Capítulo 5 - Introdução a Geoestatística

Neste capítulo objetiva-se mostrar a aplicação da geoestatística nas análises voltadas a avaliação em massa dos imóveis. Sua aplicação tem sido cada vez mais ampla entre os profissionais e acadêmicos que se dedicam a este ramo de investigação e de atividade aplicada. Esta afirmação é corroborada pelos diversos trabalhos que vem sendo desenvolvidos envolvendo a geoestatística, seja para definição de variáveis explicativas ou independentes para apoiar outros métodos de modelagem (SILVA, 2006; DES ROSIERS *et al.*, 2001; DES ROSIERS e THÉRIAULT,1999; PACE *et al*., 1998) ou para modelar diretamente a planta de valores de terrenos tendo o preço do metro quadrado como variável representativa do fenômeno espacial.

A geoestatística, segundo Yamamoto e Landim (2013), tem por objetivo a caracterização espacial de uma variável de interesse por meio do estudo de sua distribuição e variabilidade espaciais, com determinação das incertezas associadas. Ou seja, a geoestatística possibilita, também, a quantificação de erros cometidos nas avaliações. Trata as variáveis, conforme ANDRIOTTI (2003), como regionalizadas, sendo considerada como uma aplicação prática da Teoria das Variáveis Regionalizadas.

Pode-se definir uma variável regionalizada como qualquer função numérica com uma distribuição e variação espacial, mostrando uma continuidade aparente, mas cujas variações não podem ser previstas por uma função determinística (OLEA, 1975 apud YAMAMOTO e LANDIM, 2013). Segundo os autores, é entendida como uma única realização de uma função causal, possuindo dependência espacial. Deste modo, o seu entendimento pode descrever melhor o padrão espacial do fenômeno em estudo.

O termo Variável Regionalizada foi escolhido por Matheron, segundo ANDRIOTTI (2003), visando a alertar para os aspectos aleatório e estruturado dos fenômenos estudados, o que aparentemente parece contraditório. A característica aleatória resulta da irregularidade e variação imprevisível de um ponto para outro; e a estruturada devido as ligações existentes entre os pontos no espaço, motivadas pela gênese do fenômeno (YAMAMOTO e LANDIM, 2013).

Ao observarmos o fenômeno de interesse, que é o mercado imobiliário, pode-se relacionar o aspecto aleatório da variável regionalizada “preço” no surgimento dos eventos (ofertas) no mercado. Não se pode controlar, surgem de modo aleatório. Porém, a magnitude do preço de um evento do mercado é definida pelo comportamento dos preços praticados na vizinhança, lhe atribuindo desta forma um caráter estrutural. É improvável prever com exatidão o preço com que determinado evento irá surgir no mercado, mas é provável que se encontre um alto preço próximo de outro imóvel com alto preço no mercado (adaptado de YAMAMOTO e LANDIM, 2013).

Análises estatísticas para dados espaciais

Compreender a distribuição espacial de dados oriundos de fenômenos ocorridos no espaço constitui um grande desafio para a elucidação de questões centrais em diversas áreas do conhecimento. Tal compreensão tem sido cada vez mais possível devido à disponibilidade de sistemas de informações geográfica (SIG), que nos permite realizar diferentes análises espaciais, de acordo com o tipo de fenômeno que se pretende estudar (CÂMARA *et al.*, 2004, pág. 21).

A ênfase da análise espacial está em mensurar propriedades e relacionamentos, levando em conta a localização espacial do fenômeno em estudo de forma explícita. Neste sentido, a taxionomia mais utilizada para caracterizar os problemas de análise espacial considera três tipos de dados: 1) eventos ou padrões pontuais; 2) superfícies contínuas; e 3) áreas com contagens ou taxas agregadas (BAILEY e GATRELLA *apud* DIAS *et. al.*, 2002, pág. 91). Todavia, tanto os dados do tipo 2 e 3 utilizam-se de pontos para tornar possíveis as respectivas análises.

Nas análises relacionadas ao mercado imobiliário, os tipos de dados relacionam-se a áreas e superfícies. Os eventos de mercado relacionam-se as parcelas ou áreas, assim como os atributos espaciais que explicam o comportamento dos valores no espaço. A partir dos dados de área, que estão representados por pontos, utilizam-se técnicas de geração de superfícies para poder-se inferir valores para áreas de todo o universo em estudo. Assim, DES ROSIERS *et al.* (2001) explicam que a distribuição espacial dos eventos de mercado é importante nas análises, de maneira que se possa capturar todo o fenômeno espacial operando em nível regional. Quanto mais distribuída for a amostra, melhor.

Neste viés, CÂMARA *et al.* (2004, pág. 33) enfatizam que um conceito-chave na compreensão e análise de fenômenos espaciais é a dependência espacial. Parte do princípio de que as coisas mais próximas são mais parecidas do que as mais distantes. O grau de dependência espacial pode ser expresso computacionalmente (estatisticamente) por meio da autocorrelação espacial, que verifica como esta varia, a partir da comparação entre os valores de uma mesma variável em diferentes localizações.

Uma simples maneira de identificar a presença de dependência espacial é a verificação de grupamentos de resíduos de um mesmo sinal em uma certa área, ao longo de rodovias, ou outros locais que tendem a se destacar no mercado imobiliário; ou grupamentos de preços unitários de terrenos na cidade. Destaca-se que a presença de autocorrelação espacial contribui para violação da suposição de observações independentes na modelagem pelo método dos mínimos quadrados em análise de regressão.

Para contrapor a esta situação, a estatística espacial disponibiliza duas formas de se trabalhar com os dados espaciais para produzir melhores ajustes nos modelos de regressão: especificando suficientemente bem o conjunto de variáveis $\mu(X)$ de maneira que os resíduos não apresentem qualquer configuração de grupos sobre o espaço; ou modelando a possível dependência dos erros ε (PACE *et al.*, 1998).

RODRIGUEZ *et al.* (1995), em trabalho relacionado a estudos do mercado imobiliário, chamam a atenção para a questão da autocorrelação espacial, uma vez que cada localização na superfície da terra é influenciada por outra, devendo, então, as análises econométricas estarem atentas a este fato. DES ROSIERS e THÉRIAULT (1999) explicam que a autocorrelação espacial mede o grau de semelhança ou dissimilaridade entre lugares ou pontos como uma função da distância que os separa. Recomendam que antes de iniciar um estudo sobre os fatores geográficos relacionados com a variação de preços dos imóveis, é muito importante confirmar a existência de tal estrutura espacial na distribuição geográfica dos dados. Há um certo número de procedimentos que possibilitam medir o grau de autocorrelação espacial, sendo que o mais comumente utilizado, por ter maior robustez sob o ponto de vista matemático, é o método de "Moran's I".

Moran's I pode ser utilizado para expressar a intensidade do relacionamento entre qualquer valor localizado em um lugar específico e o similar de seu vizinho. O resultado com respeito à análise da estrutura espacial e equivalente ao do coeficiente de correlação na estatística convencional, variando de +1 a –1. Um valor positivo corresponde a uma associação por similaridade entre os vizinhos; um valor negativo à dissimilaridade; e um valor igual a zero (0) indica ausência de qualquer estrutura espacial definida. Assim, a análise de Moran's I se apresenta como um teste paramétrico para testar se, e em que grau, a estrutura espacial observada é aleatória. Como a análise de regressão múltipla requer que as observações sejam independentes uma das outras para que os testes de hipóteses sejam confiáveis, testar a presença de autocorrelação espacial é um pré-requisito para uma boa modelagem hedônica (DES ROSIERS *et al.*, 2001).

Segundo CÂMARA *et al.* (2004, pág.182) os indicadores globais de autocorrelação espacial, como o índice de Moran, por exemplo, fornecem um único valor como medida da associação espacial para todo o conjunto de dados, o que é útil na caracterização da região de estudo como um todo. Quando trabalhamos com muitos pontos, é provável que ocorram diferentes regimes de correlação espacial. Assim, é interessante examinar padrões em maior detalhe. Para tanto, é necessário utilizar indicadores de correlação espacial que possam ser associados às diferentes localizações de uma variável distribuída espacialmente, como o índice local de Moran. Existe a opção de calcular o índice local por distância entre pares de observações (LAG). A formulação dos índices global e local pode ser encontrada nos textos dos autores citados anteriormente.

Outra forma para identificar a presença de estrutura de dependência espacial nos dados é por meio da análise gráfica denominada de semivariograma, que corresponde a uma das etapas do processo de modelagem geoestatística, e que será detalhado a seguir.

Interpoladores – Análise espacial de superfícies

A geração de superfícies a partir de variáveis ou atributos que apresentam dependência espacial é uma forma interessante de apoiar a construção de modelos de avaliação em massa de imóveis. Possibilita a inferência de valores ao universo de imóveis, a construção de variáveis de localização (ver SILVA, 2006), bem como pode auxiliar na definição de zonas homogêneas.

Segundo CAMARGO et al. (2004, pág. 79) para gerar superfícies que se aproximem do fenômeno estudado de forma realista, é necessário modelar sua variabilidade espacial. Os modelos que objetivam criar superfícies com base em procedimentos de interpolação, de forma geral, representam a variável em estudo como uma combinação da variabilidade em larga e pequena escalas. Mas, entretanto, esse enfoque não é único. De modo que podem se considerar três abordagens principais:

1) Modelos determinísticos de efeitos locais: cada ponto da superfície é estimado com base na interpolação dos valores de pontos mais próximos, sem levantar qualquer hipótese estatística sobre a variabilidade espacial;
2) Modelos determinísticos de efeitos globais: é o caso dos interpoladores por superfícies de tendências (TSA), onde a variabilidade local é negligenciada, predominando a caracterização do fenômeno em larga

escala por meio de uma função polinomial gerada por análise de regressão múltipla entre os valores do atributo e localização geográfica dos pontos.

3) Modelos estatísticos de efeitos globais e locais (krigeagem): os valores dos pontos da superfície são estimados estatisticamente com base nos valores observados dos pontos vizinhos. Estes procedimentos requerem que as variabilidades local e global sejam modeladas previamente com a utilização de semivariogramas.

Dado que o fenômeno de interesse é o mercado imobiliário, o texto será direcionado a modelagem de superfícies com o uso de geoestatística ou dos procedimentos de krigagem.

Método de interpolação Kriging

A Krigagem ou *Kriging* é considerada um dos mais poderosos métodos de interpolação espacial. É baseado na análise da variância espacial de valores distribuídos no espaço. Estes valores são usados para construir semivariogramas experimentais, por meio dos quais a variação das diferenças entre os valores observados é expressa em termos da distância que os separa no espaço. Aos semivariogramas são então aplicadas funções teóricas[1], de modo a obter-se o melhor ajustamento para as variações dos valores resultantes da proximidade, sendo posteriormente aplicados na interpolação espacial do fenômeno (DES ROSIERS *et al.*, 2001).

Uma hipótese importante no uso de modelos baseados nas técnicas de geoestatística é a de estacionariedade, que supõe o comportamento da estrutura de correlação espacial na área de estudo dependente da distância relativa entre os pontos amostrais. Essa distância é definida por um vetor (*h*), que por sua vez, compreende dois elementos: distância e direção. Isso remete a um outro ponto importante, que deve ser observado na modelagem, que é a isotropia. Um processo é isotrópico se, além de estacionário, a co-variância é invariante a direção, dependendo somente da distância entre os pontos. Se a estrutura de co-variância, além de variar com a distância, variar

[1] Normalmente os modelos teóricos mais utilizados são: esférico, exponencial, gaussiano e logarítmico.

simultaneamente am razão da direção, ela é considerada como anisotrópica (CÂMARA *et al.*, 2004; PACE *et al.*, 1998).

Efetivamente, modelos geoestatísticos estimam diretamente a matriz de variância-covariância. Todavia, algumas técnicas, como a Krigagem, por exemplo, partem de uma matriz já estimada, de modo que o primeiro passo na modelagem é a definição do semivariograma. O caso mais simples assume que se pode especificar corretamente a matriz de variância-covariância como uma função da distância entre as observações (isotropia). A aplicação típica envolve a interpolação de uma superfície a partir de outros pontos além dos observados. Usualmente, o método assume que não existe erro nos pontos medidos, mas modificações são permitidas para redimensionar os pontos medidos (PACE *et al.*, *op.cit.*).

CAMARGO *et al.* (2004, pág. 91) explicam que o que diferencia a krigagem de outros métodos de interpolação é a estimação da matriz de co-variância espacial, que determina os pesos a serem atribuídos aos diferentes pontos amostrais, o tratamento da redundância dos dados, a vizinhança a ser considerada no procedimento inferencial e o erro associado ao valor estimado. Por fim, fornece estimadores não tendenciosos e eficientes.

Os passos para elaboração de uma superfície usando o método de kriging, envolvem basicamente:

1) análise exploratória dos dados

2) elaboração do semivariograma

3) interpolação

A análise exploratória dos dados (passo 1) visa um conhecimento inicial dos dados amostrais quanto as medidas de tendência central e de dispersão, sua distribuição pela análise do histograma, que poderá indicar uma transformação visando a aproximação da curva normal, de modo a obter-se melhores estimativas na interpolação. Além destas análises iniciais, é importante observar a distribuição espacial dos dados amostrais, pois por se tratar de um método de interpolação, áreas com pouco ou sem dados tenderão a resultados menos representativos da realidade.

Estando os dados amostrais preparados e considerados como adequados para seguir as análises, o passo seguinte é a determinação experimental do semivariograma (passo 2), que, segundo CAMARGO *et al.* (2004) corresponde a uma ferramenta básica de suporte às técnicas de Krigagem, pois permite representar quantitativamente a variação de um fenômeno regionalizado no espaço.

Com o objetivo de entender a variação espacial do processo aleatório subjacente, YAMAMOTO e LANDIM (2013) destacam que se deve levar em consideração a possibilidade de que o valor de cada ponto no espaço está relacionado, de algum modo, com valores obtidos de pontos situados a certa distância, sendo razoável supor que a influência é tanto maior quanto menor for a distância entre os pontos. Aqui cabe citar a frase de Waldo Tobler (1970) que se considera como a primeira leu da Geografia, segundo CÂMARA *et al.* (2004): "*todas as coisas são parecidas, mas coisas mais próximas se parecem mais que coisas mais distantes*.

De acordo YAMAMOTO e LANDIM (2013), para determinação do modelo de correlação espacial da variável regionalizada, calcula-se experimentalmente essa correlação (semivariograma) usando os pontos amostrais e, em seguida, ajusta-se um modelo teórico. Esse modelo teórico permite determinar o valor da correlação espacial para qualquer distância dentro do espaço amostrado.

Em termos matemáticos, Andriotti (2003) descreve que o semivariograma é a esperança matemática do quadrado dos acréscimos da variável regionalizada em estudo em uma determinada direção ou o valor médio do quadrado das diferenças entre todos os pares de pontos presentes na área estudada, tomados a uma distância **h** uns dos outros, e não depende dos pontos de apoio, mas do espaçamento entre eles. A fórmula do semivariograma é a seguinte:

$$\gamma(h) = [(1 \big/ 2n_h) \sum_{i=1}^{n_h} \{[z(x_i + h) - z(x_i)]^2\}$$

Onde:

$\gamma(h)$: semivariância

n_h: número de pares de valores separados entre si por uma magnitude |h| na direção desse vetor

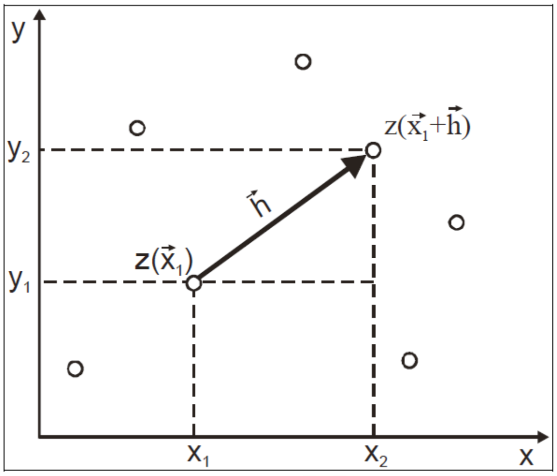
$z(x_i)$: valor de uma posição cujos componentes são (x1, y1)

$z(x_i + h)$: valor de uma posição cujos componentes são (x2, y2)

h: vetor de distância (módulo e direção) que separa os pontos

O semivariograma pode ser calculado experimentalmente, considerando o esquema de amostragem em duas dimensões mostrado na Figura 1.

Figura 1: amostragem em duas dimensões.

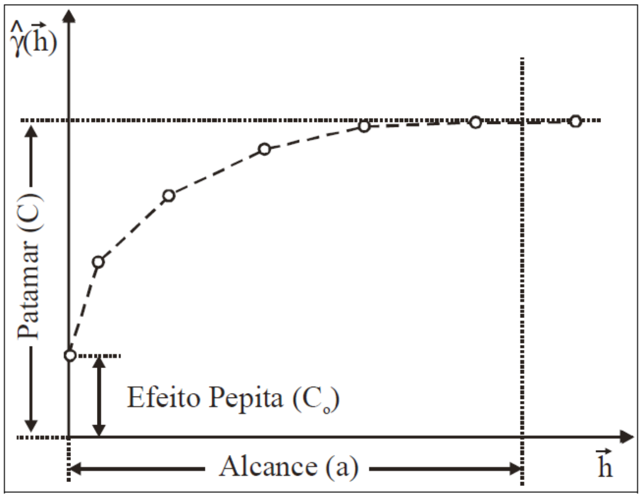


Fonte: CAMARGO *et al.* (2004)

Conforme Andriotti (2003) é usual e recomendável executar semivariogramas experimentais em pelo menos quatro direções (ex: 0°, 45°, 90° e 135°), de modo a identificar-se a possível presença de anisotropia, que é definida quando uma variável possui comportamento distinto em determinada direção. Quando seu comportamento é uniforme em todas as direções, dependendo somente do vetor de distância entre os pares pontos, diz-se que o fenômeno é isotrópico.

As hipóteses de estacionariedade e média constante levam a postular um comportamento idealizado para o semivariograma experimental, mostrado na Figura 2. Espera-se que observações mais próximas geograficamente tenham um comportamento mais semelhante entre si do que aquelas separadas por maiores distâncias. Assim, o valor absoluto da diferença entre duas amostras z(x) e z(x+h) deveria crescer à medida que aumenta a distância entre elas, até um valor na qual os efeitos locais não teriam mais influência (CAMARGO *et al.*, 2004).

Figura 2: parâmetros do semivariograma.



Fonte: CAMARGO *et al.* (2004)

Na figura 2 pode-se observar os parâmetros do semivariograma (Camargo *et al.*, 2004), que são:

• Alcance (a): distância dentro da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente.

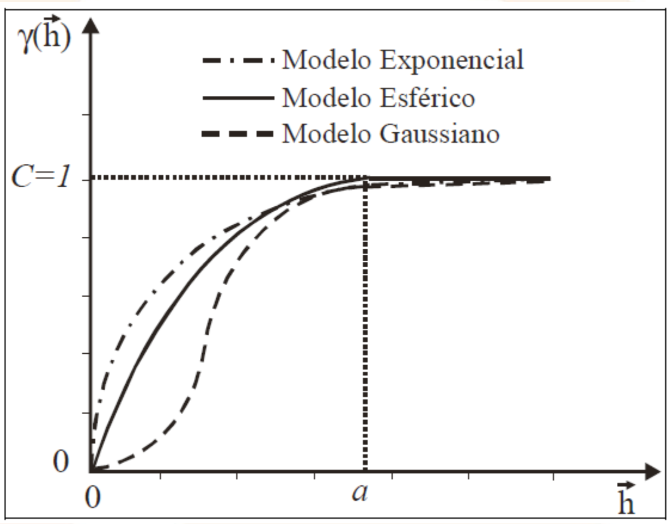
• Patamar (C): é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a). Deste ponto em diante, considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância da diferença entre pares de amostras (Var [z(x) - z(x+h)]) torna-se aproximadamente constante.

• Efeito Pepita (C0): idealmente, $\gamma(0)=0$. Entretanto, na prática, à medida que h tende para zero, $\gamma(h)$ se aproxima de um valor positivo chamado Efeito Pepita (C0), que revela a descontinuidade do semivariograma para distâncias menores do que a menor distância entre as amostras. O efeito pepita é o valor da semivariância para a distância zero e representa a componente da variabilidade espacial que não pode ser relacionado com uma causa específica (variabilidade ao acaso). Parte desta descontinuidade pode ser também devida a erros de medição, sendo impossível quantificar se a maior contribuição provém dos erros de medição ou da variabilidade de pequena escala não captada pela amostragem.

Deve-se destacar que a elaboração do semivariograma experimental decorre de um processo interativo, em que se variam o tamanho do passo (LAG), tolerância e a distância máxima. Neste sentido, é importante a análise exploratória dos dados, de modo a ter-se uma ideia das distâncias mínima e máxima entre pares de pontos. Alguns programas que possibilitam a elaboração do semivariograma experimental já possibilitam visualizar a distância máxima. ANDRIOTTI (2003) não recomenda calcular o valor do semivariograma para passos (LAG) maiores do que a quarta parte do campo total sobre o qual se trabalha; em casos excepcionais, alguns autores julgam aceitável até a metade deste. Outra recomendação é de que em cada passo tenha-se uma quantidade suficiente de pares de pontos (30 a 50, pelo menos).

A semivariograma experimental são ajustados os modelos teóricos objetivando-se obter os pesos da ponderação para a etapa de interpolação por kriging. Os modelos básicos mais utilizados, e que segundo YAMAMOTTO e LANDIM (2013) explicam a maioria dos fenômenos espaciais, são: o exponencial, o esférico e o gaussiano, conforme apresentado na Figura 3. Entretanto, CAMARGO *et al.* (2004) enfatizam que é importante que o modelo ajustado represente a tendência de $\hat{\gamma}$(h) em relação a h. Deste modo, as estimativas obtidas a partir da krigagem serão mais exatas e, portanto, mais confiáveis.

Figura 3: representação gráfica dos modelos teóricos.



Fonte: CAMARGO *et al.* (2004)

O procedimento de ajuste também é interativo, devendo-se buscar o modelo que melhor se ajuste à nuvem de pontos do semivariograma experimental, testando-se os diferentes modelos, de modo a encontrar-se um que seja considerado satisfatório, que descreva continuamente a variabilidade ou correlação espacial existente nos dados.

Com o modelo teórico ajustado, têm-se então os parâmetros do semivariograma a serem considerados na etapa de interpolação (passo 3) pelo método de kriging, que engloba um conjunto de métodos de estimação, incluindo procedimentos estacionários (krigagem simples e ordinária), não estacionários (krigagem universal, funções intrínsecas de ordem k), univariados e multivariados (co-krigagem etc).

A krigagem ordinária é o método mais utilizado, pela simplicidade e resultados que proporciona. Corresponde a um método local de estimativa e, desta forma, a estimativa em um ponto não amostrado resulta da combinação linear dos valores encontrados na vizinhança próxima (YAMAMOTTO e LANDIM, 2013). O estimador de krigagem ordinária é o seguinte:

$$Z_{KO}^{*} = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i . z(x_i)$$

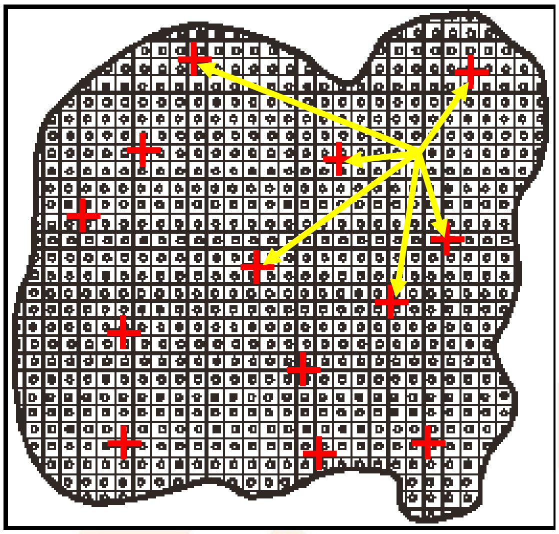
O estimador é dito linear por ser formado por uma combinação linear dos dados, onde λ_i são os ponderadores, $z(x_i)$ são os dados experimentais, n o número total desses dados e Z_{KO}^{*} o estimador de krigagem. O asterisco utilizado é uma designação de estimador (ANDRIOTTI, 2003).

Segundo Camargo et al. (2004),

> "... a diferença entre a krigagem e outros métodos de interpolação é a maneira como os pesos são atribuídos às diferentes amostras. No caso de interpolação linear simples, por exemplo, os pesos são todos iguais a 1/N (N = número de amostras); na interpolação baseada no inverso do quadrado das distâncias, os pesos são definidos como o inverso do quadrado da distância que separa o valor interpolado dos valores observados. Na Krigeagem, o procedimento é semelhante ao de interpolação por média móvel ponderada, exceto que aqui os pesos são determinados a partir de uma análise espacial, baseada no semivariograma experimental. Além disso, a krigagem fornece, em média, estimativas não tendenciosas e com variância mínima."

A Figura 4 exemplifica a estimação de valores para uma superfície. Cada célula terá seu valor calculado em razão dos pontos amostrais da vizinhança próxima, tendo cada um destes pontos amostrais um peso calculado em razão da estrutura de correlação espacial modelada.

Figura: aproximación de superficie por malla regular.



$$z(x_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i . z(x_i)$$

Dados amostrais

Pontos da superficie estimada

Fonte: (adaptado de Camargo et al., 2004).

Para uma determinada célula (pixel) da superfície representada pelo ponto $z(x_0)$, a estimativa de valor é calculada a partir dos pontos que estiverem no raio de alcance definido pela estrutura de correlação espacial dos dados amostrais, sendo os pesos ou ponderadores λ_i obtidos por otimização dinâmica em função da estrutura de correlação espacial definida pelo semivariograma.

Considerações finais

Procurou-se neste texto apresentar de forma sintética o emprego da geoestatística em fenômenos que apresentam dependência espacial, tendo em vista sua aplicação no apoio à avaliação em massa de imóveis nos municípios. Os preços da terra tendem a se caracterizar como uma variável regionalizada e, portanto, torna-se factível buscar com o emprego da geosetatística uma aproximação do comportamento do mercado imobiliário a partir de uma superfície interpolada por krigagem, considerando o preço unitário da terra como variável.

Apesar de esta superfície não representar em determinadas situações os preços efetivamente praticados, há uma aproximação. E, diante, muitas vezes, de plantas de valores genéricos com alto nível de desatualização, esta aproximação apresenta-se melhor e preferível do que um cenário de considerável afastamento dos preços de mercado e de iniquidades geradas pelas distorções que a desatualização provoca.

Na elaboração de uma planta de valores pelo método da krigagem, um dos cuidados a tomar diz respeito a definição dos dados amostrais. Como a planta de valores busca a representação espacial do valor do metro quadrado de um lote padrão, os dados amostrais devem corresponder a lotes que possuam área que não se distanciem muito da área do lote padrão, pois sabe-se que terremos maiores tendem a ter menores valores de metro quadrado. Ao manter-se no conjunto de dados amostrais todos os lotes de uma base de dados do mercado imobiliário, possivelmente alguma dificuldade poderá ser encontrada no momento de elaboração do semivariograma experimental.

Por fim, vale enfatizar que a geoestatística pode apoiar a avaliação em massa de imóveis em outras estratégias de modelagem, como a construção de variáveis de localização (proxy). A renda dos chefes de domicílios disponível por setor censitário tem demonstrado uma boa alternativa para explicar o comportamento dos preços dos imóveis, e pode-se gerar uma superfície por krigagem para que esta variável esteja disponível para toda área a ser avaliada.

Outra abordagem é a geração de uma superfície com os resíduos de um modelo de regressão ajustado com variável estruturais, ou seja, em que variáveis de localização importantes não foram consideradas no processamento. O efeito da localização tende a se acumular no erro de estimação, que por sua vez poderá apresentar dependência espacial. Neste caso, os erros podem ser vistos como uma variável de localização, sendo modelados por krigagem para que esta variável esteja disponível para uma nova modelagem e para a elaboração da planta de valores genéricos.

Referências bibliográficas

ANDRIOTTI, José Leonardo Silva. Fundamentos de Estatística e Geoestatística. São Leopoldo: Editora Unissinos, 2003.

CÂMARA, Gilberto; MONTEIRO, Antônio Miguel; DRUK, Suzana; CARVALHO, Marília Sá. Análise espacial e geoprocessamento. In: DRUCK, Suzana; CARVALHO, Marília Sá; CÂMARA, Gilberto; MONTEIRO, Antônio Miguel. **Análise espacial de dados geográficos**. Planaltina, DF : Embrapa Cerrados, 2004, 209 p..

CAMARGO, Eduardo Celso Gerbi; DRUCK, Suzana; CÂMARA, Gilberto. Análise espacial de superfícies. In : DRUCK, Suzana; CARVALHO, Marília Sá; CÂMARA, Gilberto; MONTEIRO, Antônio Miguel. **Análise espacial de dados geográficos**. Planaltina, DF : Embrapa Cerrados, 2004, 209 p..

DES ROSIERS, François; THÉRIAULT, Marius. House prices and spatial dependence: towards an integrated procedure to model neighborhood dynamics. In : AUREA Annual Meeting, New York, USA, 1999. Disponível : http://www.fsa.ulaval.ca/rd.

DES ROSIERS, François; THÉRIAULT, Marius; VILLENEUVE, Paul-Y; KESTENS, Yan. Isolating spatial from a-spatial components of housing attributes using kriging techniques. In : 8th European Real Estate Society Conference – ERES-, Alicante, Spain, 2001b.

DIAS, Taciana de Lemos; OLIVEIRA, Maria da Piedade Gomes; CÂMARA, Gilberto; CARVALHO, Marilia Sá. Problemas de escala e a relação área-indivíduo em análise espacial de dados censitários. **Informática Pública**, Belo Horizonte, ano 4, n. 1, p. 89-104, junho de 2002.

PACE, R. Kelley; BARRY, Ronald; SIRMANS, C. F.. Spatial statistics and real estate. **Journal of Real Estate Finance an Economics**, Boston, vol. 17 : 1, 5-13, 1998.

RODRIGUEZ, Mauricio; SIRMANS, C. F.; MARKS, Allen P.. Using geographic information systems to improve real estate analysis. **The Journal of Real Estate Research**, vol. 10, n. 2, p. 163-174, 1995.

SILVA, Everton. **Cadastro Técnico Multifinalitário: base fundamental para avaliação em massa de imóveis**. 2006. 192 p., Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. Disponível em:

http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/89014. Acesso em: 28 de outubro de 2020.

YAMAMOTO, Jorge Kazuo e LANDIM, Paulo Milton Barbosa. **Geoestatística: conceitos e aplicações**. São Paulo: Oficina de Textos, 2013.