

Ce document regroupe les mots-clés et concepts importants de chaque chapitre du module Ma221. Ils peuvent tous faire l'objet de questions de cours en Khôlles. La lecture de ce document vous permettra de parcourir rapidement les noms des principales notions à connaître ou avoir comprises, afin de vous aider à identifier ce qu'il vous reste à assimiler.

1 Déterminant d'une matrice carrée - Définition

Matrice nulle, matrice identité, déterminant d'une matrice carrée d'ordre 2, déterminant d'une matrice carrée d'ordre 3, mineur, cofacteur, déterminant d'une matrice carrée d'ordre n , développement par rapport à une ligne ou une colonne. Propriétés du déterminant (multiplication par un scalaire, produit, transposée). Matrice inversible, caractérisation avec le déterminant. Méthodes de calcul du déterminant. Déterminant d'une matrice diagonale, d'une matrice triangulaire, d'une matrice de Vandermonde.

2 Déterminant d'une matrice carrée - Applications

Comatrice, calcul de l'inverse grâce à la comatrice. Formules de Cramer. Interprétation du déterminant comme un volume de paralléloèdre.

3 Généralités sur la diagonalisation des matrices

Valeur propre, sous-espace propre, stabilité. Somme de sous-espaces vectoriels, somme directe, les sous-espaces propres sont en somme directe. Polynôme annulateur, utilisation d'un polynôme annulateur pour déterminer l'inverse d'une matrice.

4 Polynôme caractéristique

Polynôme caractéristique, matrices semblables, deux matrices semblables ont même polynôme caractéristique, les valeurs propres sont les racines du polynôme caractéristique, valeur propre simple, multiplicité, spectre, théorème de Cayley-Hamilton.

5 Matrices diagonalisables

Matrice diagonalisable, caractérisation de la diagonalisation à l'aide des sous-espaces propres, dimension d'un sous-espace propre. Caractérisation de la diagonalisation grâce au polynôme caractéristique et à la somme des dimensions des sous-espaces propres. Cas où les valeurs propres sont toutes distinctes.

6 Applications de la diagonalisation

Calcul de la puissance d'une matrice carrée. Résolution de systèmes de suites récurrentes. Résolution de systèmes différentiels linéaires à coefficients constants.

7 Généralités sur les espaces préhilbertiens

Forme bilinéaire, écriture à l'aide d'une matrice carrée dans le cas de la dimension finie, changement de base, forme bilinéaire symétrique, forme bilinéaire définie positive, produit scalaire, espace préhilbertien, espace euclidien.

(non sur IONISX mais en complément de cours) Forme quadratique, forme polaire, noyau et rang d'une forme polaire, méthode de dédoublement d'indices, méthode de Gauss pour les formes quadratiques (décomposition en carrés).

8 Théorème de Cauchy-Schwarz et de Minkowski

Théorème de Cauchy-Schwarz, théorème de Minkowski, norme, norme associée à un produit scalaire.

9 Orthogonalité dans un espace préhilbertien

Vecteurs orthogonaux, théorème de Pythagore, orthogonal d'une partie (définition, propriétés et exemples).

10 Famille orthogonale et orthonormée

Symbole de Kronecker, famille orthogonale, famille orthonormée, (famille orthogonale de vecteurs non nuls \Rightarrow famille libre), coordonnées d'un vecteurs à l'aide d'une base orthonormée, orthogonalisation de Gram-Schmidt.

11 Supplémentaire orthogonal et projection orthogonale

Théorème du supplémentaire orthogonal (+corollaire), projection orthogonale, distance à un sous-espace vectoriel.