Feuille d'exercice 20

Exercice 1 Soit (u_n) telle que

$$u_{n+1} = 2u_n + 1 \quad \text{et} \quad u_0 = 0$$

Montrer par récurrence que $u_n = 2^n - 1$ pour tout

Exercice 2 Soit (V_n) la suite telle que

$$V_0 = 10 \quad \text{et} \quad V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n + 4.$$

Montrer que V_n est minorée par 8.

Exercice 3 Montrer que la suite $u_n = 3 - 4n$ est monotone, de deux façons différentes

Exercice 4 Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = -n^2 + 9n + 3$ est majorée. Déterminer ce majorant.

On pose $V_n = u_n + n^2$. Montrer que

$$V_0 + V_1 + \dots + V_n = \sum_{k=0}^{n} V_k = (n+1)(n+3)$$

Feuille d'exercice 21

Exercice 1 Soit (u_n) définie par

$u_{n+1} = \frac{3}{4} u_n + 9$ et $u_0 = 0$.

① Montrer que (u_n) est majorée par 36

② On pose $v_n = u_n - 36$. Montrer que (v_n) est géométrique de raison $\frac{3}{4}$.

③ En déduire que $u_n = 36 - 36\left(\frac{3}{4}\right)^n$ et montrer que (u_n) est strictement croissante.

Exercice 2 Soit $u_n = 7u_n + 6$. Montrer par récurrence que $u_n = 2 \times 7^n - 1$

Exercice 3 : Soit (u_n) définie par $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n - 4$ et $u_0 = 1$. On pose $v_n = u_n + 8$. Montrer que (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$. En déduire l'expression de (u_n) en fonction de n.

Feuille d'exercice 22

Exercice 1

Rappeler les formules des dérivées de

① $f_1(x) = mx + p$

② $f_2(x) = x^n$, $n \in \mathbb{Z}$

③ $\sqrt{x}$

④ e^x

⑤ $\frac{1}{x}$

⑥ $(u+v)' =$

⑦ $(uv)' =$

⑧ $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

⑨ $\left(\frac{1}{u}\right)' =$

Exercice 2

calculer $f'(x)$ pour

① $f_1(x) = \frac{1}{x^2}$

② $f_2(x) = e^{-x/2} + 3$

③ $f_3(x) = (x^2 + 3x)^8$

④ $f_4(x) = (2x+1)^3$

⑤ $f_5(x) = \sqrt{x^2+1}$

Exercice 3

Déterminer le ou les points d'inflexion de $f(x) = \frac{x^3}{9} - x^2$

Feuille d'exercices 23

Exercice 1 :

Calculer

① $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{4n + 3(-1)^n}{n}$

② $\lim\limits_{n \to +\infty} n^2 - n + 1$

③ $\lim\limits_{n \to +\infty} 5n - 2$

④ $\lim\limits_{n \to +\infty} -4n +$

⑤ $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{2} n^3$

⑥ $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{1}{n} - n^2$

⑦ $\lim\limits_{n \to +\infty} (-1)^n$

⑧ $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 \times 2^n - 7$

Exercice 2

Soit $u_n = 2n + 4(-1)^n$

Montrer que $2n - 4 \leq u_n$ pour tout n

en déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 3

Soit $u_n = \dfrac{2n + \cos(3n)}{n}$

Montrer que $2 - \frac{1}{n} \leq u_n \leq 2 + \frac{1}{n}$

En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Quizz 17 (après feuille 23)

Exercice 1

Simplifier $\dfrac{5!}{3!}$; $\dfrac{n!}{(n-2)!}$

Exercice 2

Calculer $\binom{4}{2}$; $\binom{14}{3}$

Rappel $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$

Exercice 3 Déterminer les coefficients du triangle de Pascal jusque 5.

Exercice 4 Si $E = \{1 ; 2\}$ et $F = \{1 ; 2 ; 3\}$

Déterminer $E \times F$ et $E \cup F$ et $E \cap F$

Exercice 5 Vrai ou faux "$|u_n - L| < \varepsilon$" signifie $u_n \in$ ...

Exercice 6 : Déterminer les limites suivantes

$\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n^2}$; $\lim\limits_{n \to +\infty} n^6$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \sqrt{n}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} n^3 - 2n^2$; $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{4n^2+2}{n^2+6}$; $\lim\limits_{n \to +\infty} 2^n$

$\lim (0,5)^n$;

Feuille d'exercices 24

Exercice 1 : Soit (u_n) la suite telle que

$$u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 4 \quad \text{et} \quad u_0 = 0$$

① Montrer par récurrence que $0 \leq u_n \leq u_{n+1} < 8$

② En déduire que (u_n) converge. Déterminer sa limite

Exercice 2 soit $f(x) = e^x - x$.

① Calculer f' et déterminer le tableau de variation de f.

② Montrer que f est convexe sur $\mathbb{R}$.

③ Déterminer la tangente T de C_f au point d'abscisse 1.

En déduire que $e^x > e \times x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Feuille d'exercices 25

Exercice 1 Soit $f(x) = x e^{x/2}$.

① Calculer f'

② Montrer que f admet une tangente horizontale, en quel point ?

③ Déterminer le point d'inflexion de f et étudier sa convexité sur $\mathbb{R}$

Exercice 2 Soit $f(x) = \sqrt{25 - x}$ pour $x \in [-5, 5]$

On pourra admettre que f est concave sur $[-5, 5]$

① Montrer que la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4 est $y = \frac{-4}{3}x + \frac{25}{3}$

② En déduire que $3\sqrt{25 - x^2} + 4x \leq 25$ sur $[-5, 5]$

Feuille d'exercice 26

Exercice 1 On se donne le point $A = (1 ; -1 ; 3)$ et le vecteur $\vec{u} = (1 ; 2 ; 1)$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace.

① Donner une représentation d'équations paramétriques de la droite $d = (A, \vec{u})$.

② d passe-t-elle par $B = (3, 3, 5)$?

③ d passe-t-elle par $C = (5 ; 6, 7)$?

Exercice 2 Soit d la droite de système d'équations paramétriques

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

et d' celle donnée par

$$\begin{cases} x = 5t \\ y = 4 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Étudier la position relative de d et d'

Feuille d'exercices [redacted] 27

Exercice 1 : Soit la suite (u_n) définie par

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}(u_n)^2 + 3u_n - \frac{3}{2}$

On pose $v_n = u_n - 3$

1. Montrer que $v_{n+1} = -\frac{1}{2}(v_n)^2$
2. Montrer par récurrence que $-1 \leq v_n \leq 0$.
3. Montrer que $v_{n+1} - v_n = -v_n\left(\frac{1}{2}v_n + 1\right)$
4. Montrer que v_n est croissante majorée et calculer sa limite.
5. En déduire la limite de (u_n)

Exercice 2 Soit d donné par $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -4t \end{cases}$

et d' donné par $\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 2t \end{cases}$

1. Montrer que d et d' ne sont pas parallèles
2. d et d' sont-elles sécantes ? coplanaires ?

Quizz 18

Exercice 1 Calculer la dérivée des fonctions suivantes et établir leurs tableaux de variations

① $f_1(x) = (2x+3)e^{-2x}$

② $f_2(x) = \sqrt{x^2-4x+5}$

③ $f_3(x) = (e^x-1)^2$

Exercice 2 : Etudier la $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-6x+1}{5-2x}$

En déduire l'équation d'une asymptote au graphe de f.

Exercice 3 : Soit la suite (u_n) définie par $u_{n+1} = 0{,}2\,u_n + 0{,}5$ et $u_1 = 0{,}5$.

Montrer par récurrence que $u_n < u_{n+1} < 0{,}62$

En déduire que (u_n) converge et déterminer sa limite.

Feuille d'exercices 28

Exercice 1 : soit $f(x) = \dfrac{4x}{x-3}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et interpréter en termes d'asymptotes.

Exercice 2 Etudier la continuité de f

① $f_1(x) = \dfrac{ex}{x-3}$ ② $f_2(x) = x^3 - 4x$

Exercice 3 : Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} \sin(2x)$

en démontrant d'abord que $-\dfrac{1}{e^x} \leq f(x) \leq \dfrac{1}{e^x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Exercice 4 Calculer

① $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+1}$; ② $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{6e^x}{2x^2+3}$; ③ $\lim\limits_{x \to -\infty} (e^x(3x^2-6x$

Exercice 5 Soit $f(x) = x^3 - 4x$. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ possède au moins une

Quizz 19

Exercice 1 $k \in \mathbb{N}$, Calculer

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^k}, \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x^k}, \quad \lim_{x \to -\infty} e^x$$

$$\lim_{x \to -\infty} x^3, \quad \lim_{x \to +\infty} e^x, \quad \lim_{x \to -\infty} (x^3 + x^2)$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}; \quad \lim_{x \to 3} \frac{5}{(x-3)^2}$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{5}{(x-3)}$$

Exercice 2 : Que vaut ① $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}$?

② $\lim_{x \to -\infty} x^n e^x$, $n \in \mathbb{N}$?

Exercice 3. Soit $g(x) = 2e^x + 2x - 7$.

① Etudier les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.

② Montrer que g est croissante sur $\mathbb{R}$ et faire son tableau de variation

Feuille d'exo 29

Exercice 1 Vrai ou faux

① $e^x = t \iff x = \ln t$ $\quad t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$

② $e^x = t \iff x = \ln t$ $\quad t > 0$, $x \in \mathbb{R}$

③ $e^x = t \iff x = \ln t$ $\quad t \in \mathbb{R}$, $x > 0$

④ $e^{\ln t} = t$ $\quad t \in \mathbb{R}$

⑤ $e^{\ln t} = t$ $\quad t > 0$

⑥ $\ln(e^t) = t$ $\quad t \in \mathbb{R}$

⑦ $\ln(e^t) = t$ $\quad t > 0$

⑧ ln est croissante sur $]0, +\infty[$

⑨ ln est croissante sur $\mathbb{R}$

Exercice 2 : Résoudre $\ln(x-1) = 1$

Exercice 3 : Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} (3x^2 + 2x) \ln x$

Quizz [illegible] 20

Exercice 1

Compléter

① $\ln(1) =$

② $\ln(e) =$

③ $\ln(ab) =$

④ $\ln\left(\frac{1}{b}\right) =$ $b>$

⑤ $\ln(a^n) =$ n [illegible] $a>0$

⑥ $(\ln(x))' =$

Exercice 2 Déterminer

① $\lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) =$

② $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) =$

③ $\lim\limits_{x \to 0^+} x^p \ln x =$

④ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^p} =$ $p \in \mathbb{N}$

Exercice 3 Tracer le tableau de variation de $\ln$ et résoudre

① $\ln x > 0$

② $\ln x < 0$

Exercice 4 Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x - x$

Rappel : si $f(x) = \ln(u(x))$ alors

$$f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

Feuille d'exercice 30

Exercice 1 : Donner une primitive de f

① $f_1(x) = 2x$ sur $\mathbb{R}$; ② $f_2(x) = \frac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$

③ $f_3(x) = x^2$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2 Préciser la primitive de f et l'intervalle considéré

① $f_1(x) = m$; ② $f_2(x) = x^n$, $n \in \mathbb{Z}$, $n \neq -1$

③ $f_3(x) = \frac{1}{x^2}$; ④ $f_4(x) = e^x$ ⑤ $f_5(x) = e^{kx}$

⑥ $f_6(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$; ⑦ $f_7(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$; ⑧ $f_8(x) = (5x-4)^7$

Exercice 3 : Trouver la primitive F de $f(x) = x^2+x+1$ sur $\mathbb{R}$ telle que $F(1)=0$.

Idem avec $g(x) = \frac{1}{(2x-1)^3}$ sur $]\frac{1}{2} +\infty[$

telle que $G(0) = -\frac{1}{4}$

Feuille d'exercice 3

Exercice 1 Soit $f(x) = \ln(3-x)$

Calculer $f'(x)$, le tableau de variation de f et calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

Exercice 2 Déterminer la primitive de f et l'intervalle considéré pour

① $f_1(x) = u' e^{u}$

② $f_2(x) = \dfrac{u'}{u}$

③ $f_3(x) = u' u^{n}$

④ $f_4(x) = \dfrac{u'}{\sqrt{u}}$

Exercice 3 : Soit $f(x) = \dfrac{1 + 2\ln x}{x^2}$ définie sur $]0, +\infty[$

① Déterminer la limite de f en 0^+

② Calculer $f'(x)$ et déterminer un tableau de variation

③ Déterminer l'intersection de f avec l'axe des abscisses

Quiz 21

Exercice 1 : Donner une primitive de f

① sur $]0, +\infty[$ pour $f_1(x) = \frac{1}{x^3}$

② sur $\mathbb{R}$ pour $f_2(x) = x^2 + 4x + 1$

Exercice 2 :

Résoudre $1 + \ln 2 - \ln x \geq 0$, $x \geq 0$

En déduire que la fonction $g(x) = x(2 + \ln 2 - \ln x)$ admet un maximum sur $\mathbb{R}_+$, le déterminer.

Exercice 3 La primitive de la fonction $f(t) = e^{2t} - 5$ qui vérifie $F(2) = 0$ est

① $F(t) = \frac{1}{2} e^{2t} - 5t + \frac{1}{2} e^4 + 10$

ou

② $F(t) = -\frac{1}{2} e^{2t} + 5t + \frac{1}{2} e^4 - 10$

ou

③ $F(t) = \frac{1}{2} e^{2t} - 5t - \frac{1}{2} e^4 + 10$

Feuille d'exercice 32

Exercice 1

Calculer

① $\int_1^3 x\,dx$ et faire une représentation graphique de l'aire considérée

② $\int_0^3 (3-x)\,dx$, idem

③ $\int_1^3 \frac{1}{x}\,dx$

④ $\int_2^0 (3x^2-2x)\,dx$

Exercice 2

Soit $f(t)=2t+3$.

Déterminer la primitive F de f qui s'annule en 1.

Exercice 3

Soit $f(x)=x$ et $g(x)=x+e^{-x}$

① Montrer que $f(x)\leq g(x)$

② Soit D le domaine compris entre C_f et C_g et les droites d'équation $x=0$ et $x=1$.

Calculer l'aire de D.

Exercice 4 :

Soit $f(x)=x^2$. Calculer la moyenne de

Feuille d'exo 33

Exo 1 En faisant une intégration par parties calculer

$$I = \int_0^1 t\, e^{4t}\, dt.$$

Exo 2 Calculer

① $I_1 = \displaystyle\int_{-2}^{4} \frac{1}{\sqrt{4t+9}}\, dt$

② $I_2 = \displaystyle\int_0^1 \frac{4x+2}{(x^2+x+1)^5}\, dt$

③ $I_3 = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{x+3}}{\sqrt{x-3}}\, dt$

Quizz 21

Exice 1 : Résoudre ① $\sin x \geq \frac{1}{2}$

② $2\sin x - 1 \geq 0$ ③ $\cos x = 0$

Exice 2 Comparer

① $\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)$, $\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{7}\right)$

② $\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$, $\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{7}\right)$

Exice 4 Vrai ou faux

① $\cos(\pi + x) = \cos(x)$

② $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$

③ $\cos(2\pi + x) = -\cos(x)$

④ $\cos(-x) = -\cos(x)$

⑤ $\sin(-x) = -\sin(x)$

⑥ si $f(x) = x\sin x$, $f(-x) = -f(x)$

⑦ si $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos x + 3}$, $f(x + 2\pi) = f(x)$ et $f(-x) = -f(x)$

Exice 5 Résoudre

① $\cos x = -\sqrt{2}$ ② $\cos x = \sin x$

Feuille d'exo 34

Exercice 1 Calculer $f'(x)$ pour

① $f_1(x) = 2\cos x - 3\sin x$

② $f_2(x) = \cos x \times \sin x$

③ $f_3(x) = \cos(4x+2)$

④ $f_4(x) = \sin(9-2x)$

⑤ $f_5(x) = (\cos x)^3$

⑥ $f_6(x) = x\cos x - \sin x + 1$
et résoudre $f_6(x) = 0$ sur $[0, \pi]$
(uniquement l'existence d'une solution).

Exercice 2 : Calculer les dérivées successives de $\cos x$ et $\sin x$

Exercice 3 Soit $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
$= \tan x$

① Calculer $f'(x)$

② En déduire le tableau de variation de f

Feuille d'entraînement 35

Exercice 1 Calculer

① $I_1 = \int_0^{\pi} (-2\cos x + 5)\,dx$

② $I_2 = \int_0^{\pi} \cos x \sin x \, dx$

Exercice 2 Soit $I = \int_0^{\pi} x \cos^2(x)\,dx$

et $J = \int_0^{\pi} x \sin^2(x)\,dx$

① Calculer $I + J$ et $I - J$

② En déduire les valeurs de I et J

Exercice 3 Calculer $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$ et interpréter le résultat avec la courbe de la fonction sinus