

1 Geometria e strutture dati

Vogliamo creare la geometria di un profilo aerodinamico, ad esempio un profilo della serie NACA. La forma di questi profili viene definita da alcune espressioni analitiche della *linea media del profilo* e dello *spessore* in funzione della coordinata che descrive la direzione della corda, il segmento che congiunge il bordo d'attacco e il bordo di uscita. Le funzioni analitiche della linea media $y_m(x)$ e dello spessore $t(x)$ di solito definiscono un profilo di corda unitaria in un sistema di riferimento che ha l'asse x coincidente con la corda: in questo sistema di riferimento il bordo di attacco ha coordinate $(0.0, 0.0)$, il bordo di uscita $(1.0, 0.0)$. Non vi riporto qui le formule, che sono facilmente reperibili con una ricerca su internet.

Si ricavano i punti del dorso, muovendosi in direzione perpendicolare alla linea media di una distanza uguale allo spessore. Dato un punto della linea media di coordinate $(x, y_m(x))$, i punti sul ventre e sul dorso hanno coordinate

$$\begin{aligned} P_v &= (x + t(x) \sin \theta(x), y_m(x) - t(x) \cos \theta(x)) \\ P_d &= (x - t(x) \sin \theta(x), y_m(x) + t(x) \cos \theta(x)) \end{aligned} \quad (1)$$

dove $\theta(x)$ è l'angolo tra la tangente alla linea media e l'asse x , $\theta(x) = \arctan y'_m(x)$.

1.1 Discretizzazione del profilo

Dividiamo la corda in `nel_c` segmenti, con `np_c = nel_c + 1` punti. Si può scegliere una discretizzazione uniforme non uniforme dell'intervallo $x \in (0, 1)$ dei punti sulla corda del profilo,

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{i-1}{\text{np_c} - 1} \\ x_i &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i-1}{\text{np_c} - 1} \pi \right) \right] \quad , \quad i = 1 : \text{np_c} \\ x_i &= 1 - \cos \left(\frac{i-1}{\text{np_c} - 1} \frac{\pi}{2} \right) \\ &\dots \end{aligned} \quad (2)$$

dove la seconda discretizzazione infittisce i punti nei pressi sia del bordo di attacco sia del bordo di uscita, mentre la terza espressione infittisce i punti nei pressi del bordo di attacco, dove la curvatura della superficie è maggiore.

A ogni punto sulla corda, ad eccezione del bordo di attacco del profilo dove la funzione dello spessore è nulla, sono associati due punti sulla superficie del profilo, uno sul dorso e uno sul ventre. Si può quindi descrivere il profilo con $np = 2*nel_c + 1$ punti. Questi punti dividono la superficie in $nel = 2*nel_c$ segmenti (o elementi).

Ad esempio, si possono numerare i punti con una numerazione consecutiva partendo dal punto al bordo di uscita sul ventre, percorrendo il ventre fino al bordo di attacco, e percorrendo poi il dorso fino al bordo di uscita.

```
rr = [ x1, x2, x3, ..., xnp ; ...
      y1, y2, y3, ..., ynp ] ;
```

Ci servirà anche identificare i segmenti che compongono la superficie del profilo e i punti che delimitano i singoli segmenti. Ad esempio, numerando i segmenti dal segmento che si trova al bordo di uscita sul ventre in maniera consecutiva percorrendo il ventre fino al bordo di attacco e poi percorrendo il dorso fino al bordo di uscita (si segue lo stesso verso di numerazione adottato per i punti), potremo associare i nodi 1 e 2 al primo segmento, 2 e 3 al secondo segmento e così via, fino all'ultimo elemento. Gli indici dei due nodi associati all' i -esimo elemento possono essere inseriti nella i -esima colonna della matrice **ee**. Usando la logica descritta sopra, la matrice **ee** ha la forma

```
ee = [ 1, 2, 3, ..., np-1 ; ...
      2, 3, 4, ..., np   ] ;
```

Infine ci serve identificare l'indice dei segmenti che si trovano al bordo di uscita. Usando la numerazione descritta sopra, questi due segmenti sono il primo e l'ultimo elemento. Raccogliamo questi due indici degli elementi nel vettore **ii_te**,

```
ii_te = [ 1 ; ...
         nel ] ;
```

1.2 Dimensione e disposizione nello spazio del profilo

Le coordinate dei punti nella matrice **rr** per ora sono le coordinate di un profilo unitario con la corda orientata lungo l'asse x . Per rappresentare un profilo con una corda data c , posizionato in un punto desiderato nello spazio, con un angolo desiderato, occorre trasformare queste coordinate con una scalatura, una traslazione e una rotazione.

1.3 Altri dati utili

Una volta ottenuto il profilo desiderato, con la dimensione e la disposizione nello spazio desiderate, si possono calcolare altri dati geometrici che torneranno utili, come

- il centro dei segmenti, come la media dei due punti del segmento;
- la lunghezza dei segmenti;
- i versori tangenti ai segmenti;
- i versori normali ai segmenti.

1.4 Funzione `build_geometry.m`

La funzione ha come ingresso una struttura che contiene alcune informazioni sul profilo. Queste informazioni vanno lette e usate per costruire le matrici `rr`, `ee`, `ii_te`, riempiendo le righe che contengono i `...`: avete piena libertà, purché le matrici richieste contengano i dati desiderati nella forma descritta qui e nell'intestazione della funzione.

Una volta costruite queste informazioni, ci si può appoggiare ad esse per riempire gli elementi della struttura `elems` che viene costruita nel ciclo `for` alla fine della funzione. L'elemento i -esimo della struttura `elems` contiene tutte le informazioni che ci serviranno di quell'elemento:

- `.airfoilId`: identificativo del profilo (dovrebbe essere ininfluente per quello che serve a noi; basta togliere il commento e lasciarlo uguale al dato in ingresso)
- `.id`: indice dell'elemento
- `.ver1`(dimensioni (2,1), "vettore colonna"): coordinate del primo punto dell'elemento
- `.ver2`(dimensioni (2,1), "vettore colonna"): coordinate del secondo punto dell'elemento
- `.cen`(dimensioni(2,1)): coordinate del centro dell'elemento
- `.len`: lunghezza dell'elemento
- `.tver`(dimensioni(2,1)): versore tangente all'elemento, che punta dal primo punto verso il secondo punto

- `.nver(dimensioni(2,1))`: versore normale all'elemento, che punta verso l'esterno

Come esempio, se si segue la numerazione degli elementi suggerita e adottata sopra per costruire le matrici `rr`, `ee`, il primo elemento sarà

```
ie = 1;
elems(ie).airfoilId = airfoil.id;
elems(ie).id = ie;
elems(ie).ver1 = rr(:,ee(1,ie));
elems(ie).ver2 = rr(:,ee(2,ie));
elems(ie).cen = 0.5 * ( elems(ie).ver1 + elems(ie).ver2 );
elems(ie).len = norm( elems(ie).ver2 - elems(ie).ver1 );
elems(ie).tver = ( elems(ie).ver2 - elems(ie).ver1 ) / elems(ie).len ;
elems(ie).nver = [-elems(ie).tver(2); elems(ie).tver1 ] ;
```