

Michał Chruściel
Tomasz Górny

Optymalizacja wielokryterialna

Sprawozdanie - zadanie 1

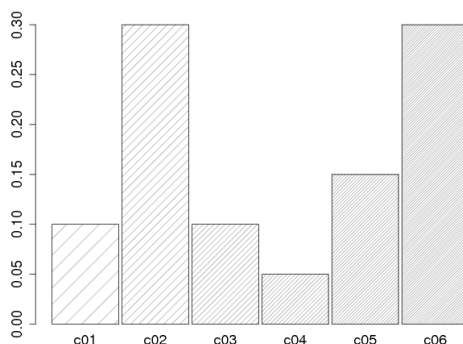
1. Wstęp

Zadaniem było wykonanie rankingu samochodów według określonych kryteriów. Do rozwiązania problemu został użyty program DIVIZ oraz metody ELECTRE III i WeightedSum. Oprogramowanie wymaga przedstawienia danych w odpowiednim formacie XML. Do tego celu został stworzony skrypt, który wybiera losowo 20 danych oraz rozdziela je w odpowiedniej formie na 4 pliki.

Plik alternatives.xml zawiera kolejne elementy, które zostaną poddane ocenie. W naszym przypadku jest to 20 samochodów. Plik criteria.xml to zbiór kryteriów według, których będą oceniane samochody. Dodatkowo zawiera informację o preferowanej wartości (max lub min) oraz o progach ind i pref. W weights.xml zapisane są wagi poszczególnych kryteriów. Suma wag wynosi 1. Plik performanceTable.xml zawiera dane o samochodach z wyszczególnieniem wartości dla poszczególnych kryterium.

Poniższy wykres reprezentuje wartości dla poszczególnych kryteriów, gdzie:

- C01 – to kryterium buying
- C02 – to kryterium maint
- C03 – to kryterium doors
- C04 – to kryterium persons
- C05 – to kryterium lug_boot
- C06 – to kryterium safety

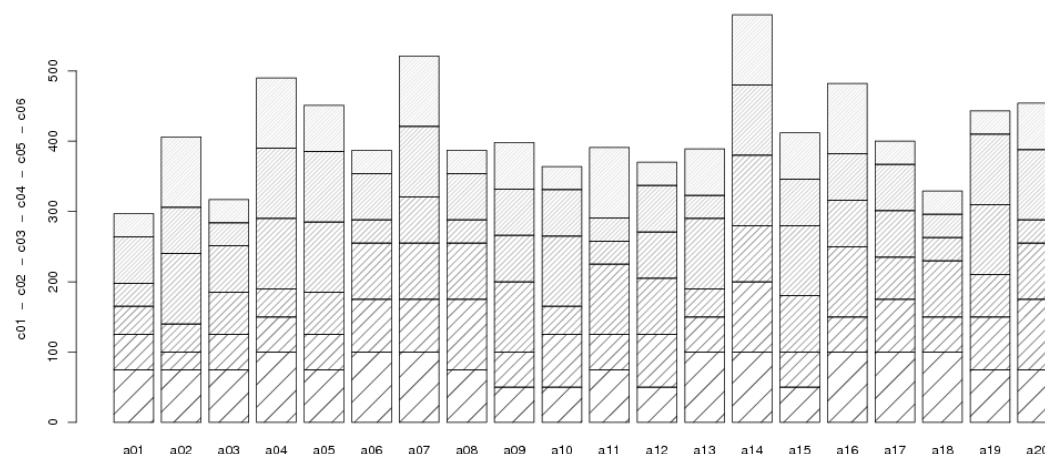


Rysunek 1. Wartości dla poszczególnych kryteriów.

Jak widać szukaliśmy samochodów, łatwych w utrzymaniu i bezpiecznych, z dość dużą pojemnością bagaży. Cena zakupu jak i ilość drzwi i pasażerów była dla nas mniej istotna.

Poniższy wykres reprezentuje wartości poszczególnych kryteriów dla 20 alternatyw.

{ a01, a02, a03, a04, a05, a06, a07, a08, a09, a10, a11, a12, a13, a14, a15, a16, a17, a18, a19, a20 }

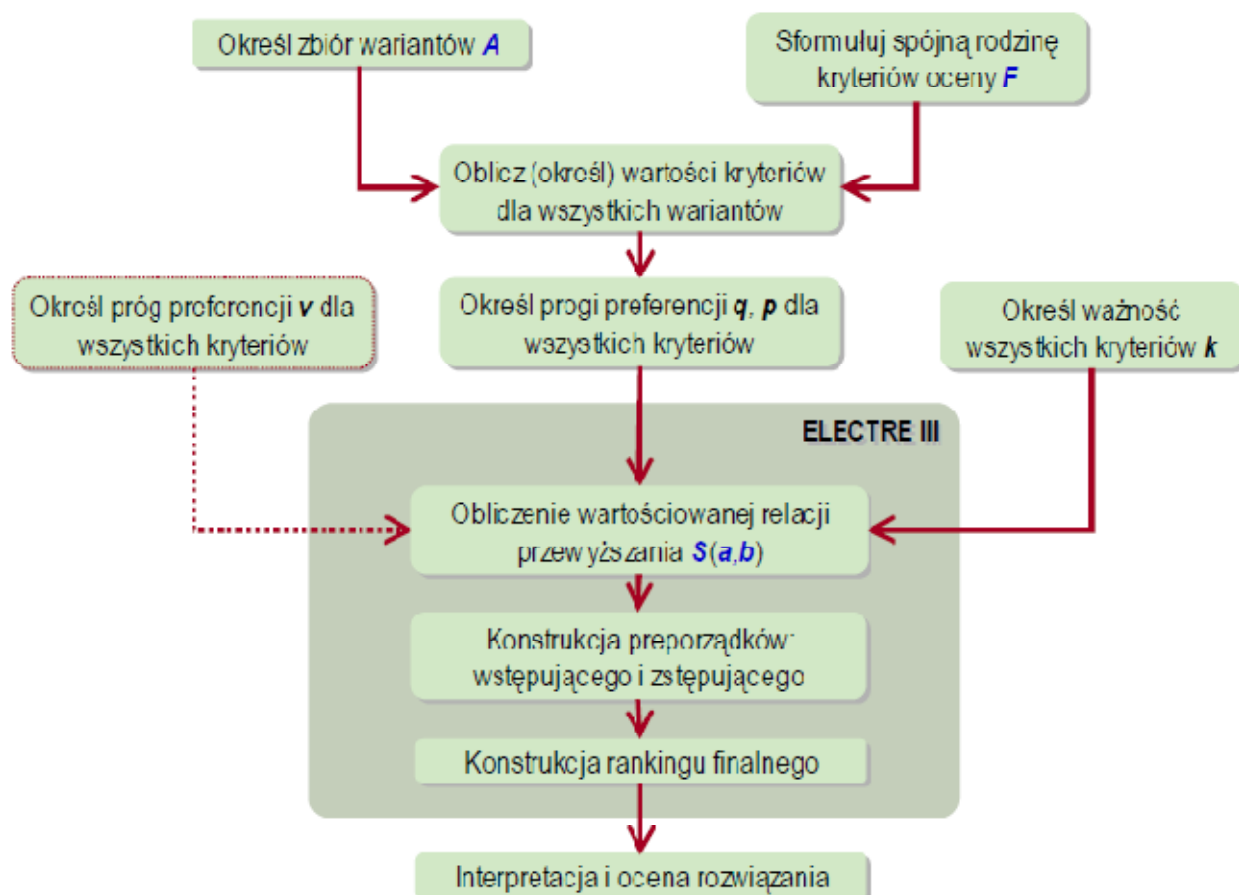


Rysunek 2. Wartości poszczególnych kryteriów dla alternatyw

2. Metoda ELECTRE III

Opis

Metoda ELECTRE buduje model preferencji na podstawie porównań parami wszystkich wariantów decyzyjnych: porównania mają za zadanie ujawnić częściowe ich uporządkowanie, zgodne z preferencjami podejmującego decyzję. Metoda wykorzystuje koncepcję testu zgodności i niezgodności. Poniższy schemat prezentuje algorytm zastosowania metody ELECTRE III.



Każde kryterium należy opisać za pomocą progów określających relacje między wariantami: próg nierozróżnialności, preferencji oraz weta. Dodatkowo każde kryterium ma przypisaną wagę. Dla każdej uporządkowanej pary (a, b) oblicza się współczynnik zgodności oraz współczynniki niezgodności. Współczynnik zgodności $c(a, b)$ może być traktowany jako zgodność z hipotezą, że wariant a przewyższa wariant b . Wyraża się wzorem:

$$c(a, b) = \frac{1}{W} \sum_{j=1}^n w_j c_j(a, b), \text{ gdzie } W = \sum_{j=1}^n w_j \text{ oraz}$$

$$c(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } g_j(a) + q_j(g_j(a)) \geq g_j(b), \\ 0 & \text{jeśli } g_j(a) + p_j(g_j(a)) \leq g_j(b), \\ \text{maleje liniowo w przedziale pomiędzy 0 a 1;} \end{cases}$$

Natomiast współczynnik niezgodności jako twierdzenie odrzucające twierdzenie o przewyższaniu wariantu b przez wariant a .

$$d_j(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } g_j(a) + p_j(g_j(a)) \geq g_j(b), \\ 1 & \text{jeśli } g_j(a) + v_j(g_j(a)) \leq g_j(b), \\ \text{maleje liniowo w przedziale pomiędzy 0 a 1.} \end{cases}$$

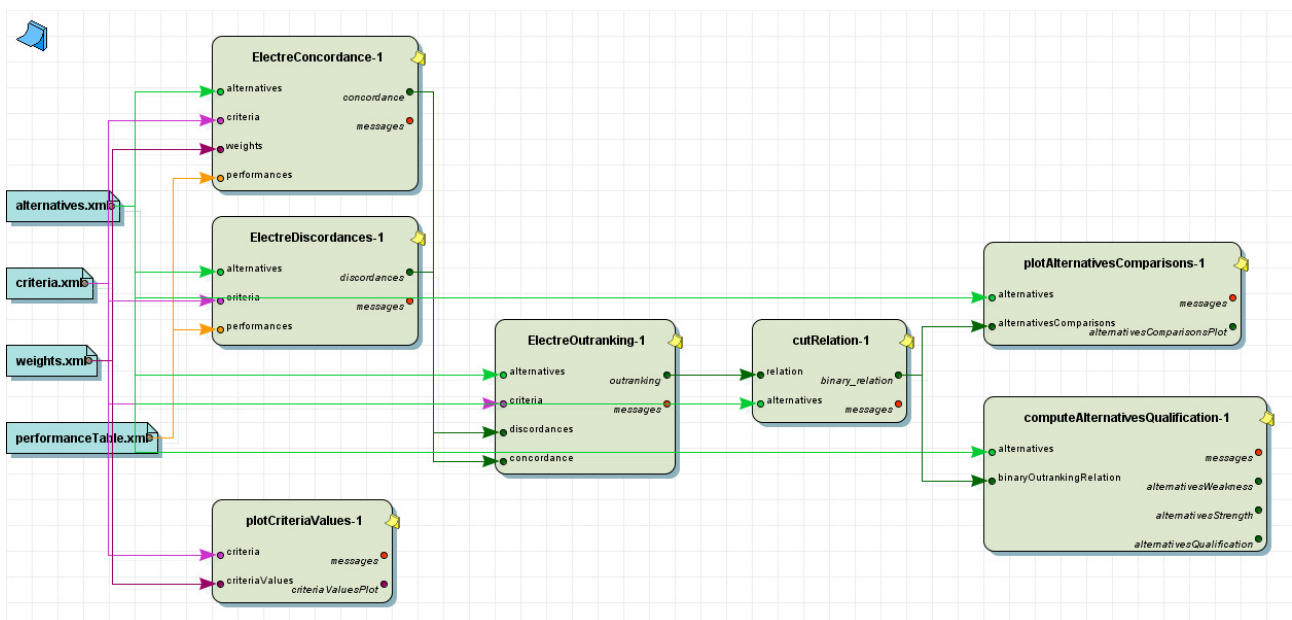
Wartościowa relacja przewyższania jest określana przez obliczanie dla każdej pary uporządkowanej (a, b) wartości:

$$S(a,b) = \begin{cases} c(a,b) \Rightarrow d_j(a,b), \forall j \\ c(a,b) \cdot \prod_{j \in J(a,b)} \frac{1 - d_j(a,b)}{1 - c(a,b)} \end{cases}$$

Przykład

Na poniższym rysunku został przedstawiony projekt rozwiązania wykonany w programie DIVIZ przy pomocy metody ELECTRE III. Poniżej zostały opisane kolejne etapy wykonania obliczeń w raz z użytymi funkcjami:

- Wyliczenie macierzy współczynników zgodności za pomocą funkcji ElectreConcordance.
- Wyliczenie macierzy współczynników niezgodności za pomocą funkcji ElectreDiscordances.
- Wyliczenie macierzy współczynników wiarygodności za pomocą funkcji ElectreOutranking.
- Określenie progu ważności dla współczynników wiarygodności za pomocą funkcji cutRelation. Próg został ustawiony na wartość 0.9 co oznacza że wszystkie współczynniki powyżej 0.9 zostają uznane za istotne i nadana zostaje im wartość 1. Reszta wskaźników jest zerowana.
- Wyliczenie zalety i wady poszczególnych alternatyw za pomocą funkcji computeAlternativesQualification. Różnica pomiędzy wadami a zaletami daje końcową ocenę danej alternatywy. Samochód z największą oceną jest oceniany jako najkorzystniejszy wybór zgodnie z przyjętymi kryteriami i wagami.
- Dodatkowo do lepszej wizualizacji problemu oraz rozwiązania użyte zostały funkcje plotCriteriaValues i plotAlternativesComparisons. Pierwsza rysuje wykres przedstawiający wagi poszczególnych kryteriów, natomiast druga przedstawia rezultat metody jako graf relacji pomiędzy badanymi obiektami



Rysunek 3. Model metody Electre III w programie Diviz

Wyniki

miejsce	samochód	ocena (zalety-wady)
1	a04	18
2	a02	13
3	a05	12

4	a07	6
5	a15	6
6	a16	5
7	a09	3
8	a01	2
9	a19	2
10	a14	0
11	a11	-1
12	a13	-2
13	a10	-3
14	a20	-3
15	a12	-6
16	a03	-9
17	a17	-9
18	a18	-9
19	a06	-10
20	a08	-15

W rankingu stworzonym za pomocą metody ELECTRE III najlepiej wypadł samochód o id 'ao4' zdobywając 18 pkt. Metoda ELECTRE III jest metodą o wiele bardziej miarodajną gdyż oprócz wag kryteriów bierze również pod uwagę oczekiwaną wartość poszczególnych kryteriów. Dodatkowo używa zdefiniowanych progów kryteriów.

3. Metoda WeightedSum.

Opis

Metoda sum ważonych jest jedną z najbardziej znanych i najprostszych metod optymalizacji wielokryterialnej. W metodzie tej dla każdej alternatywy, stosowana jest funkcja, zwracająca globalną wartość w celu porównywania alternatyw. Ustalenie najlepszych alternatyw odbywa się w dwóch krokach:

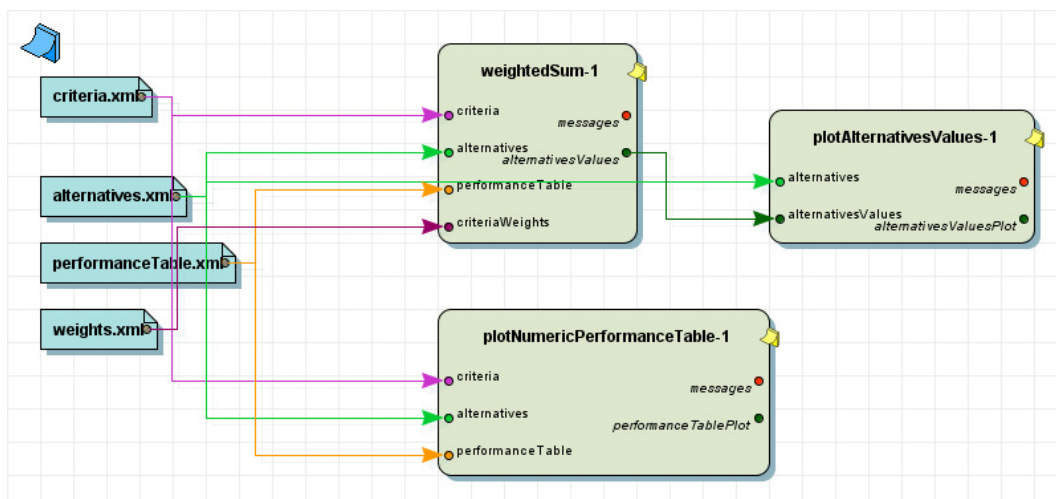
- Najpierw wyliczana jest globalna wartość dla każdej alternatywy, która jest podsumowaniem wszystkich kryteriów alternatywy
- W drugim kroku, wartości te są porównywane, by stworzyć ranking alternatyw lub by pogrupować je

Aby wyznaczyć wartość globalną dla każdej z alternatyw musimy wykonać kilka operacji matematycznych, gdzie

- w_j - wartość wagi dla kryterium j
- x_{ij} - jest wartością kryterium j dla alternatywy i
- a_i - alternatywa i
- $a_i^{WSM-score}$ - wartość globalna dla i -tej alternatywy

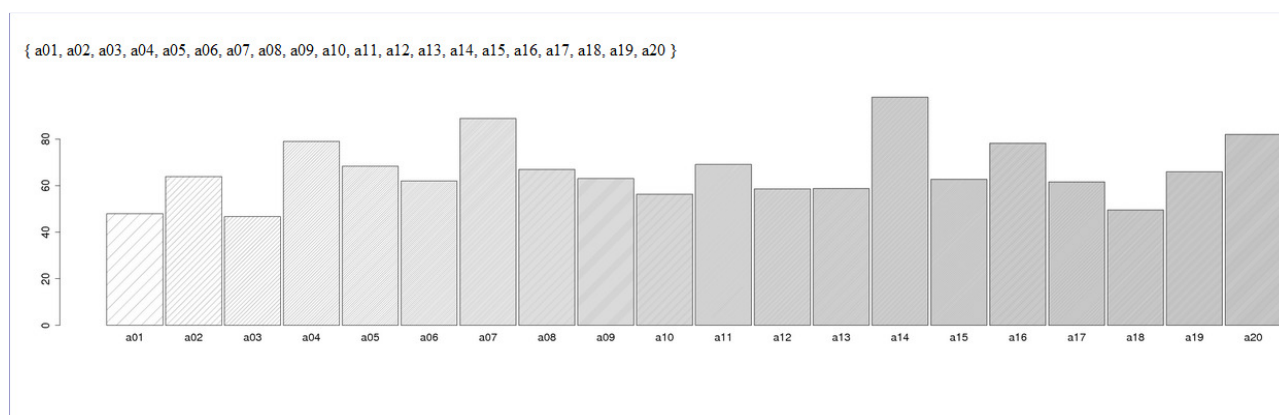
$$a_i^{WSM-score} = \sum_{j=1}^p w_j x_{ij}, \text{ for } i=1,2,\dots,m \text{ } j=1,2,\dots,p$$

gdzie m to liczba wszystkich alternatyw, a p to liczba wszystkich kryteriów



Rysunek 4. Model metody WeighedSum w programie Diviz

Wyniki



Rysunek 5. Wartości sumy ważonej kryteriów dla poszczególnych alternatyw

Jak widać z powyższego wykresu najlepiej sklasyfikowana jest alternatywa „a14”. Metoda **WeighedSum** jest bardzo prostą i mało skomplikowaną metodą optymalizacji wielokryterialnej. Dającą dość dobry obraz na alternatywy, w których wartość dla wyszczególnionych kryteriów posiadała dość dużą wartość