Feuille d'exercice n°1 : Intervalles

Exercice 1

Dessiner les intervalles A, B et C sur la droite réelle :

$A =]1 ; 2[$; $B = [-5 ; -1[$ et $C = [3 ; +\infty[$

Exercice 2

Résoudre $3x - 6 < 0$ et écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

Idem avec $-4x + 8 \leq 0$ et $-2x + 4 \leq 14$

Exercice 3

Simplifier l'écriture de $I \cap J$ lorsque $I =]-\infty, 7]$ et $J = [5, 8]$.

Idem avec ① $I =]-3 ; +\infty[$ et $J = [-5 ; 2]$

② $I = [0 ; 1[$ et $J = [3 ; 5[$

③ $I =]-\infty ; 2]$ et $J =]-3 ; 2[$

Exercice 4

Compléter les formules par $\subset$, $\not\subset$, $=$, $\neq$

① $[-1 ; 2]$ et $[-2 ; 3]$

② $[-1 ; 2]$ et $[0 ; 2]$

③ $[0 ; 2]$ et $[1 ; 2]$

Exercice 5 :

Calculer le milieu du segment $[AB]$ pour $A = (-2, 5)$ et $B = (2, -3)$.

Exercice 6 : Déterminer les réels qui vérifient

① $-x + 1 < 0$ et $3x - 8 < 7$; ② $-3x + 6 > 0$ et $2x - 1 \geq 2$

Quizz 1

21-22

Exercice 1 Calculer la valeur numérique de

ⓐ 1^2+3^2 ; ⓑ $(1+3)^2$; ⓒ $(3-1)^2$; ⓓ $(3-1)(3+1)$

Exercice 2 : que vaut ⓐ $(a+b)^2$

ⓑ $(a-b)^2$

ⓒ $(a-b)(a+b)$

Exercice 3 Calculer

ⓐ $(1+x)^2$; ⓑ $(2-x)^2$; ⓒ $(x-2)(x+2)$; ⓓ $(x+1)(x-1)$

ⓔ $(2x+3)^2$; ⓕ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

Exercice 4 En général, compléter

ⓐ $(a+b)^2 \neq \ldots$ ⓑ $(a-b)^2 \neq \ldots$

Exercice 5 Compléter

ⓐ $(ab)^2 =$; ⓑ $\left(\frac{a}{b}\right)^2 =$; ⓒ $\dfrac{\frac{3}{5}}{2}$

ⓓ $\dfrac{3}{\frac{5}{2}}$

Exercice 6 Calculer

ⓐ $(3x)^2$; ⓑ $(-2x)^2$; ⓒ $\left(\frac{x}{3}\right)^2$; ⓓ $\left(\frac{4x}{\sqrt{3}}\right)^2$

ⓔ 38×42 ; ⓕ 99×101 (en utilisant une astuce)

Exercice 7 : Vrai ou Faux

ⓐ $\frac{14}{2}\in\mathbb{N}$; ⓑ $-7\in\mathbb{N}$; ⓒ $\frac{123}{3}\in\mathbb{N}$; ⓓ $(\sqrt{6})^2\in\mathbb{N}$

ⓔ $-\sqrt{100}\in\mathbb{Z}$; ⓕ $\left(\sqrt{(-6)^2}\right)^2$ n'existe pas ⓖ $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{12}\in\mathbb{N}$

Exercice 8 Trouver des entiers relatifs consécutifs tels que

① $a<-\pi<b$; ② $a<\sqrt{5}<b$

Feuille d'exercices 2

Exercice 1 : Vrai ou Faux ?

① $(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$ est un entier naturel

② le quotient de deux entiers naturels est un entier naturel

Exercice 2 : Calcul

① développer et simplifier $x^2-(x-2)(x+2)$

② Calculer la valeur exacte de

$$(7\,896\,542)^2 - 7\,896\,540 \times 7\,896\,544$$

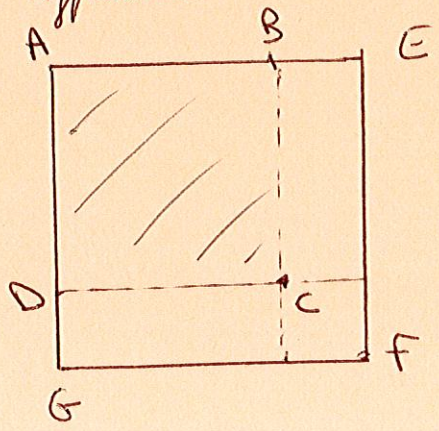
Exercice 3 :

ABCD est un carré de côté x (en mètres)
AEFG est le carré obtenu en augmentant de 1 les côtés AB et AD.

① Calculer l'aire, notée a, de BCDGFE

② Montrer que si $a < 53\ m^2$, alors $x \in]0;26[$

③ calculer l'aire de ABCD pour $x = 30-\sqrt{13}$ en donner une valeur approchée



Exercice 4 Résoudre

① $\frac{x}{2} - \frac{1-x}{2} > 3$

② $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 1$

Quizz 2

Exercice 1

Calculer

① $(-x)^2$

② $(-x)^3$

③ $1 - \frac{x-1}{2}$

④ $\frac{x}{2} \times 3$

⑤ $-(x-1)$

⑥ $(2x)^3$

⑦ $\dfrac{\frac{x}{2}}{x}$

⑧ $\dfrac{x}{\frac{2}{x}}$

Exercice 2

Dans le repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, tracer le vecteur $\vec{u} = (-3, 4)$ et calculer sa norme

Exercice 3

Calculer $(2x+1)(4x+3)$; $x(x-1) - (x-3)(x+3)$

Exercice 4

On se donne les points

$A = (0, 2)$; $B = (1, -3)$; $C = (9, 0)$ et $D = (10, -5)$

Calculer $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$. Quelle figure géométrique forment ABCD ?

Feuille d'exercices n° 3

Exercice 1

ABC est un triangle rectangle en B.
Montrer que $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$

Exercice 2 Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on place le point $A = (3, 2)$. Dessiner le point C tel que $\vec{AC} = (-5, 3)$ et calculer ses coordonnées

Exercice 3 Soit $g(x) = x^2 + 2x$. Calculer $g(-1)$ et $g(\frac{2}{3})$

Exercice 4 Soit $f(x) = \frac{2}{x+3}$. Quel est le domaine de définition de f ?

Exercice 5 Soit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$. On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f.

① On note M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 3. Quel est son ordonnée ?

② Soit $N = (2, -3)$. N appartient-il à $\mathcal{C}_f$?
Idem avec $P = (0, -4)$

Exercice 6 : on donne trois fonctions affines f, g et h
$f(x) = -2x + 4$; $g(x) = 2x$; $h(x) = 2$
Justifier qu'il s'agit de fonctions affines. Laquelle est linéaire ? Laquelle est constante ? Sont-elles croissantes, décroissantes ? Tracer leur graphe

Quizz 3

Exercice 1

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 - 2$.
f est-elle paire ou impaire ? Justifier.

Exercice 2

Tracer le graphe des deux fonctions
$f(x) = x^2$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.
Laquelle est paire ? Laquelle est impaire

Exercice 3

Donner un exemple qui n'est pas une fonction.

Exercice 4

Soit $f(x) = (2x+1)^2 - 2(2x+1)$

1. Simplifier l'expression de f
2. Donner sommairement le graphe de f.
3. Ce graphe passe-t-il par l'origine du repère ?

Exercice 5

Les fonctions f et g sont-elles paires ou impaires ?

$f(x) = -x^2 + 4$

$g(x) = \frac{x}{3} + 1$

Quelle est la parité de f ?

Quizz 4

Exercice 1 Vrai ou Faux

① Les solutions de $x^2 = -12x$ sont

ⓐ $x = 0$, il n'y a qu'une solution

ⓑ $x = -12$, il n'y a qu'une solution

ⓒ $x = 0$ ou $x = -12$

ⓓ $x = 0$ et $x = -12$

② La solution de $\frac{1}{x+2} = \frac{3}{4}$ est

① $x = -2$

② $x = \frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{2}{3}$

③ Les solutions de $x^2 = -x + 6$ sont

ⓐ $x = 2$ ou $x = 3$

ⓑ $x = 2$ ou $x = -3$

ⓒ $x = 2$ et $x = 3$

ⓓ $x = 2$ et $x = -3$

Exercice 2

Soit $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{4x^2 + 2}$. On note C_f le graphe

Montrer que f est paire. Ce point $M = (\sqrt{2} ; 0,5)$ appartient-il au graphe de f ? $N = (-1, y_N) \in C_f$. Calculer y_N.

Feuille d'exercice n° 4

Exercice 1 Soit $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$

① calculer $f(3)$

② Factoriser f

③ Résoudre $f(x) = 0$

Exercice 2 Montrer que la fonction $g(x) = \dfrac{5x}{x^2+5}$ est impaire. Que peut-on en déduire sur son graphe.

Exercice 3 Résoudre

ⓐ $x^2 = 25$

ⓑ $x^2 = 7$

ⓒ $x^2 = -1$

ⓓ $4x^2 = 9$

ⓔ $2x + 3 = 0$

ⓕ $2x + 3x = 0$

ⓖ $2x = 3x + 5$

ⓘ $\frac{2}{3}x = 5$

ⓙ $\frac{4}{3}x - 1 = 7$

ⓚ $20x = 7x + \frac{3}{4}x + 7$

ⓟ $10x = 5x + 5x + 3$

ⓜ $6x = 2(3x+1)$

Exercice 4 Calculer

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$; 2^3 ; 3^2

Feuille d'exercice n° 5

Exercice 1 Comparer

$\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{6}$; $\frac{7}{8}$ et 2

$\sqrt{2}$ et $\frac{3}{2}$; 8 et $\frac{17}{2}$; $\frac{124}{17}$ et $\frac{70}{9}$

2^5 et 2×2^4 ; $2^{1/3}$ et $\sqrt{2}$; $2^{1/7}$ et $2^{1/5}$

2^{26} et 10^{26} ; 27 et π^3

Exercice 2 Mettre en équations les problèmes et les résoudre

① Trouver 3 entiers naturels successifs tels que leur somme soit égale à 24

② un champ a la forme d'un carré. Si on enlève 700 m² à l'aire du champ il reste une surface de 900 m². Que vaut le côté du champ ?

③ Le carré de x est égal à l'opposé du triple de x. Que vaut x ?

Exercice 3

① Résoudre $\frac{x^2-2x}{x-2} = -2$

② $(x+1)(x+2) + (x+1)^2 = 0$

Quiz 5

Exercice 1 Donner l'équation d'une droite ~~d~~ de pente $1/2$; d' de pente -2 ; d'' de pente $\frac{4}{5}$

Exercice 2 Tracer la droite d qui passe par l'origine et qui a comme vecteur directeur $\vec{u} = (-4;$

Exercice 3 Soit $A = (2 ; 4)$ et $B = (4 ; -4)$

① l'équation de la droite (AB) est

ⓐ $y = 4x - 12$

ⓒ $y = -4x + 12$

② $M \in (AB)$ et $M = (3, y_M)$. Que vaut y_M :

③ $N \in (AB)$ et $N = (x_N ; -8)$. Calculer x_N.

④ $C = (1 ; 8)$. A, B et C sont-ils alignés ?

Exercice 4 Vrai ou faux

Soit le système linéaire $(S) \begin{cases} 6x + 3y = 9 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$

① ses solutions sont $x = 2$ et $y = -1$

② ses solutions sont $x = -2$ et $y = 1$

③ sa solution est le couple $(2, -1)$

④ sa solution est le couple $(-2, 1)$

Feuille d'exercices 6

Exercice 1 ① On considère la droite (AB) donnée par les points $A = (-1 ; -1)$ et $B(2 ; 3)$. Calculer la pente de (AB). Donner l'équation de cette droite sous la forme $y = ax + b$.

② Idem avec $A = (3 ; 6)$ et $B = (3 ; -1)$

Exercice 2 Soit d la droite d'équation $y = -3x + 2$. Calculer l'équation de la droite d', parallèle à d et passant par $A = (1 ; 3)$

Exercice 3 Résoudre le système linéaire

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6,5 \\ 4x + y = 5,5 \end{cases}$$

par le calcul et graphiquement

Exercice 4 Résoudre

① $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - 2y = -11 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 8x + 4y = 8 \end{cases}$

Exercice 5 Résoudre

① $\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = 3x + 7 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x + 4y = -5 \\ x + \frac{4}{3}y = 2 \end{cases}$

Quizz 6

Exercice 1 Resoudre $x^2 \geq 4$

Exercice 2 L'ensemble des solutions de

$2x^2 - 12x + 10 < 0$ est

① $]-\infty, 1[$

② $]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[$

③ $[1, 5]$

④ $]1, 5[$

Exercice 3 L'ensemble des solution de $\dfrac{-3x+5}{x+1} \leq 0$

est

① $]-1, \frac{5}{3}]$

② $]-\infty, -1] \cup [5/3, +\infty[$

③ $]-\infty, -1[\cup [5/3, +\infty[$

④ $]-\infty, -1[\cap [5/3, +\infty[$

⑤ $]-\infty, -1[\cup]-1, \frac{5}{3}]$

Feuille d'exercice 7 : Inéquations

Exercice 1 Résoudre $-2x+6 \geq 0$

Faire un tableau de signes.

Exercice 2 Résoudre $(-2x+4)(x+1) < 0$

Faire un tableau de signes

Exercice 3 Résoudre $x^2 > 4x$

Exercice 4 : Résoudre $\dfrac{2x-6}{-x+1} \geq 0$

[redacted] grâce à un tableau de signes

[redacted]

Exercice 5 Résoudre $(x+2)^2 < (5-3x)^2$

Exercice 6 Résoudre $-\dfrac{3}{4}x + 7 \geq -17$

Exercice 7 Résoudre $\dfrac{x}{x+3} < -2$

Feuille d'exercice n° 8

Rappel paraboles

Exercice 1 : si a et b sont deux réels tels que $a < b$ comparer a^2 et b^2.

Exercice 2 : Déterminer le tableau de variation de la fonction inverse $f(x) = \frac{1}{x}$

Exercice 3 : Résoudre

$$-x^2 + 10x \geq 21$$

Exercice 4 : Quel est le $\left|\begin{matrix}\text{maximum}\\ \text{minimum}\end{matrix}\right|$ de f ? En quel point est-il atteint pour

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 5$$

On montrera que $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$

Exercice 5 : Soit $f(x) = -0{,}1x^2 + 1{,}5x + 1{,}6$

On montrera que $f(x) = (-0{,}1x + 0{,}4)(x - 11) + 6$.

Résoudre $f(x) > 6$

Feuille d'exercice 9

Exercice 1 : Soit ABC un triangle

Soient I et J les points tels que $\vec{AI} = 3\vec{AB}$ et $\vec{AJ} = 3\vec{AC}$

1) Faire une figure

2) Montrer par un calcul vectoriel que $\vec{IJ} = 3\vec{BC}$

3) Qu'en déduisez-vous ?

4) Que vaut $\vec{AB} - \vec{CB}$?

Exercice 2 : Soient $\vec{u} = (2 ; -3)$ et $\vec{v} = (3, -1)$

1) Construire $\vec{u} + \vec{v}$ à partir d'un point quelconque du plan

2) Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$.

Exercice 3 : Les vecteurs $\vec{u} = (1 ; 2)$ et $\vec{v}(4 ; 6)$ sont-ils colinéaires ?

Idem avec les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ pour $A = (-2 ; 4)$; $B = (-1 ; 2)$ et $C = (3 ; -6)$

Exercice 4 : Quel est le vecteur directeur de la droite d'équation $4x + 2y = 8$

Exercice 5 : Quel est le point d'intersection des deux droites d'équation ① $3x + 5y - 11 = 0$ et $x - y - 1 = 0$?

② $2x + y + 2 = 0$ et $-10x - 5y + 12 = 0$?

Quiz 7

Exercice 1 Soient $A=(-2;1)$; $B=(1,7)$; $C=(-1;2)$; $D=(1;6)$

Vrai ou faux

① $\vec{CD} = 2\vec{AB}$

② $\vec{CD} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

③ $\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AB}$

④ $\vec{AC} = \frac{1}{6}\vec{AB}$

Que dire de ces vecteurs ?

Exercice 2 Soit $f(x) = -2x^2+12x-3$

① Montrer que $f(x) = -2(x-3)^2+15$

② Donner sans calcul un extremum de f

③ Est-ce un minimum ou un maximum ?

④ En quel point est-il atteint ?

Exercice 3 Soient $f(x)=x^2$ et $g(x)=2x-1$

Montrer que $\mathcal{C}_f$ est au dessus de $\mathcal{C}_g$.

Exercice 4 où est l'erreur dans le raisonnement suivant $5<6$ et $1<3$ donc par soustraction $5-1<6-3$

Exercice 5 : si $3<x<5$ ① donner un encadrement de $-2x+1$

② et si $y \in]1,2[$ donner un encadrement de $2y+3$

~~Devoir~~ Feuille d'exercice 10

Exercice 1 : résoudre ① $|x-3| < 2$

② $|-x+5| < -3$ ③ $|-x| \leq 5$

Exercice 2 : Donner un encadrement à 10^{-3} de $\sqrt{2}$.

Exercice 3 : Vrai ou faux

① $\frac{1}{3} \times \sqrt{\frac{100}{9}} \in \mathbb{Q}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} \in \mathbb{Q}$

③ $\frac{5^3}{5} \in \mathbb{N}$ ④ $\frac{42}{-3} \in \mathbb{N}$ ⑤ $\frac{42}{-3} \in \mathbb{Z}$

⑤ $\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{8} \in \mathbb{N}$ ⑥ $\frac{7645}{1000} \in \mathbb{D}$

⑦ $\frac{7645}{1000} \in \mathbb{N}$ ⑧ $\frac{7645}{1000} \in \mathbb{Z}$ ⑨ $\frac{7645}{1000} \in \mathbb{Q}$

⑩ $\frac{7645}{1000} \in \mathbb{R}$.

Exercice 4 Soient $A=(-3;3)$; $B=(1;5)$ et $C=(1;1)$

① Calculer les coordonnées de N tel que $\vec{CN} = \vec{CB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$

② Soit $P=(3;0)$. Calculer $\det(\vec{AP}, \vec{AC})$.

Que en déduisez-vous ?

Quizz 8

Exercice 1 Vrai ou faux

ⓐ Une forme simplifiée de $\sqrt{300}$ est

① $3\sqrt{100}$ ② $\sqrt{3}\,100$ ③ $\sqrt{3}\,10$

ⓑ idem avec $\frac{36}{300}$

① $\frac{6}{100}$ ② $\frac{36}{3\times100}$ ③ $\frac{6}{75}$ ④ $\frac{3}{25}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

ⓒ $\sqrt{(-5)^2} = 5$

ⓓ $\sqrt{(-5)^2}$ n'existe pas

ⓔ $(\sqrt{-5})^2 = 5$

ⓕ $(\sqrt{-5})^2$ n'existe pas

ⓖ $\sqrt{36+64} = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6+8 = 14$

ⓗ $10^3 = 10\times10^2$

ⓘ $10^3 = 1\,000$

ⓙ $(-10)^4 = -10\,000$

ⓚ $(-10)^4 = 10\,000$

ⓛ $(10)^{-2} = -100$

ⓜ $(10)^{-2} = 0{,}01$

ⓝ $2\times(10)^{-3} = -0{,}002$

ⓞ $10^5\times10^2 = 10^7$

ⓟ $(10^5)^2 = 10^7$

ⓠ $\frac{10^5}{10^2} = 1000$

ⓡ $\frac{10^2}{10^5} = 1\,000$

ⓢ $\frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{2n+1}$

ⓣ $4^{n+1} + 5\times4^n = 4^n\times9$

Feuille d'exercice 14

Exercice 1 5 est-il un diviseur de

① $49\,605 + 3\,550$

② $49\,605 + 3\,551$

Exercice 2 Comparer $\frac{6}{7}$ et $\frac{5}{6}$

Exercice 3 Simplifier l'écriture de

ⓐ $\sqrt{18}$; ⓑ $\sqrt{81+9}$; ⓒ $\frac{76}{12}$

ⓓ $\sqrt{108}$; ⓔ $\sqrt{720}$

Exercice 4 ① Ecrire $B = 3 \times 2^{12}$ sous la forme $2k$, $k \in \mathbb{N}$

Qu'en déduisez-vous

② Ecrire $A = 2^{30} + 3$ sous la forme $2k+1$, $k \in \mathbb{Z}$

Qu'en déduisez-vous

Exercice 5 Soient n et $n+2$ deux nombres impairs qui se suivent. Montrer que $n + n + 2 = 4k$ avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice 6 Développer et réduire

$A = \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$; $B = (3\sqrt{2}+1)^2$

Quitz 9

Exice 1 vrai ou faux

(1) $\dfrac{a^2 b^4 c}{a^3 b c^4} = a b^3 c^{-3}$

(2) $\dfrac{a^2 b^4 c}{a^3 b c^4} = a^{-1} b^3 c^{-3}$

(3) $(a^2)^3 (b^{-1})^2 (c^4)^{-2} = a^6 b^{-3} c^2$

(4) $(a^2)^3 (b^{-1})^2 (c^4)^{-2} = a^5 b^{-2} c^{-8}$

(5) $x^4 - 1 = (x^2-1)(x^2-1)$

(6) $x^4 - 1 = (x^2-1)(x-1)(x+1)$

(7) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

(8) si $1 < x$ alors $1 < x^3$

(9) si $x < -2$ alors $-8 < x^3$

(10) $x^3 = -1 \iff x = -1$

(11) $3^n - 3^{n+1} + 3^{n+2} = 7 \times 3^n$

(12) $27 < \pi^3$

(13) $(-2)^2 < (-1)^2$

(14) $x < -2 \Rightarrow x^3 > 8$