

## T: Odwrotna notacja polska.

1. Wyrażenia arytmetyczne można przedstawiać w różnej postaci:

a) **notacja infiksowa** — zapis konwencjonalny, w którym **operatory umieszczane są pomiędzy argumentami (operandami)**, dopuszcza używanie nawiasów, na przykład

$$x + y$$

b) **notacja prefiksowa** — **operatory umieszczane są przed argumentami**, na przykład

$$+ x y$$

c) **notacja postfiksowa**, zwana **odwrotną notacją polską ONP** (ang. **Reverse Polish Notation, RPN**) — **operatory umieszczane są po argumentach**, na przykład

$$x y +$$

ONP przedstawiona została w 1920 roku przez polskiego matematyka Jana Łukasiewicza. Pozwala na **całkowitą rezygnację z użycia nawiasów w wyrażeniach**, jako że jednoznacznie określa kolejność wykonywanych działań.

2. Zarówno algorytm konwersji notacji konwencjonalnej (infiksowej) na odwrotną notację polską (postfiksową), jak i algorytm obliczania wartości wyrażenia danego w ONP są bardzo proste i wykorzystują **stos**.

### 3. Przykłady:

**Wyrażenia arytmetyczne**

**Zapis wyrażenia w postaci ONP:**

$$4+8$$

$$4 \ 8 \ +$$

$$(2+3) \cdot 5$$

$$2 \ 3 \ + \ 5 \ \cdot$$

$$(7-3)/2$$

$$7 \ 3 \ - \ 2 /$$

$$2 \cdot (5-2)$$

$$2 \ 5 \ 2 \ - \ \cdot$$

$$(4-2) \cdot (1+3)$$

$$4 \ 2 \ - \ 1 \ 3 \ + \ \cdot$$

$$((8-2)/3+(1+4) \cdot 2)/6$$

$$8 \ 2 \ - \ 3 / \ 1 \ 4 \ + \ 2 \ \cdot \ + \ 6 /$$

$$((2+7)/3+(14-3) \cdot 4)/2$$

$$2 \ 7 \ + \ 3 / \ 14 \ 3 \ - \ 4 \ \cdot \ + \ 2 /$$

### 4. Dokładnie rozpisany przykład:

$$((8-2)/3+(1+4) \cdot 2)/6$$

$$8 \ 2 \ - \ 3 / \ 1 \ 4 \ + \ 2 \ \cdot \ + \ 6 /$$

Symbol pobrany z wyrażenia ONP	Wykonane czynności	Aktualna zawartość stosu
8	Odłożenie liczby 8 na stos	8
2	Odłożenie liczby 2 na stos	2 8

-	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 2 i 8, wykonanie działania $8 - 2$ i odłożenie wyniku: 6 na stos	6
3	Odłożenie liczby 3 na stos	3 6
/	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 3 i 6, wykonanie działania $6/3$ i odłożenie wyniku: 2 na stos	2
1	Odłożenie liczby 1 na stos	1 2
4	Odłożenie liczby 4 na stos	4 1 2
+	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 4 i 1, wykonanie działania $1+4$ i odłożenie wyniku: 5 na stos	5 2
2	Odłożenie liczby 2 na stos	2 5 2
·	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 2 i 5, wykonanie działania $5 \cdot 2$ i odłożenie wyniku: 10 na stos	10 2
+	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 10 i 2, wykonanie działania $2+10$ i odłożenie wyniku: 12 na stos	12
6	Odłożenie liczby 6 na stos	6 12
/	Pobranie dwóch wartości ze stosu: 6 i 12 i odłożenie wyniku: 2 na stos	2

## 5. Ćwiczenia:

### Zadanie 3.2. (1 pkt)

Poniżej zapisano wyrażenia w odwrotnej notacji polskiej (ONP). Wartościami tych wyrażeń są:

	Wyrażenie ONP	Wartość wyrażenia		
1.	$7\ 3\ -\ 2\ /\$	2	<b>P</b>	<b>F</b>
2.	$4\ 3\ -\ 1\ 3\ +\ *$	8	<b>P</b>	<b>F</b>
3.	$3\ 5\ 1\ -\ *$	12	<b>P</b>	<b>F</b>
4.	$8\ 2\ +\ 2\ /\$	10	<b>P</b>	<b>F</b>

6. Algorytm w postaci listy kroków wyznaczający wartość wyrażenia opisanego w odwrotnej notacji polskiej:

### Specyfikacja:

**Dane:** Łańcuch znaków:  $s$  (wyrażenie arytmetyczne zapisane w ONP).

**Wynik:** Wartość wyrażenia zapisanego w ONP: **wynik**.

### Lista kroków:

Krok 0. Wczytaj  $s$ .

Krok 1. Przypisz  $n$  = liczba symboli w  $s$ .

Krok 2. Wyzeruj stos.

Krok 3. Dla kolejnych wartości  $i$ :  $0, 1, \dots, n-1$ , wykonuj krok 4., a następnie przejdź 4 do kroku 9.

Krok 4. Jeśli  $s[i]$  jest liczbą, odłóż  $s[i]$  na stos i przejdź do kroku 3., w przeciwnym wypadku przejdź do kroku 5.

Krok 5. Jeśli  $s[i]$  jest operatorem, wykonaj kroki 6. - 8., a następnie przejdź do kroku 3.

Krok 6. Zdejmij ze stosu jeden element  $x$ .

Krok 7. Zdejmij ze stosu kolejny element -  $y$ .

Krok 8. Odłóż na stos wartość wyrażenia  $y \ s[i] \ x$ , gdzie  $s[i]$  jest operatorem wykonywanego działania.

Krok 9. Zdejmij ze stosu i wypisz liczbę, która jest wartością obliczanego wyrażenia.

Zakończ algorytm.

### **W DOMU**

Napisz program wyznaczający wartość wyrażenia zapisanego w ONP (możesz wykorzystać podaną na lekcji listę kroków). W wyrażenie wprowadzonym z klawiatury należy uwzględnić tylko nieujemne liczby jednocyfrowe. Możesz wykorzystać dynamiczne struktury do reprezentacji stosu lub adapter stosu z biblioteki standardowej.