

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

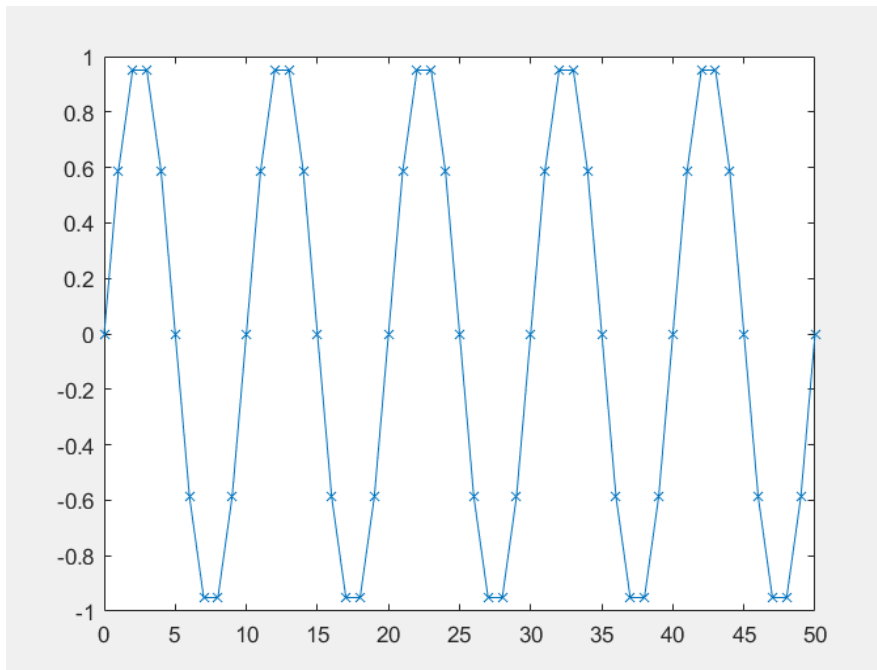
Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

Άσκηση 1

Ερώτηση 1 (α) Τι παρατηρείτε εάν αντί για $T_s=0.02s$ ή $0.05s$ θέσετε $T_s=0.1s$; Αιτιολογήστε την απάντησή σας

Απάντηση:

Για $T=0.02s$ έχουμε το ακόλουθο σήμα:

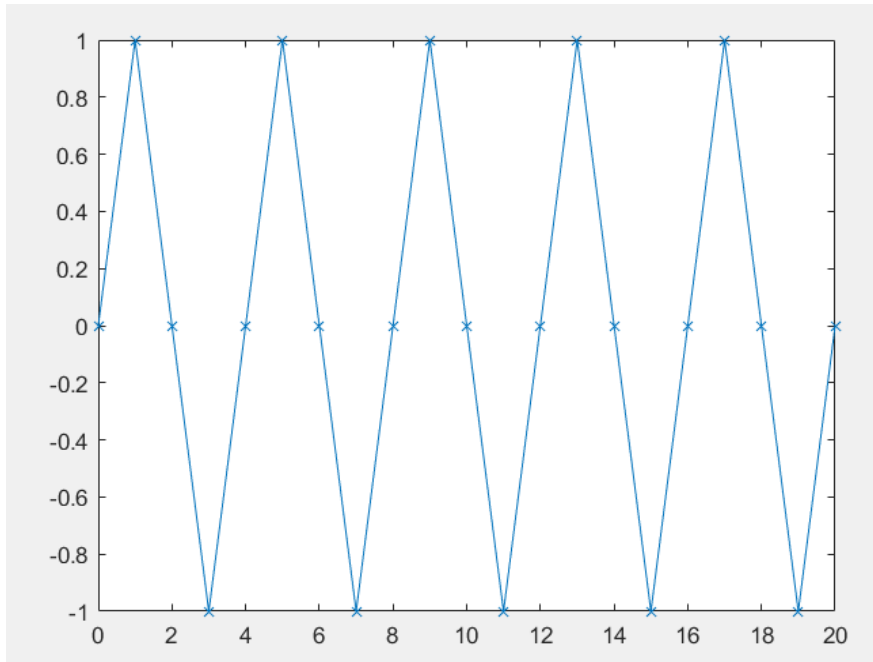


Για $T=0.05s$ έχουμε το παρακάτω σήμα διακριτού χρόνου:

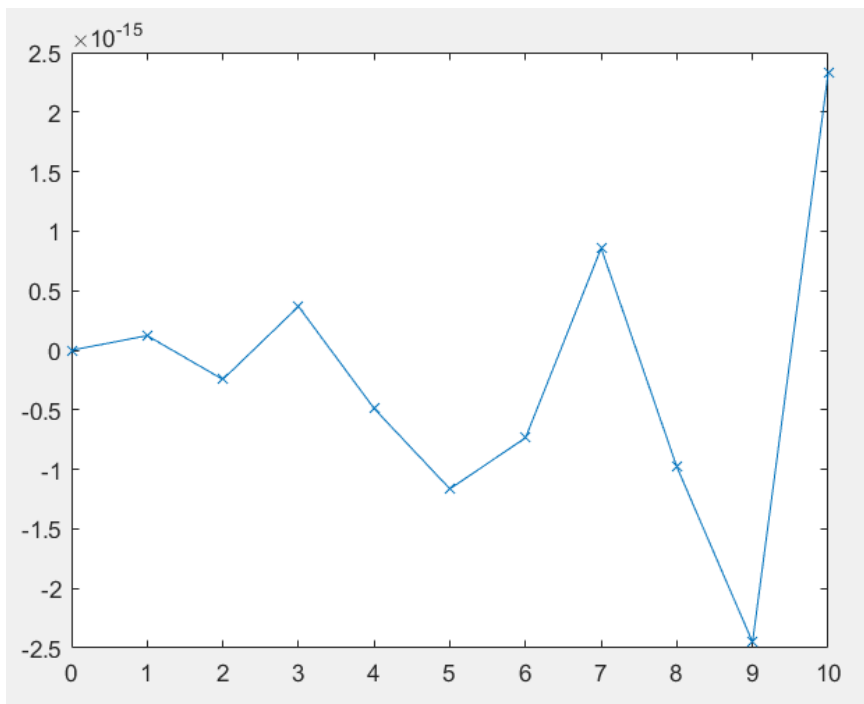
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----



Για $T=0.1s$ το σήμα είναι το εξής:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

Για $T=0.02s$ και $T=0.05s$, το σήμα διακριτού χρόνου που εμφανίζεται έχει φυσιολογική μορφή, αφού ισχύει $f_s > 2f_0$. Παρατηρούμε, όμως, πως για $T=0.1s$, έχουμε $f_s=\frac{1}{T}=10Hz$ και $f_0=5Hz$, επομένως ισχύει $f_s=2f_0$. Στην περίπτωση της ισότητας στη σχέση $f_s \geq 2f_0$ στα ημιτονικά σήματα, προκύπτει αναδίπλωση.

Ερώτηση 2 (β) Πώς επηρεάζει η συχνότητα δειγματοληψίας την ποιότητα ανακατασκευής του σήματος; Για κάθε συνάρτηση ανακατασκευής χρησιμοποιήστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα, ανάμεσα στο αρχικό και το ανακατασκευασμένο σήμα, και την τυπική απόκλιση, ως μετρικές ποιότητας ανακατασκευής (δείτε στο m-file που σας δίνεται για τον ορισμό τους).

Απάντηση:

Τα αποτελέσματα καταγράφηκαν με τη σειρά που ζητούνται στο pdf και όχι με τη σειρά που εμφανίζονται στη matlab. Δηλαδή η σειρά των αποτελεσμάτων είναι η ακόλουθη: sinc, rectangular, triangular, spline.

T_s	MSE_1, STD_1	MSE_2, STD_2	MSE_3, STD_3	MSE_4, STD_4
0.02s	0.0001, 0.0111	0.0165, 0.1285	0.0006, 0.0253	0.0000, 0.0004
0.05s	0.0026, 0.0511	0.0997, 0.3158	0.0227, 0.1509	0.0017, 0.0412
0.1s	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071	0.4995, 0.7071

Παρατηρούμε πως, ανεξάρτητα από τη συνάρτηση ανακατασκευής του σήματος που χρησιμοποιείται, παρατηρείται αύξηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και της τυπικής απόκλισης με ελάττωση της συχνότητας, δηλαδή με αύξηση της T_s . Συνεπώς, η ποιότητα ανακατασκευής του σήματος μειώνεται με ελάττωση της συχνότητας. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι για $T_s=0.02s$ και $T_s=0.05s$ η spline έχει μικρότερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τυπική απόκλιση συγκριτικά με τις υπόλοιπες συναρτήσεις ανακατασκευής και η rectangular έχει το μεγαλύτερο μέσο τετραγωνικό σφάλμα και τυπική απόκλιση, ενώ για $T_s=0.1s$ τα αποτελέσματα είναι ίδια για όλες τις συναρτήσεις ανακατασκευής.

Ερώτηση 3 (γ) Σχολιάστε τον ρόλο της αρχικής φάσης του σήματος του ερωτήματος (γ).

Απάντηση:

Παρατηρούμε πως, παρόλο που η συχνότητα δειγματοληψίας είναι ίδια με τα παραπάνω ερωτήματα, τα αποτελέσματα της ανακατασκευής είναι διαφορετικά. Αυτό συμβαίνει καθώς η αρχική φάση μετατοπίζει το σήμα στον άξονα x κατά $\pi/4$, το οποίο έχει ως αποτέλεσμα το αναλογικό σήμα, να συναντά τις συναρτήσεις δειγματοληψίας σε διαφορετικά σημεία από τη πρώτη περίπτωση. Έτσι, τα σήματα ανακατασκευής μπορούν να σχηματιστούν, όπως φαίνεται στα figures που προκύπτουν αν εκτελέσουμε τη `sampling_reconstruction(0.1,5,pi/4)`.

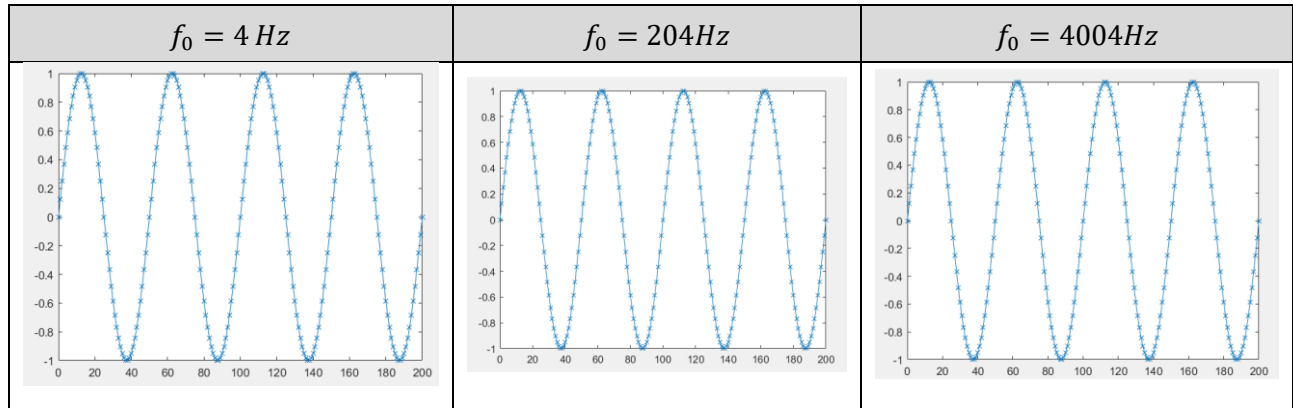
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

Ερώτηση 4 (δ) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα με τα δικά σας γραφήματα.

Απάντηση:



Ερώτηση 5 (δ συνέχεια) Τι παρατηρείτε στις παραπάνω γραφικές παραστάσεις σας; Ποιά η συχνότητα των ανακατασκευασμένων σημάτων; Εξηγήστε.

Απάντηση:

Παρατηρούμε ότι και οι τρεις παραπάνω γραφικές παραστάσεις είναι ίδιες. Είναι $T_s = 1/f_s = 1/0.005 = 200 \text{ Hz}$.

Για $f_0 = 4 \text{ Hz}$ ισχύει $f_0 < f_s$, άρα το σήμα δειγματοληπτείται κανονικά.

Για $f_0 = 204 \text{ Hz}$ ισχύει $f_0 > f_s$ και το σήμα αναδιπλώνεται σε $f_0' = f_0 - \left\lfloor \frac{f_0}{f_s} \right\rfloor f_s = 204 - 200 = 4 \text{ Hz}$, επομένως το σήμα που προκύπτει ταυτίζεται με το σήμα με $f_0 = 4 \text{ Hz}$.

Για $f_0 = 4004 \text{ Hz}$ ισχύει $f_0 > f_s$ και το σήμα αναδιπλώνεται σε $f_0' = f_0 - \left\lfloor \frac{f_0}{f_s} \right\rfloor f_s = 4004 - 20 \cdot 200 = 4 \text{ Hz}$, επομένως το σήμα που προκύπτει ταυτίζεται με τα σήματα που προκύπτουν με τις άλλες δύο συχνότητες.

Ασκηση 2

Ερώτηση 1 (α.2) Υπολογίστε την απόκριση συχνότητας του συστήματος (μόνο θεωρητικά).

Απάντηση:

Το σύστημα δεν είναι αιτιατό, αφού λόγω του $x[n+1]$ εξαρτάται και από μελλοντικές χρονικές στιγμές. Επομένως, καθυστερούμε όλα τα δείγματα κατά ένα και η εξίσωση διαφορών που προκύπτει είναι η ακόλουθη:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

$$y[n] = x[n-1] - \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-2]$$

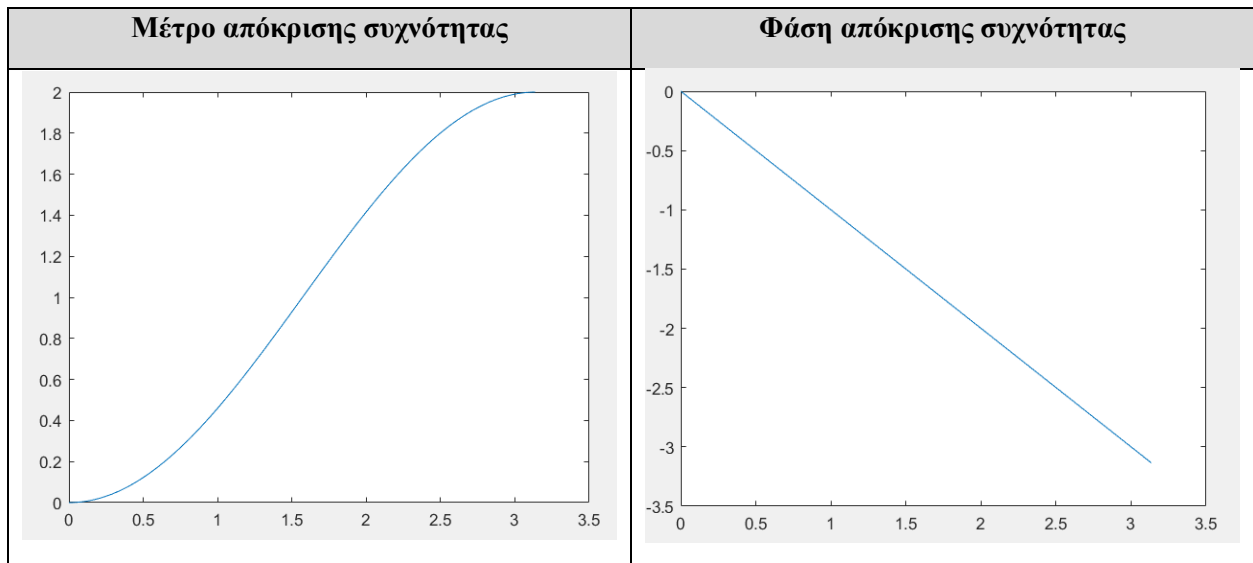
Η κρουστική απόκριση του συστήματος προκύπτει αν ως είσοδο θέσουμε την ακολουθία $\delta[n]$. Οπότε έχουμε $h[n] = \delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-2]$. Επειδή, για την ακολουθία Kronecker ισχύει

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}, \text{ η } h[n] \text{ που προκύπτει είναι η ακόλουθη: } h[n] = \begin{cases} -\frac{1}{2}, n = 0 \\ 1, n = 1 \\ -\frac{1}{2}, n = 2 \end{cases}.$$

Επομένως, εφαρμόζοντας μετασχηματισμό Fourier διακριτού χρόνου η απόκριση συχνότητας είναι η εξής $H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)e^{j\omega n} = -\frac{1}{2} + e^{-j\omega} - \frac{1}{2}e^{-2j\omega}$.

Ερώτηση 2 (β) Σχεδιάστε το μέτρο και τη φάση της απόκρισης συχνότητας (χρησιμοποιώντας της συνάρτηση *freqz()* της Matlab).

Απάντηση:



Ερώτηση 3 (γ) Ποιές συχνότητες του σήματος εισόδου διατηρεί το παραπάνω σύστημα;

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

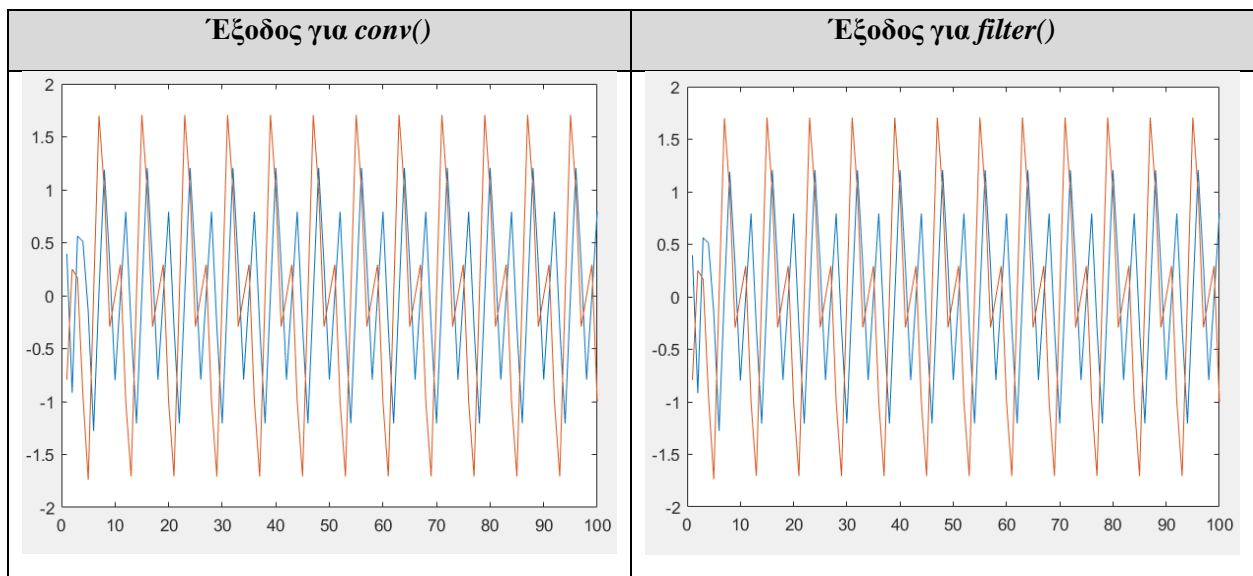
Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

Σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του μέτρου της απόκρισης συχνότητας, παρατηρούμε με βάση τις συχνότητες στον οριζόντιο άξονα, ότι το σύστημα διατηρεί τις υψηλές συχνότητες του σήματος εισόδου, οπότε είναι ένα υπερβατό φίλτρο.

Επιπλέον, αφού η γραφική παράσταση της φάσης της απόκρισης συχνότητας είναι γραμμική, παρατηρείται και η καθυστέρηση που έχουμε κατά ένα δείγμα.

Ερώτηση 4 (δ) Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις *conv()* και *filter()*, υπολογίστε και σχεδιάστε την έξοδο του συστήματος για την είσοδο $x[n]$ (μόνο για τα πρώτα 100 δείγματα). Με ποία από τις δύο συναρτήσεις μπορούμε να υλοποιήσουμε IIR φίλτρα;

Απάντηση:



Η συνάρτηση *conv()* παρουσιάζει τη γραμμική συνέλιξη, ενώ η *filter()* τη γραμμική συνέλιξη χωρίς μεταβατικά φαινόμενα. Τα IIR φίλτρα μπορούν να υλοποιηθούν με τη συνάρτηση *filter()*.

Ερώτηση 5 (ε) Σχεδιάστε το $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(x)))$ και $\text{abs}(\text{fftshift}(\text{fft}(y)))$.

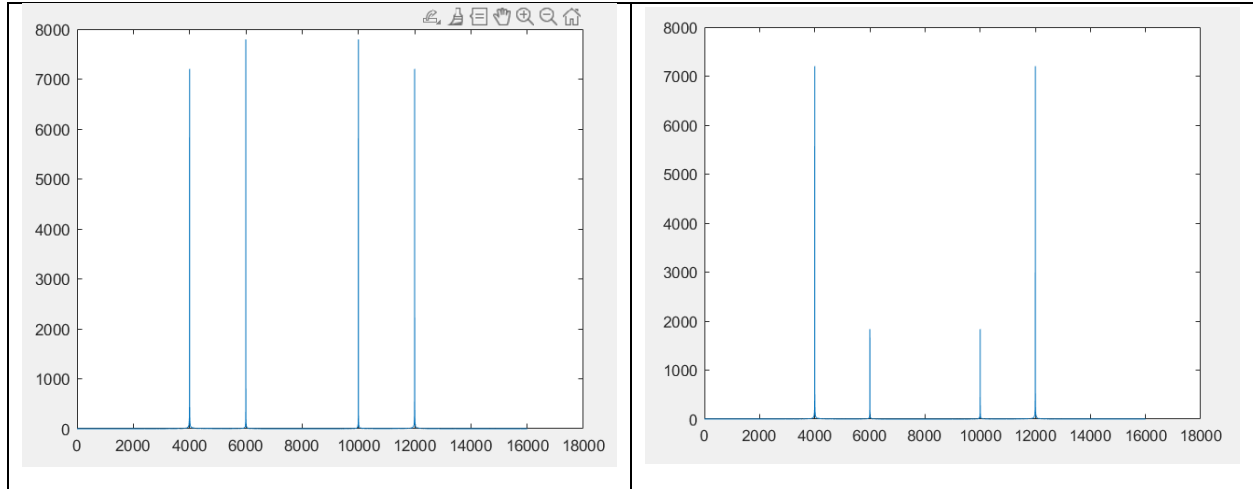
Απάντηση:

$ DFT\{x\} $	$ DFT\{y\} $
--------------	--------------

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----



Ερώτηση 6 (α) Ποιος μετασχηματισμός/αλγόριθμος υλοποιείται κάθε φορά και γιατί;

Απάντηση:

Η λειτουργία της συνάρτησης `fft()` εξαρτάται από το είδος της εισόδου που εκχωρείται. Για περιττό μήκος εισόδου εκτελείται εσωτερικά ο DFT, ενώ για άρτιο μήκος εισόδου εκτελείται εσωτερικά ο FFT. Επομένως, έτσι διαφέρει ο τρόπος υπολογισμού του αποτελέσματος.

Ερώτηση 6 (β) Καταγράψτε στον παρακάτω πίνακα τα αποτελέσματα σας για 10000 επαναλήψεις.

Μήκος Ακολουθίας N	Χρόνος Εκτέλεσης DFT (Μήκος Σήματος N-1)	Χρόνος Εκτέλεσης FFT (Μήκος Σήματος N)
2^6	0.000264	0.000169
2^7	0.000285	0.000221
2^8	0.000557	0.000487
2^9	0.000678	0.000212
2^{10}	0.000892	0.000266

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο πρώτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Δούρου Βασιλική Ευαγγελία	ΑΜ:	1072633	Έτος:	3ο
--------	---------------------------	-----	---------	-------	----

2^{11}	0.001018	0.001534
2^{12}	0.001160	0.001777
2^{13}	0.001435	0.002056
2^{14}	0.001696	0.001257
2^{15}	0.002021	0.003227