

Ce document regroupe les mots-clés et concepts importants de chaque chapitre du module Ma222. Ils peuvent tous faire l'objet de questions de cours en Khôlles. La lecture de ce document vous permettra de parcourir rapidement les noms des principales notions à connaître ou avoir comprises, afin de vous aider à identifier ce qu'il vous reste à assimiler.

## — Séries et suites —

(Ma23 sur IONISX)

### 1 Généralités sur les séries numériques

Série, terme général d'une série, somme partielle, converge (CV), diverge (DV), série géométrique, critère de convergence d'une série géométrique, opérations sur les séries ( $CV+CV=CV$ ,  $CV+DV=DV$ ,  $DV+DV=(CV \text{ ou } DV)$ ), reste d'une série convergente, télescopage, condition nécessaire de convergence, série harmonique.

### 2 Séries à termes positifs (1/2)

Série à termes positifs, convergence d'une série à termes positifs, théorème de comparaison, série de Riemann, convergence d'une série de Riemann, notations de Landau et critères de convergence, règle de Riemann.

### 3 Séries à termes positifs (2/2)

Règle de D'Alembert, règle de Cauchy.

### 4 Séries à termes quelconques

Série alternée, critère spécial des séries alternées, convergence absolue (CVA), série semi-convergente,  $[CVA \Rightarrow CV]$

(chapitres 5 à 10 hors programme de Ma222)

# — Séries, intégrales impropres —

(Ma24 sur IONISX)

## 1 Généralités sur les séries entières

Série entière, lemme d'Abel, rayon de convergence, disque de convergence. Règle de Cauchy et règle de d'Alembert pour le calcul du rayon de convergence. Continuité de la somme d'une série entière sur le disque ouvert de convergence, rayon de convergence d'une dérivée ou primitive, dérivabilité avec dérivées terme à terme, intégrabilité avec intégrales terme à terme.

## 2 Développement en série entière à l'origine

Fonction développable en série entière à l'origine, série de Taylor d'une fonction. Développement en séries de  $\frac{1}{1-x}$ , de  $\exp(x)$ , de  $(1+x)^\alpha$  (obtention de développements d'autres fonctions par : combinaison linéaire, substitution, dérivation ou intégration).

## 3 Applications des séries entières

Exponentielle complexe, résolution d'équations différentielles linéaires.

## 4 Séries de Fourier

Fonctions continues par morceaux (cpm), fonctions périodiques, réduction du cas périodique au cas  $2\pi$ -périodique. Polynôme trigonométrique, série trigonométrique, série de Fourier d'une fonction cpm  $2\pi$ -périodique, coefficients de Fourier réels (trigonométriques), parité de la fonction et annulation des coefficients de Fourier.

## 5 Coefficients de Fourier complexes et espace $\mathcal{D}$

Produit scalaire sur un  $\mathbb{C}$ -espace vectoriel, espace  $\mathcal{D}$  des fonctions cpm  $2\pi$  périodiques de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{C}$  valant la moyenne des limites à gauche et à droite en tout point de discontinuité, produit scalaire sur  $\mathcal{D}$ , famille orthonormée sur  $\mathcal{D}$ . Série de Fourier complexe, coefficients de Fourier complexes, lien entre coefficients de Fourier réels et complexes.

## 6 Théorèmes de Parseval et Lejeune-Dirichlet

Théorème de Parseval, fonctions  $\mathcal{C}^1$  par morceaux ( $\mathcal{C}^1$ pm), théorème de Lejeune-Dirichlet.

## 7 Généralités sur les intégrales impropres

Intégrale impropre sur un intervalle  $[a, b[$ , sur un intervalle  $]a, b]$ , sur un intervalle  $]a, b[$ . Relation de Chasles, linéarité, croissance.

## 8 Intégrales impropres de fonctions positives

Fonction de Riemann, théorème sur les intégrales de Riemann, convergence de l'intégrale impropre d'une fonction positive, premier théorème de comparaison (avec  $\leq$  et  $\geq$ ), deuxième théorème de comparaison (avec  $o$ ,  $\mathcal{O}$  et  $\sim$ ).

## 9 Autres critères

Critère intégral de Cauchy (comparaison avec une série), intégration par parties, changement de variable.

## 10 Convergence absolue d'une intégrale impropre

Convergence absolue d'une intégrale (CVA),  $[CVA \Rightarrow CV]$ , majoration en valeur absolue de l'intégrale, semi-convergence (intégrale CV mais pas CVA).