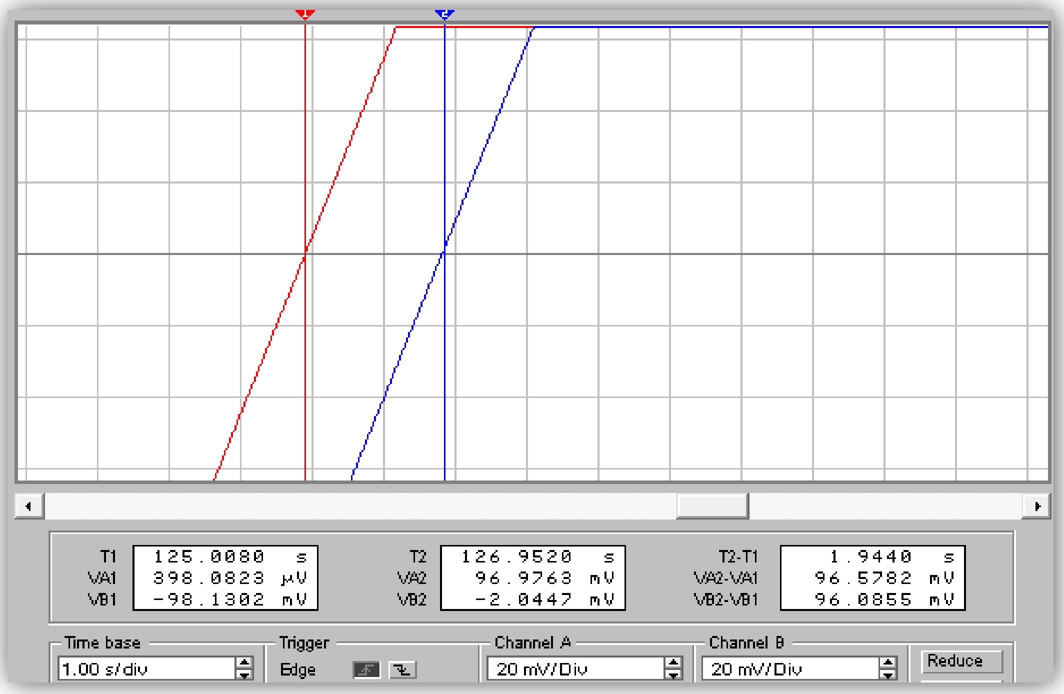


Рис 16.

$\varphi = -\Delta t * f * 360° \approx -5{,}59°$

$L = 20\lg(A) \approx -0{,}08$ Дб

❖ Средняя частота

- Общий график

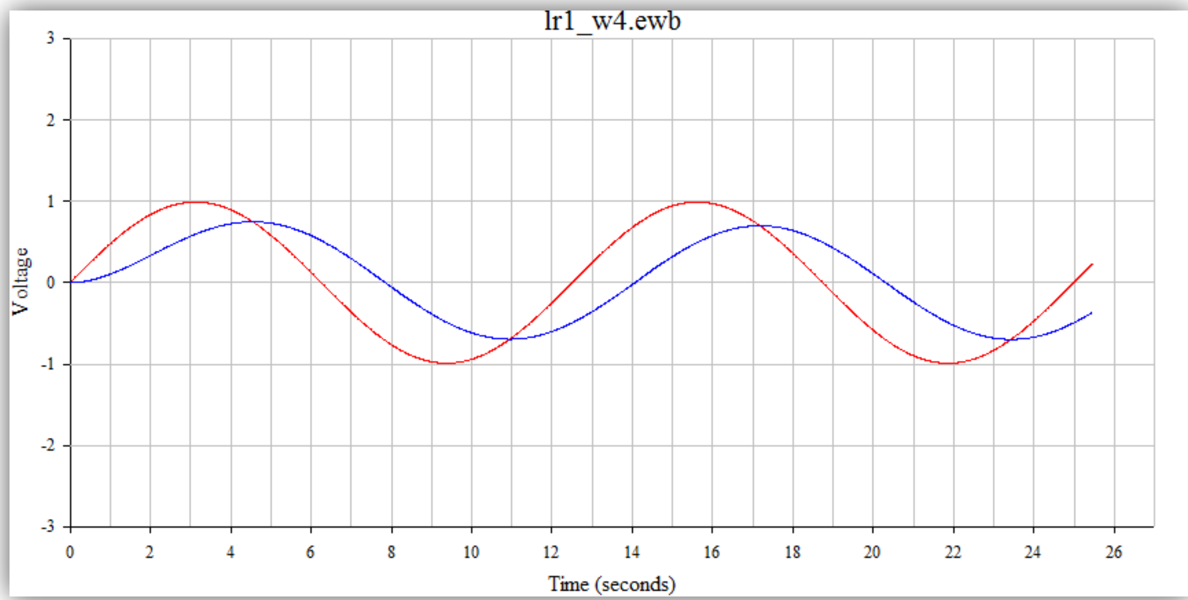


Рис 17.

- Моменты времени, когда x(t)=0 и y(t)=0

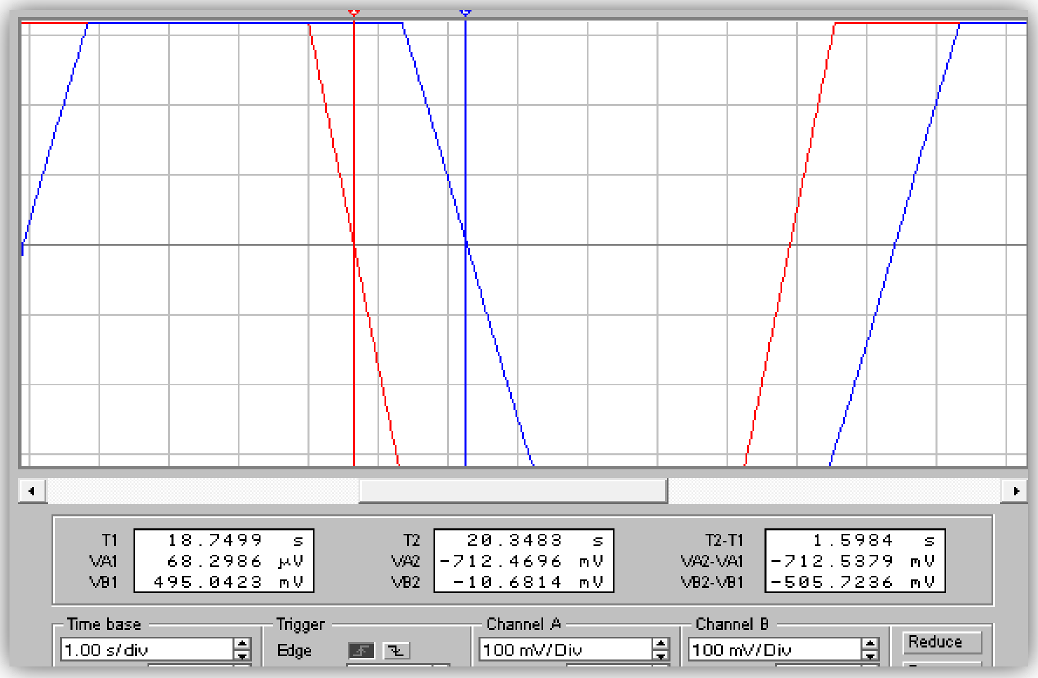


Рис 18.

- Моменты времени, когда x(t)=Ax и y(t)=Ay

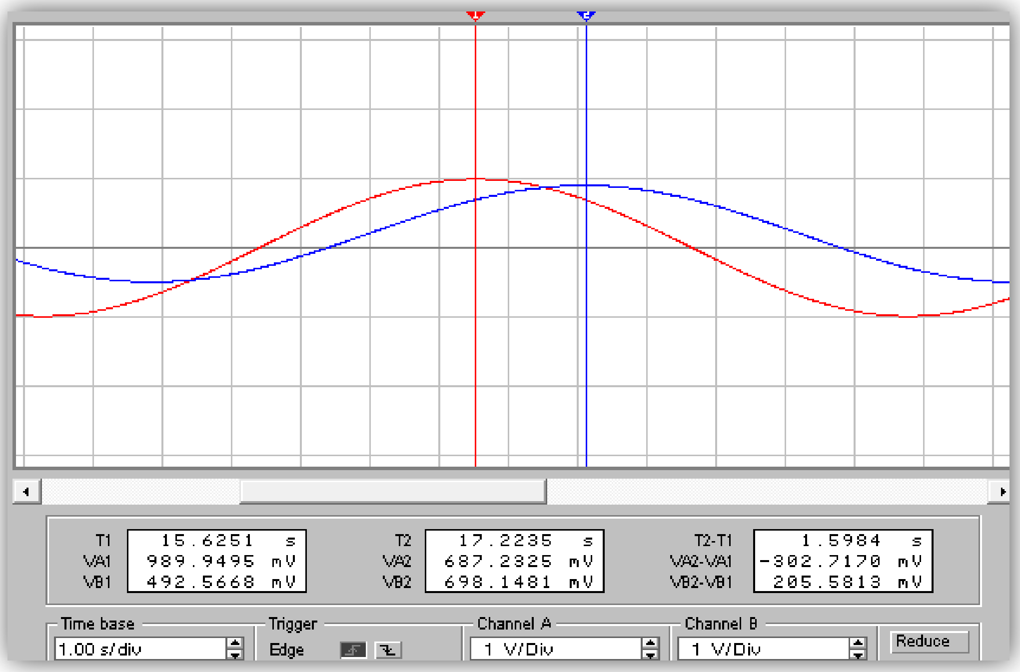


Рис 19.

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{698.1481\ mV}{989.9495\ mV} \approx 0.705$$

$\Delta t = 1{,}5984$ сек $\qquad \varphi = -\Delta t * f * 360° \approx -46{,}03°$

$L = 20\lg(A) \approx -3{,}03$ дБ

❖ Высокая частота

- Общий график

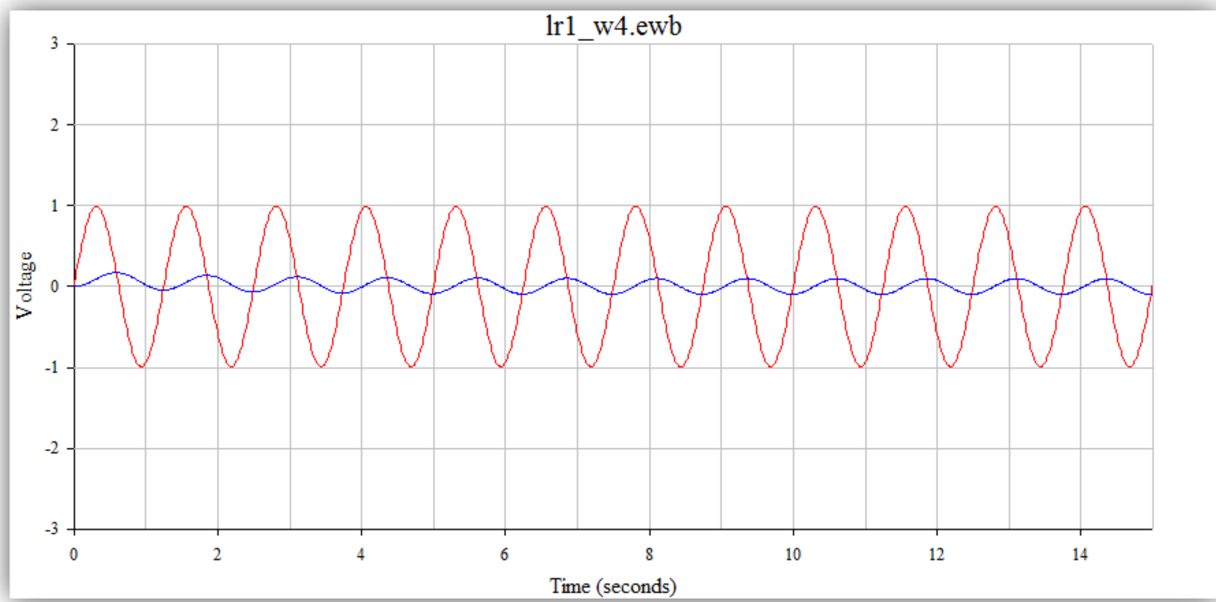


Рис 20.

- Моменты времени, когда x(t)=0 и y(t)=0

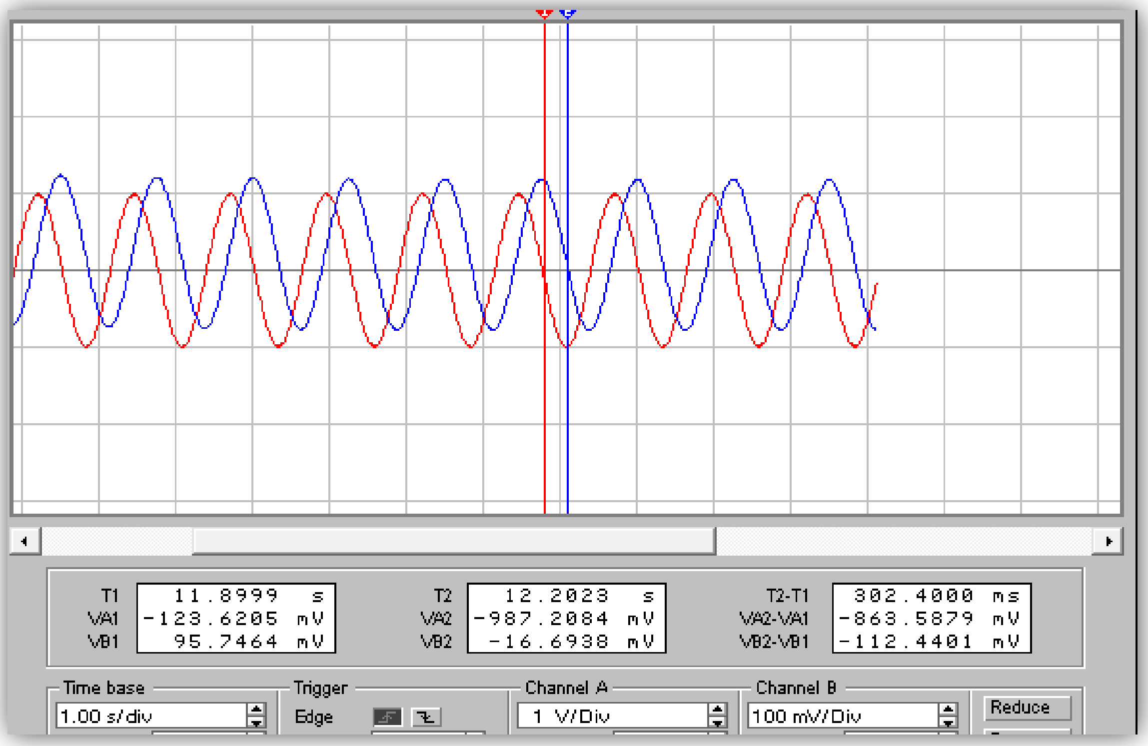


Рис 21.

- Моменты времени, когда x(t)=Ax и y(t)=Ay

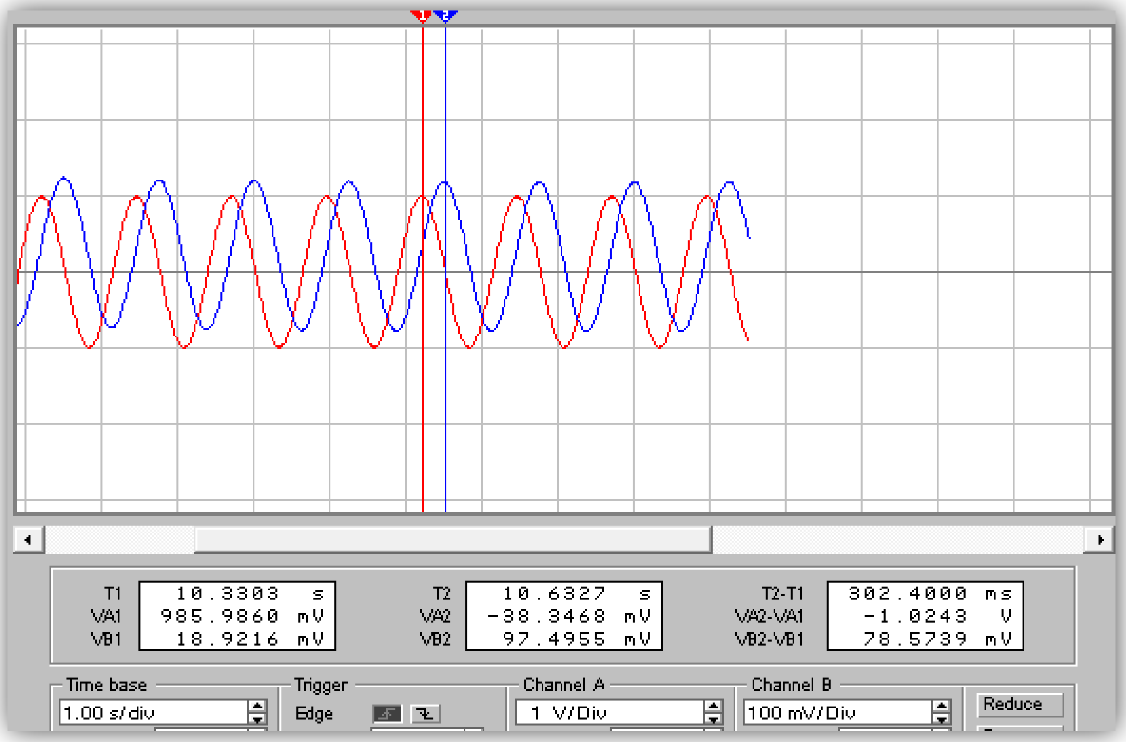


Рис 22.

$$A = \frac{A_y}{A_x} = \frac{97.4955\,mV}{989.9495\,mV} \approx 0.099$$

$$\Delta t = 0{,}3024 \text{ сек} \qquad \varphi = -\Delta t * f * 360° \approx -87.09°$$

$$L = 20\lg(A) \approx -20{,}09 \text{ дБ}$$

Частота, Гц	L, ДБ	A	φ, °
$f_н \approx 0{,}008$	−0,08	0,99	−5,59
$f_{ср} \approx 0{,}08$	−3,03	0.705	−46, 03
$f_в \approx 0{,}8$	−20,09	0.099	−87.09

Таблица 1.

<u>Объяснение свойств выходного сигнала:</u> Собранная схема является фильтром нижних частот. Фильтр нижних частот (ФНЧ) — фильтр, эффективно пропускающий частотный спектр сигнала ниже некоторой частоты (частоты среза) и подавляющий частоты сигнала выше этой частоты.

При частоте $f_н$=0,008 Гц выходной сигнал y(t) копирует сигнал x(t) с небольшим отставанием.

При частоте $f_{ср}$=0,08 Гц линейный коэффициент усиления равен 0,71 – низкие частоты пропускаются через фильтр, а средние частоты уменьшаются в $\sqrt{2}$ раза.

При высокой частоте 0,8 Гц сигнал на выходе составляет ≈ одну десятую входного сигнала – высокие частоты не пропускаются через фильтр.

Электронные фильтры нижних частот используются на входах сабвуферов и других типов громкоговорителей, чтобы блокировать высокие тона, которые они не могут эффективно воспроизводить. В радиопередатчиках используются фильтры нижних частот для блокирования гармонических излучений, которые могут создавать помехи другим средствам связи.

<u>Объяснение свойств выходного сигнала при высокой частоте:</u>

«Растянем» выходной сигнал y(t) в 10 раз. Как можно увидеть на графике, выходной сигнал «сползает» по оси напряжения после времени установления(6 сек).

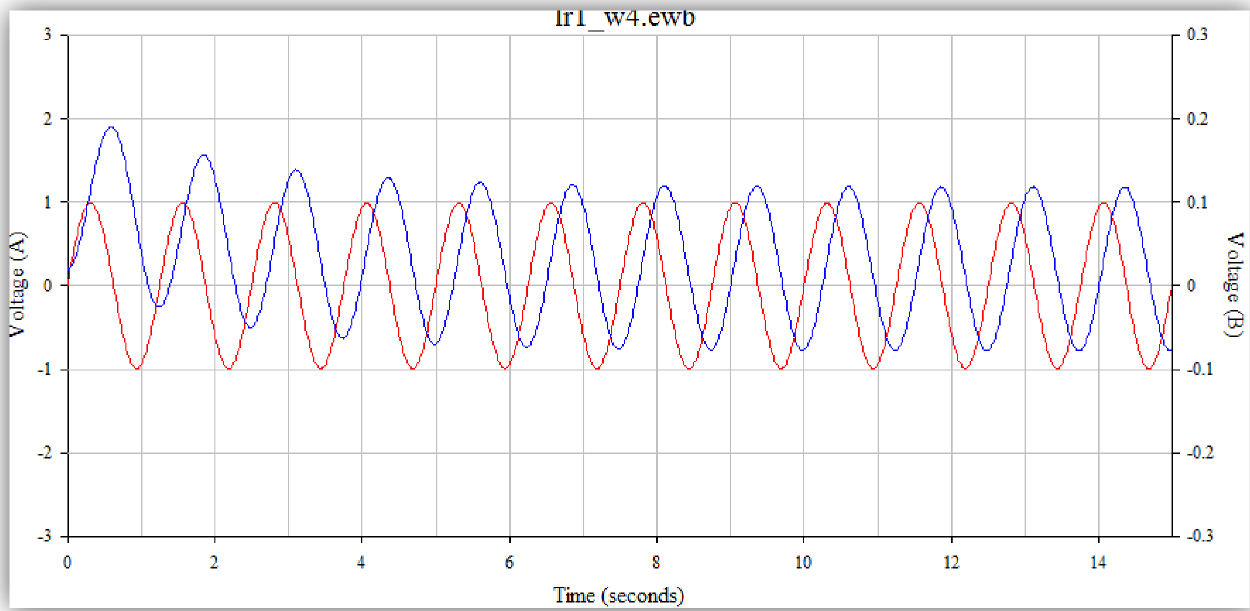


Рис 23.

Выведем формулу выходного сигнала.

$$Y(s) + 2s * Y(s) = X(s)$$

Оригинал $x(t) = \sin(\omega t) \rightarrow$ Изображение $X(s) = \dfrac{T}{1 + T^2 s^2}$

$$Y(s) * (1 + 2s) = \frac{T}{1 + T^2 s^2}$$

$$Y(s) = \frac{T}{(1 + T^2 s^2)(1 + 2s)}$$

Вычислим значение y(t) с помощью Mathcad.

$$Y(s) := \frac{T}{\left(1 + T^2 \cdot s^2\right) \cdot (1 + 2s)} \rightarrow \frac{2}{\left(4 \cdot s^2 + 1\right) \cdot (2 \cdot s + 1)}$$

$$y(t) := Y(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace}, s \\ \text{float}, 3 \end{array} \right. \rightarrow -0.5 \cdot \cos(0.5 \cdot t) + 0.5 \cdot e^{-0.5 \cdot t} + 0.5 \cdot \sin(0.5 \cdot t)$$

В формуле выходного сигнала как слагаемое присутствует экспонента в отрицательной степени. Колебания происходят относительно значения экспоненты. При уменьшении значения экспонаты, график «сползает» вниз.

5.3 Сравнение полученных значений с графиками, построенными в Mathcad

Для проверки соответствия данных, полученных двумя способами, воспользуемся функцией «Трассировка» в программе Mathcad.

❖ **<u>Низкая частота</u>**

$f_н$≈0,008 Гц≈ 0,05 Рад/с

- Линейное усиление – Значение совпадает.

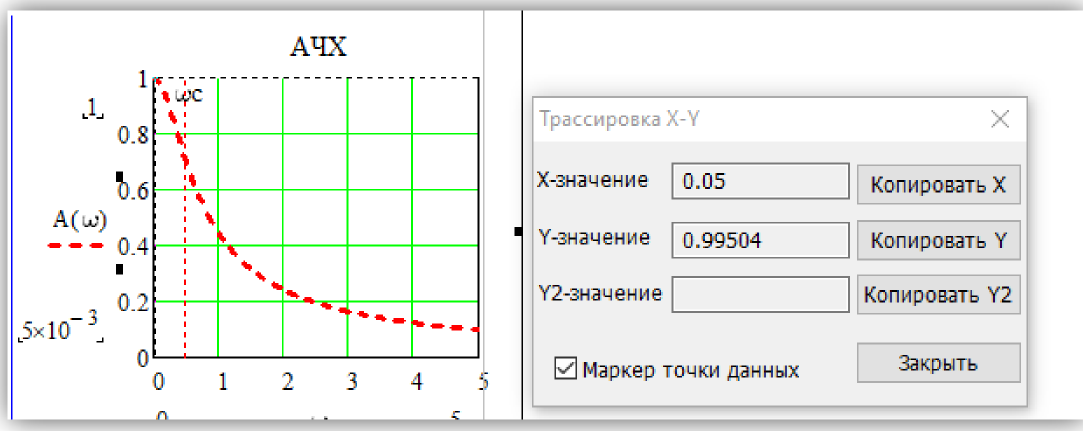


Рис 24.

- Логарифмическое усиление – Значение совпадает.

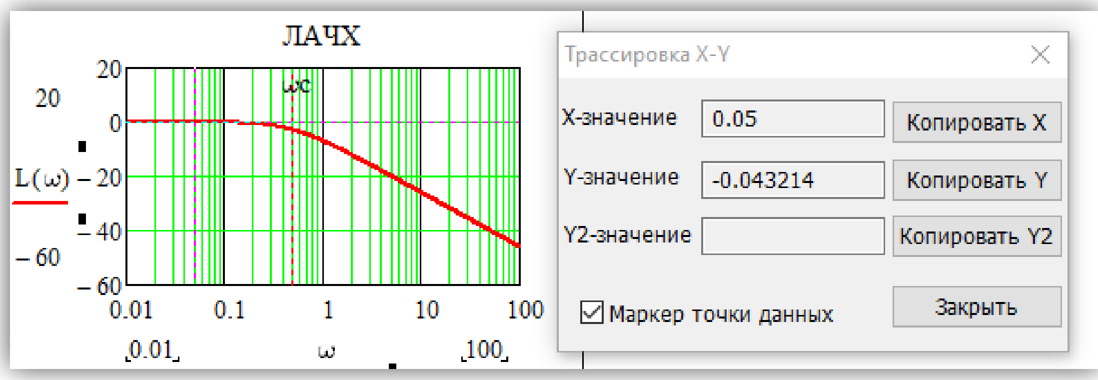


Рис 25.

- Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

Рис 26.

❖ **<u>Средняя частота</u>**

$f_{ср}$≈0,08 Гц≈ 0,5 Рад/с

- Линейное усиление – Значение совпадает.

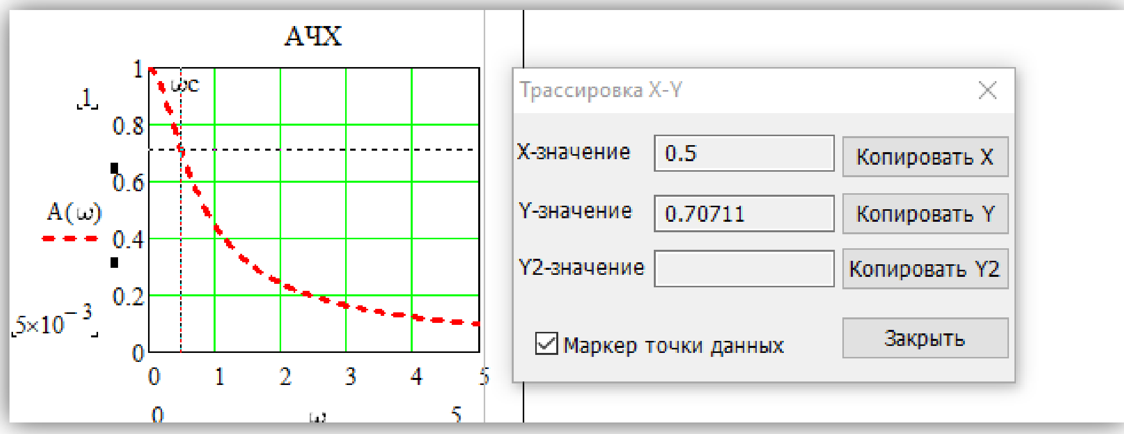


Рис 27.

- Логарифмическое усиление – Значение совпадает

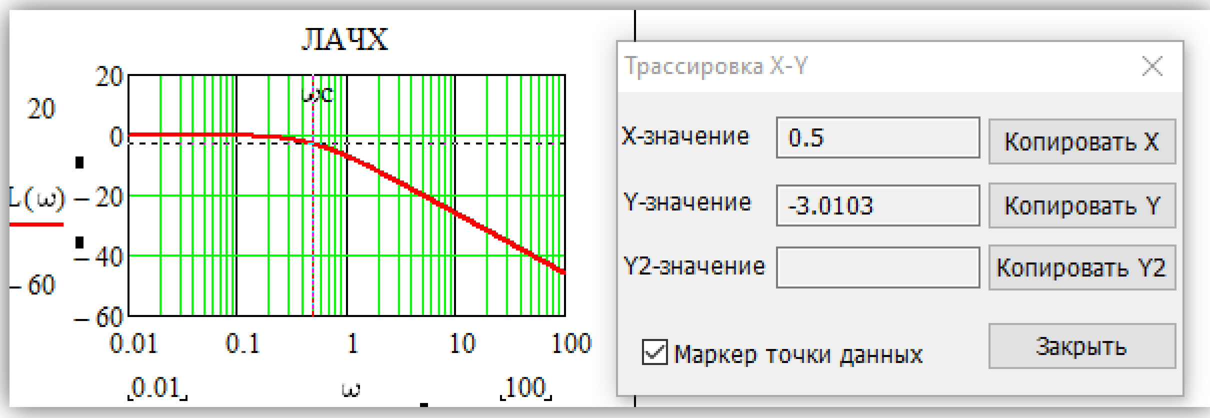


Рис 28.

• Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

Рис 29.

❖ **<u>Высокая частота</u>**

$f_в$≈0,8 Гц≈ 5 Рад/с

• Линейное усиление – Значение совпадает.

Рис 30.

• Логарифмическое усиление – Значение совпадает

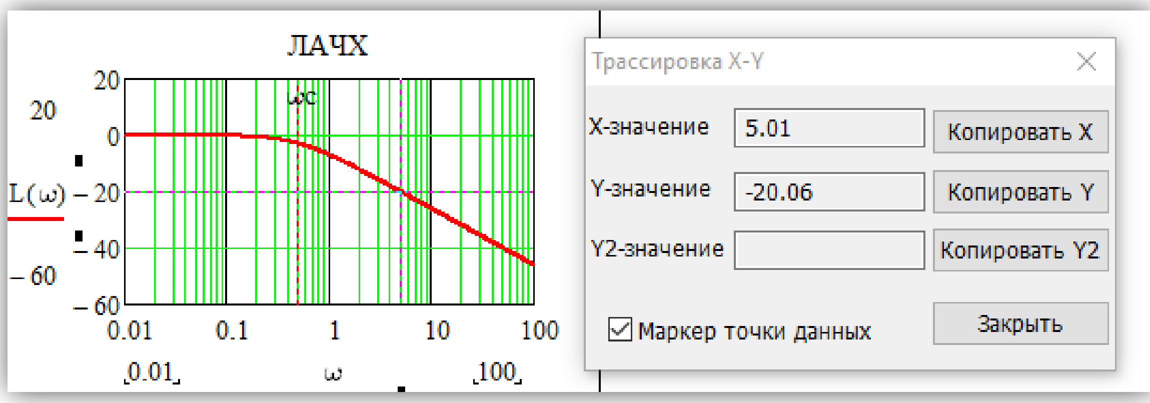


Рис 31.

- Фазовый сдвиг – Значение совпадает.

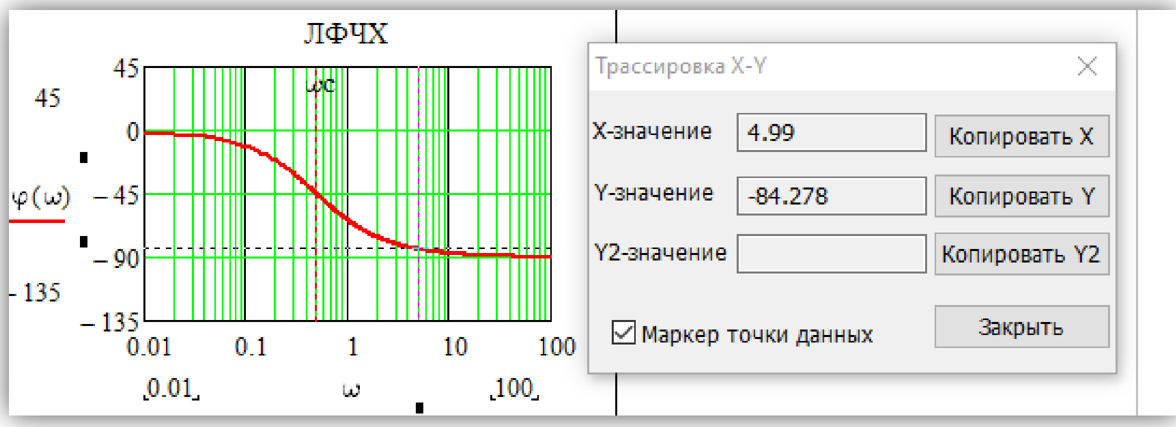


Рис 32.

5.4 Исследование временных характеристик

Исследуем реакции типового звена на негармонические входные воздействия — функции Дирака δ(t) и Хевисайда 1(t). Для этого подключим к схеме импульсный генератор.

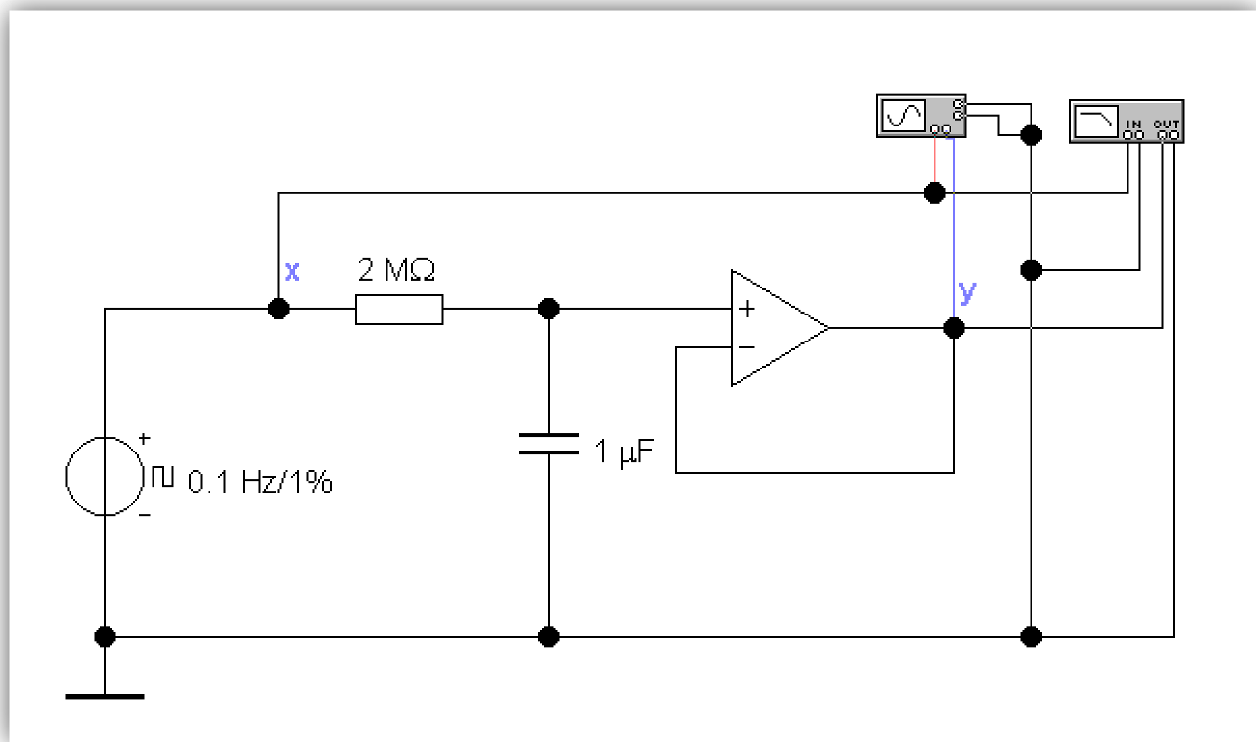


Рис 33.

Для формирования <u>функции Дирака</u> установим следующие параметры генератора:

- <u>Частота</u> – <u>0,1 Гц</u>. Период импульсов должен быть больше времени установления ≈ в 1,5 раза, чтобы можно было увидеть реакцию на функцию Дирака. Время установления равно 3T=6c, период импульсов при выбранной частоте будет равен 10 с.

❖ Коэффициент заполнения - характеристика импульсных систем, определяющая отношение длительности импульса к периоду следования (повторения) импульсов. Установим 1% т.к. нам нужен максимально короткий импульс.

❖ Напряжение. Интеграл функции Дирака должен быть равен единице. Интеграл – площадь под графиком. Для обеспечения этого условия установим напряжение равное 10 В.

В промежутке между соседними импульсами на выходе схемы формируется *приближение к импульсной характеристике w(t)*, поскольку. реальную дельта-функцию получить невозможно - значение напряжения не может быть в один момент равно нулю и бесконечности.

Полученный график (Рис 34) совпадает с графиком, построенным с помощью Mathcad (Рис 7).

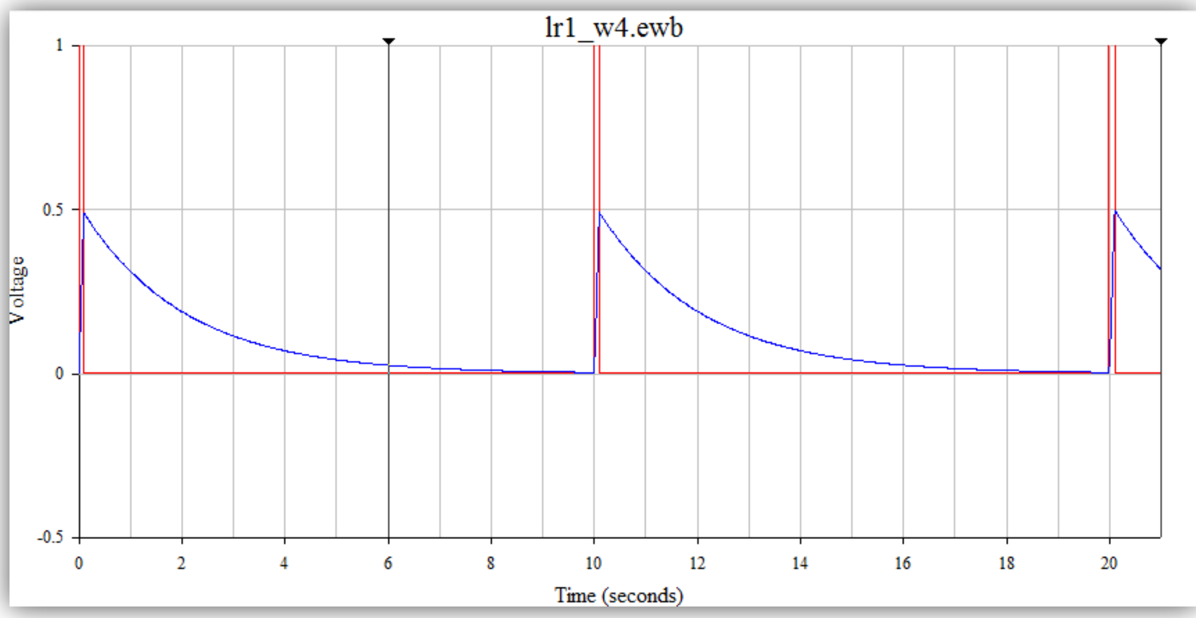


Рис 34.

Для формирования функции Хевисайда установим следующие параметры генератора:

❖ Частота – 0,1 Гц.

❖ Коэффициент заполнения - 100%. Поскольку значение функции при значении времени >0 должно быть равно единице.

❖ Напряжение – установим напряжение равное 1В.

Полученный график (Рис 35) совпадает с графиком, построенным с помощью Mathcad (Рис 9).

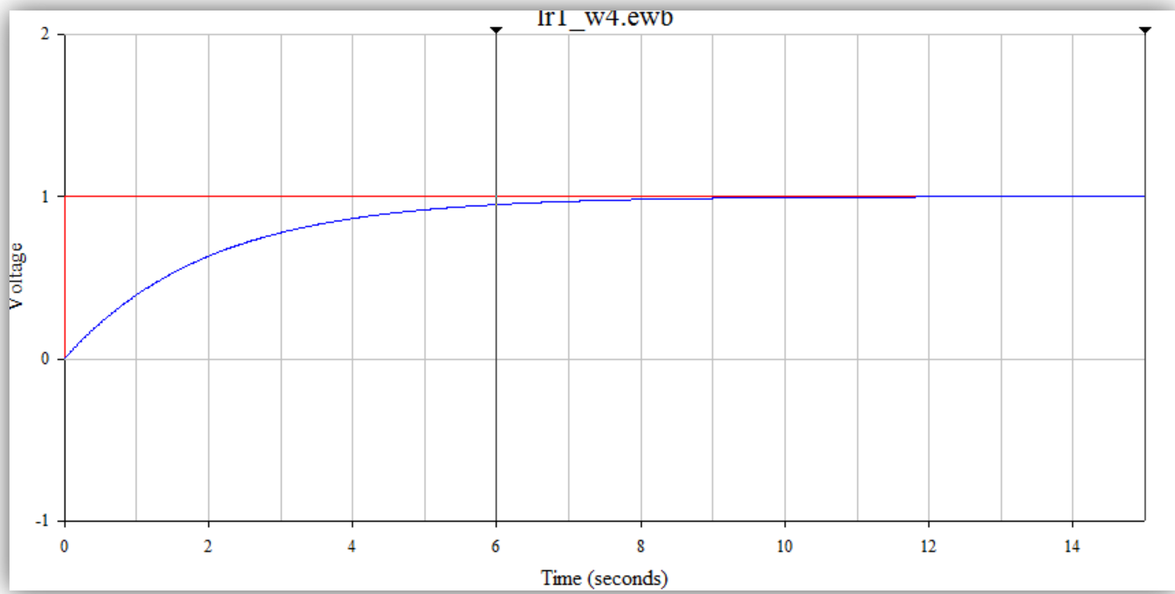


Рис 35.

Вертикальные движки на рис.34, 35 показывают время установления t_y=6с.