

# **OCE 313**

## **TÉCNICAS DE ANÁLISIS NO PARAMÉTRICO**

### **CLASE 8 - PRUEBAS DE CONTRASTE**

Dr. José Gallardo

Abril 2021

# Contenidos de la clase

- Repaso pruebas de hipótesis
- Pruebas de contraste no paramétrico para:
  - 1) 2 muestras independientes.
  - 2) 2 muestras pareadas.
  - 3) múltiples muestras independientes.
- Interpretar resultados R
- Guía de ejercicios.

# Repaso pruebas de hipótesis

# Repaso pruebas de hipótesis

Para cualquier prueba necesitas lo siguiente:

- Tus datos<sup>1</sup>.
- Una hipótesis nula <sup>2</sup>.
- La prueba estadística <sup>3</sup> que se aplicará
- La distribución de la prueba estadística<sup>3</sup> respecto de la cual evalúas la hipótesis nula<sup>2</sup> con el estadístico que estimas de tus datos<sup>1</sup>.

# Repaso hipótesis

La hipótesis nula ( $H_0$ ) es una afirmación, usualmente de igualdad, contraria a la hipótesis alternativa ( $H_1$ ).

La  $H_1$  es una afirmación que se deduce de la observación previa o de los antecedentes de literatura y el investigador cree que es verdadera.

# Repaso prueba estadística

La prueba estadística tiene como propósito someter a prueba la hipótesis nula con la intención de rechazarla.

¿Por qué no simplemente aceptar la alternativa?

¿Por qué 2 hipótesis?

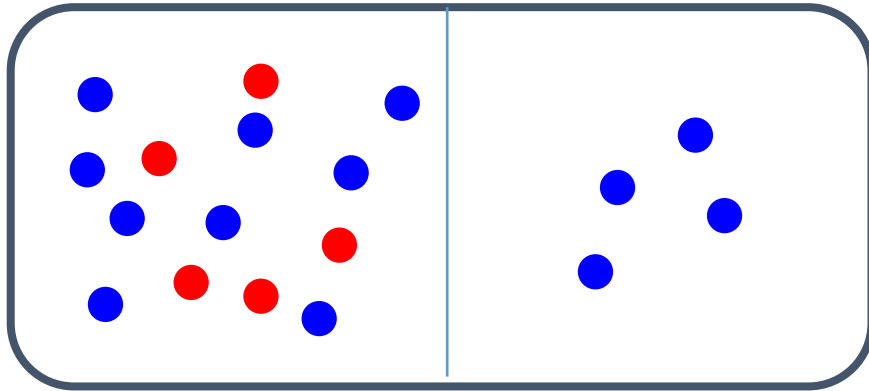
Karl Popper dijo "We cannot conclusively affirm a hypothesis, but we can conclusively negate it"

Ej. Pueden existir otros fenómenos no conocidos o no considerados que posteriormente permitan a otro investigador rechazar nuestra hipótesis alternativa.

# Prueba de hipótesis simplificado

Población

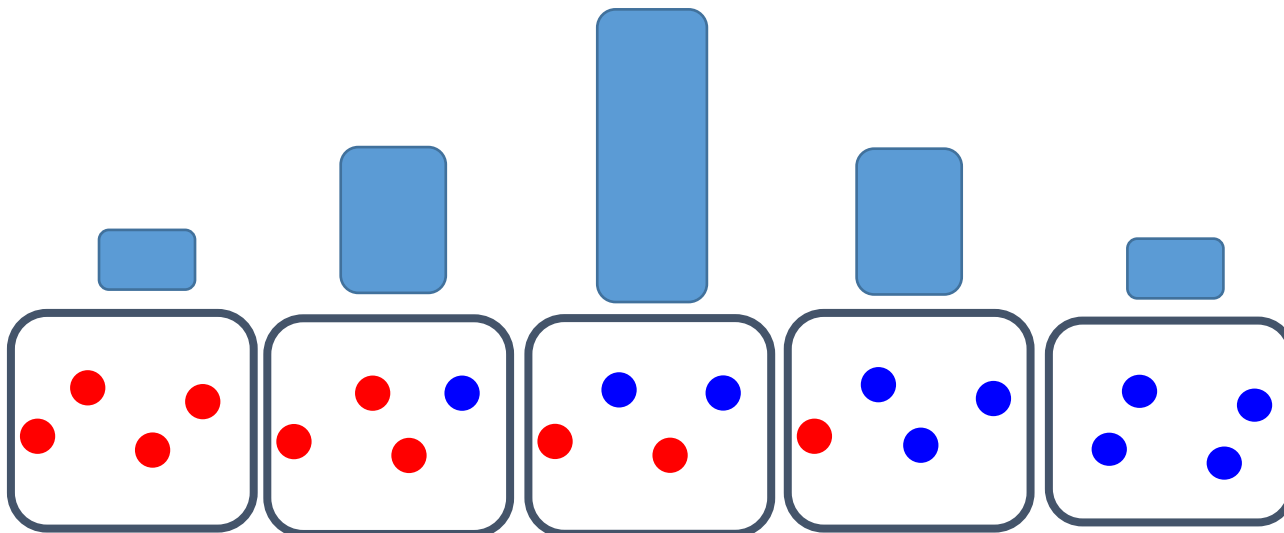
Mi muestra



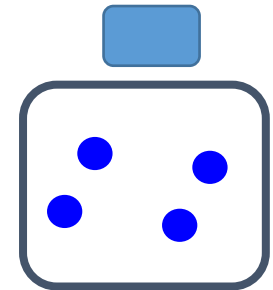
Mi hipótesis

**H0:** Igual proporción  
**H1:** Distinta proporción

Función de densidad población



Baja probabilidad



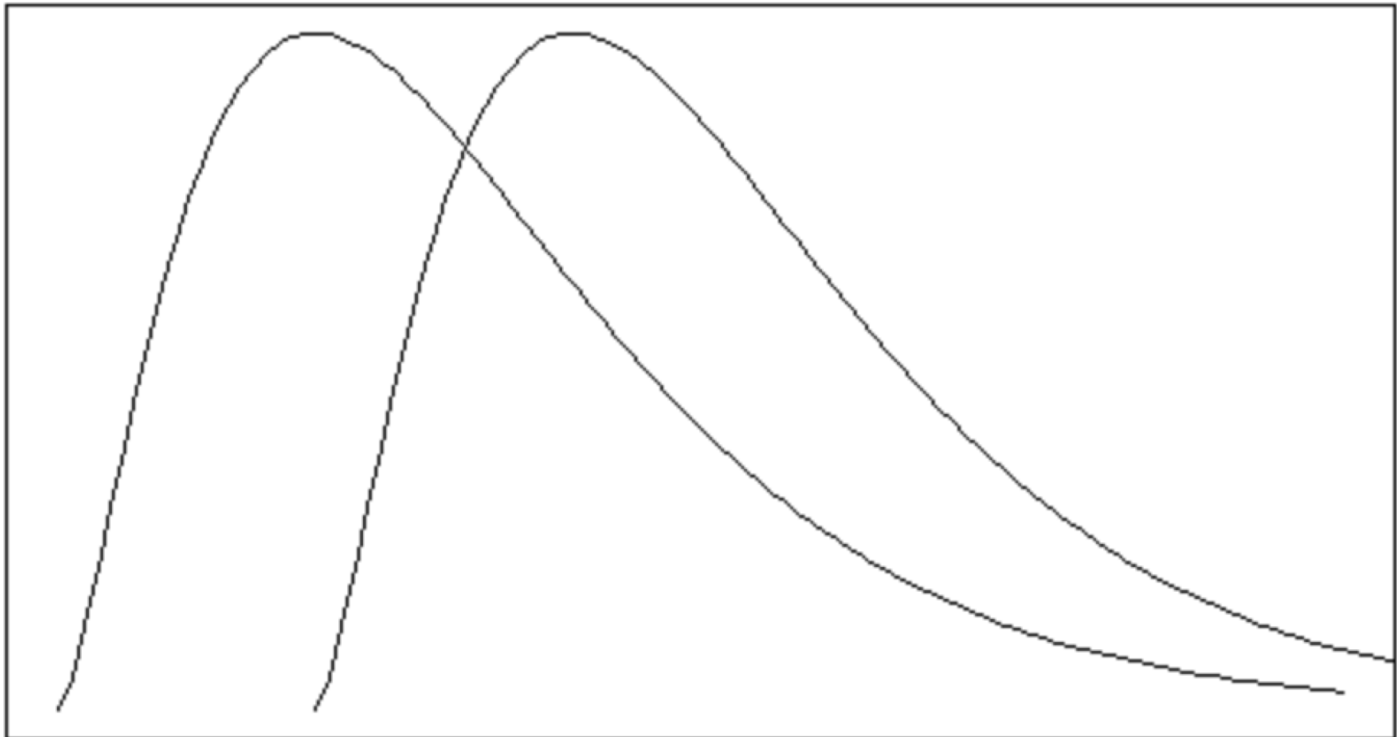
Rechazo H0

# Pruebas de contraste no paramétrico



# Problema de comparación de 2 muestras independientes.

**Identical distributions with different medians**



# Prueba de Wilcoxon para comparación de 2 muestras independientes (suma de rangos).

## Datos originales

Tratamiento	Control
9	0
12	4
13	6

## Hipótesis

$H_0$ : Tratamiento = Control

$H_1$ : Tratamiento > Control

## Probabilidad de rechazo

Menor o = a 0,05

## Rangos

Sujeto	Tratamiento	Control	Dif.
1	4	1	-
2	5	2	-
3	6	3	-
Suma	15	6	W=9

**¿Cuántas combinaciones son posibles en la población?**

$$6! / 3! \times 3! = 720 / 36 = 20$$

# Distribución muestral y probabilidad

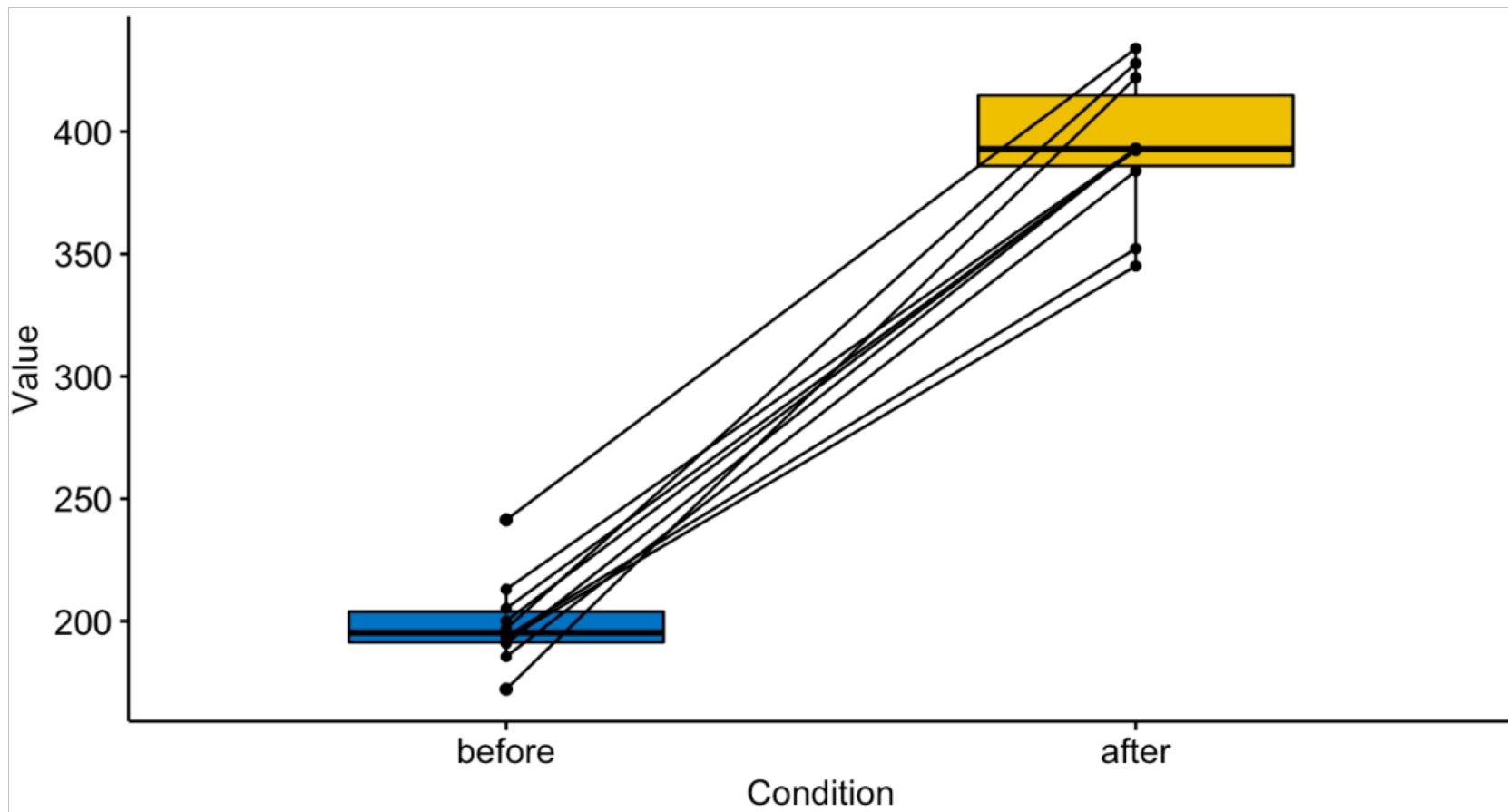
T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C
1	4	1	3	1	3	1	3	1	2	1	2	1	2
2	5	2	5	2	4	2	4	3	5	3	4	3	4
3	6	4	6	5	6	6	5	4	6	5	6	6	5

T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C
1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
4	3	4	3	5	3	3	5	3	4	3	4	4	3
5	6	6	5	6	4	4	6	5	6	6	5	5	6

T	C	T	C	T	C	T	C	T	C	T	C
2	1	2	1	3	1	3	1	3	1	4	1
4	3	5	3	4	2	4	2	5	2	5	2
6	5	6	4	5	6	6	5	6	4	6	3

$p = 1/20$   
 $p = 0.05$   
**No rechazo**

# Problema de comparación de 2 muestras pareadas.



# Prueba de Wilcoxon para comparación de 2 muestras pareadas.

## Datos originales

Sujeto	Pre-tratamiento	Post-tratamiento	d	Rangos con <u>signo</u>
1	95	99	4 (99-95)	2
2	111	120	9 (120-111)	4
3	97	102	5 (102-97)	3
4	132	130	-2 (132-130)	-1

## Hipótesis

$H_0$ : Promedio<sub>d</sub> = 0

$H_1$ : Promedio<sub>d</sub> > 0

## Probabilidad de rechazo

Menor a 0,05

¿Cuántas combinaciones de signos (+ o -) son posibles?

$$2^4 = 16$$

# Distribución muestral y probabilidad

T1	T2	T5	T4	T5	T6	T7	T8
-2	-2	2	2	-2	-2	-2	-2
-4	-4	-4	-4	-4	4	-4	4
-3	-3	-3	-3	3	-3	3	-3
-1	1	-1	1	-1	-1	1	1
-10	-8	-6	-4	-4	-2	-2	0

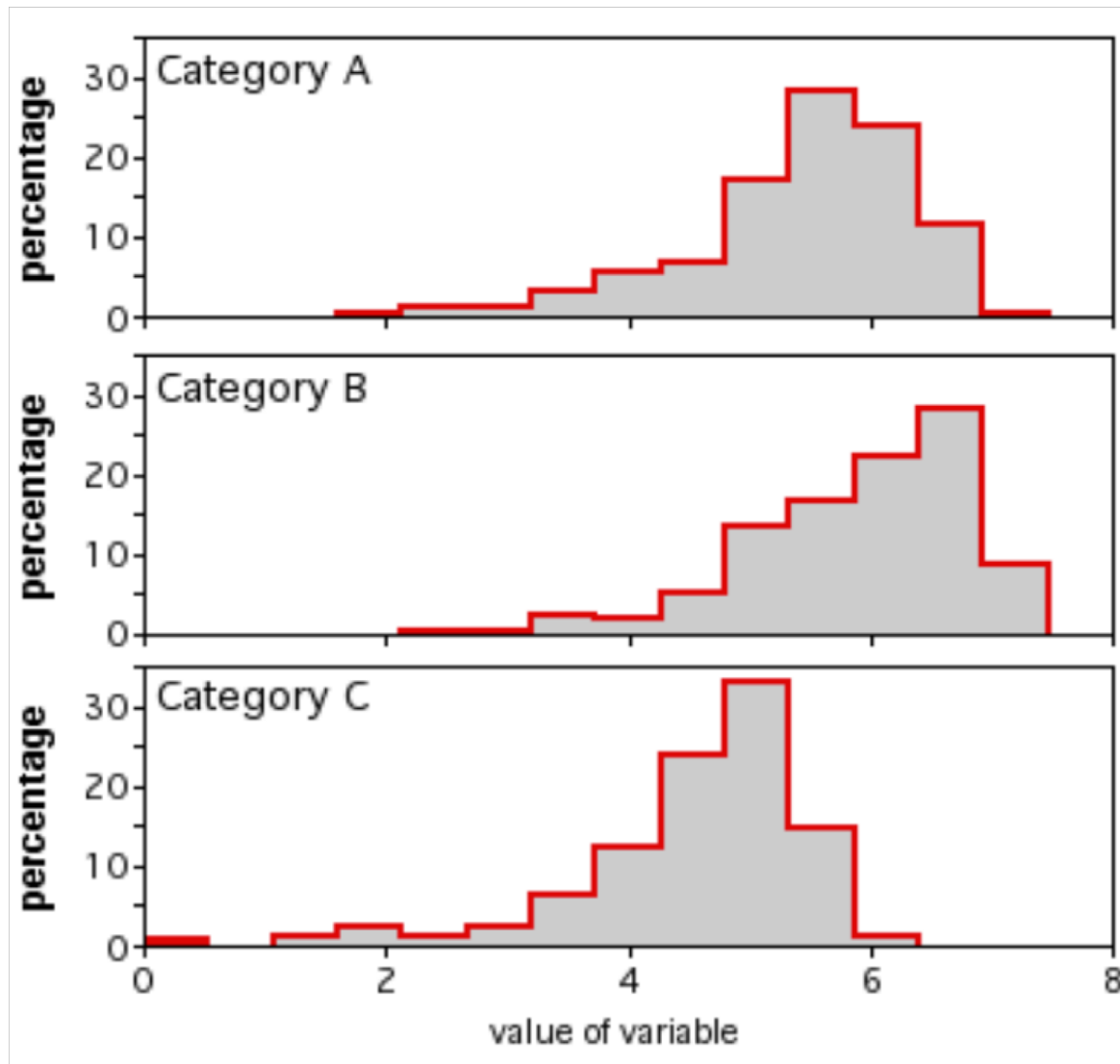
T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16
2	2	2	-2	2	-2	2	2
-4	4	-4	4	4	4	4	4
3	-3	3	3	-3	3	3	3
-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
0	2	2	4	4	7	8	10

$H_1: \text{Promedio}_d > 0$



$p = 2/16$   
 $p = 0.125$   
**No rechazo**

# Problema de comparación de múltiples muestras independientes.



# Prueba de Kruskal-Wallis para comparación de muestras independientes múltiples.

## Datos originales

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
4	-1	7
9	0	12

## Hipótesis

$H_0$ : La distribución de los  $k$  grupos son iguales

$H_1$ : Al menos 2 grupos son distintos.



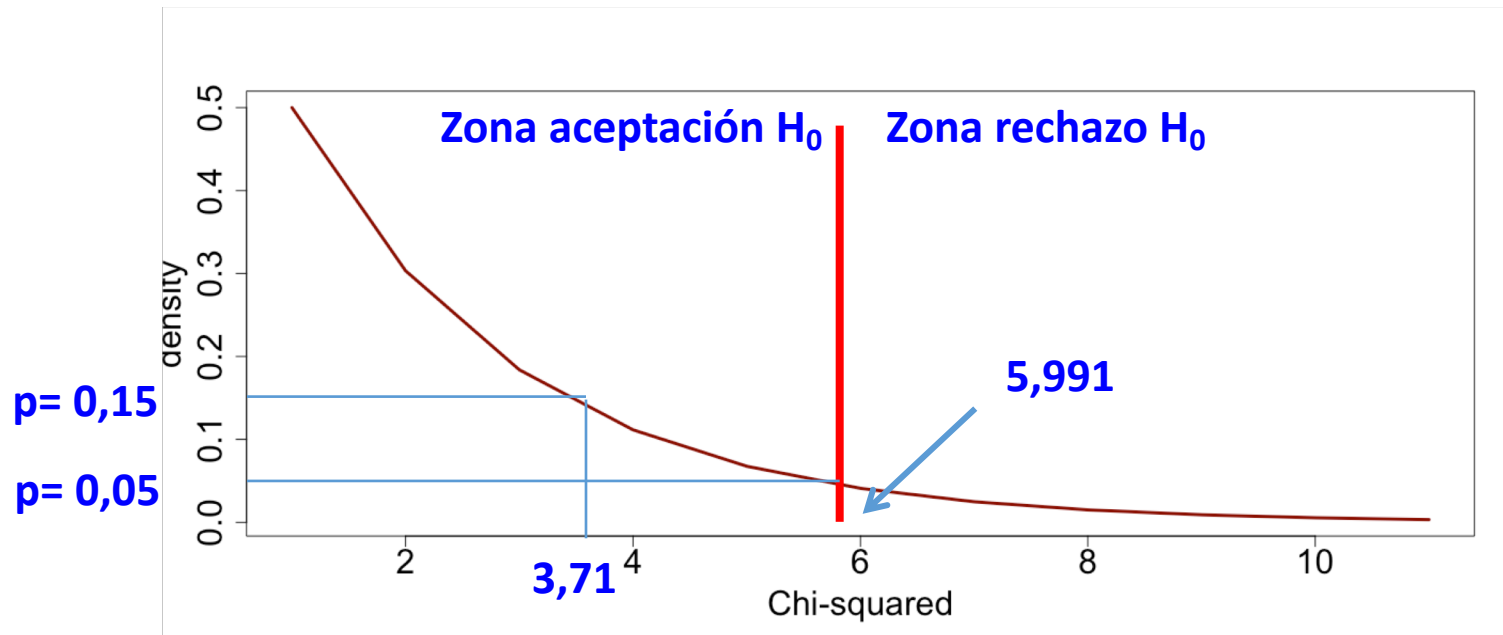
# Valor crítico de K-W test se compara con distribución Chi-<sup>2</sup>

g.l. = 3 tratamientos – 1 = 2

$\chi^2$  obtenido = 3,71,

$\chi^2$  valor crítico de aceptación o rechazo = 5,991

p = 0,15 ; p significancia = 0,05



**Conclusión:** No se rechaza la hipótesis nula y por lo tanto concluimos que no hay diferencia en los tratamientos.

Interpretar resultados R

# Prueba de Wilcoxon en R (`wilcox.test`)

`wilcox.test {stats}`    R Documentation  
Wilcoxon Rank Sum and Signed Rank Tests

## Description

Performs one- and two-sample Wilcoxon tests on vectors of data; the latter is also known as ‘Mann-Whitney’ test.

## Usage

```
wilcox.test(x, y = NULL, alternative =  
c("two.sided", "less", "greater"), mu = 0,  
paired = FALSE, exact = NULL, correct = TRUE,  
conf.int = FALSE, conf.level = 0.95, ...)
```

# Prueba de Wilcoxon en R (wilcox.test)

```
t <- c(9, 12, 13)
```

```
c <- c(0,4,6)
```

```
wilcox.test(t, c, alternative = "g", paired = FALSE)
```

Wilcoxon rank sum test

data: t and c

W = 9, p-value = 0.05

alternative hypothesis: true location shift is greater than 0

# Prueba de Wilcoxon en R (wilcox.test)

```
before <- c(95, 111, 97, 132)
```

```
after <- c(99, 120, 102, 130)
```

```
wilcox.test(after - before, alternative = "greater") # no es necesario indicar  
muestras pareadas pues estamos haciendo la resta en la función.
```

Wilcoxon signed rank test

```
data: after - before
```

```
V = 9, p-value = 0.125
```

```
alternative hypothesis: true location is greater than 0
```

```
wilcox.test(before, after, alternative = "g", paired = TRUE) # mismo resultado  
de probabilidad, distinto estimado de diferencia de signo, solo hay un evento  
más grande que el evento obtenido.
```

Wilcoxon signed rank test

```
data: before and after
```

```
V = 1, p-value = 0.125
```

```
alternative hypothesis: true location shift is less than 0
```

# Prueba de Kruskal Wallis en R (kruskal.test)

`kruskal.test {stats}`      R Documentation

Kruskal-Wallis Rank Sum Test

## Description

Performs a Kruskal-Wallis rank sum test.

## Usage

```
kruskal.test(x, g, ...)
```

# Prueba de Kruskal Wallis en R (kruskal.test)

```
g1 <- c(4, 9) # Grupo 1  
g2 <- c(-1, 0) # Grupo 2  
g3 <- c(7, 12) # Grupo 3  
kruskal.test(list(g1, g2, g3))
```

---

Kruskal-Wallis rank sum test

```
data: list(g1, g2, g3)  
Kruskal-Wallis chi-squared = 3.7143, df = 2, p-value =  
0.1561
```

---

# Resumen de la clase

- Revisión teoría pruebas de hipótesis
- Revisión pruebas de contraste no paramétrico para:
  - 1) Wilcoxon muestras independientes
  - 2) Wilcoxon muestras pareadas
  - 3) Kruskal Wallis
- Interpretación resultados análisis de datos con R