RMaths 13 ~ 23/11/2021

VRAI / FAUX / AU CHOIX

① Une forme simplifiée de $\sqrt{300}$ est

a. $3\sqrt{100}$ b. $\sqrt{3} \times 100$ c. $\sqrt{3} \times 10$

② V $\sqrt{(-5)^2} = 5$

③ F $(\sqrt{-5})^2 = 5$

④ F $\sqrt{36+64} = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$

⑤ V $(-10)^4 = 10\ 000$

⑥ F $\frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{2n+1} \Rightarrow 3^{n+1-n} = 3^1 = 3$

⑦ V $4^{n+1} + 5 \times 4^n \Rightarrow 4^{n+1} \times 4 + 5 \times n^n = 4^n(4+5)$

$= 4^n \times 9$

⑧ F $(a^2)^3 (b^{-1})^2 (c^4)^2 = a^5 b^{-3} c^2 \rightarrow a^6 b^{-2} c^{-8}$

④ → $\cancel{\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}}$ → $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ || $\sqrt{\frac{a}{b}}$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

⑤ $10^2 = 10 \times 10 = 1\boxed{00}$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\underline{000}$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\underline{0\ 000}$

$10^n = 1\underbrace{0 \quad 0}_{n \text{ zéros}}$

$10^{-n} = 0,\underbrace{0 \quad 0}_{n \text{ zéros}} \Rightarrow \frac{1}{10^n}$

FEUILLE 2 - EXO

(CORRIGÉ)

2- $p = n(n+1)(n+2)(n+3)$

$= a(a-2)$

avec $a = (m+1)(m+2)$

3- $p + 1 = a(a-2) + 1$ (d'après 2)

$= a^2 - 2a + 1 \rightarrow (a-b)^2$

$\Rightarrow$ Mise en relation avec $(a-b)^2 = b^2 - 2ab + b^2$ avec $b = 1$

d'où $p + 1 = (a-1)^2$ avec $a - 1$ est un entier

Ainsi, $p + 1$ est bien le carré d'un nombre entier.

Pour $m = 2$ $p + 1 = 2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1$

$= 120 + 1$

$= 11^2$

Pour $m = 3$ $p + 1 = 3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1$

$= 360 + 1$

$= 361$

$= 19^2$

4- $p = 5040$

$p + 1 = 5041 = 71^2$

$= 30 \quad 169$

$a(a-2) - 5040 = 0$

<u>CORRIGÉ</u>

$$\Rightarrow \quad p = (n+1)(n+2)(n+3)$$

$$= 5040$$

$$= 10 \times 5040$$

$$= 10 \times 2 \times 252$$

$$= 10 \times 2 \times 9 \times 28$$

$$= 10 \times 2 \times 9 \times 14 \times 2$$

$$= \underbrace{5 \times 2}_{10} \times \underbrace{2 \times 9 \times 7 \times 2 \times 2}_{8}$$

$$= 10 \times 8 \times 9 \times 7$$

EXO 6 - FEUILLE 2

1) $\phi^2 = 1\phi + 1 \rightarrow ax + b$

a) $f(x) = 4x^2 - 2x + 5$

$f(3x) = 4 \times (3x)^2 - 2 \times 3x + 5$

$= 4 \times 9x^2 - 6x + 5$

$= 36x^2 - 6x + 5$

$f\left(\frac{x}{4}\right) = 4\left(\frac{x}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{4}\right) + 5$

$= \frac{4x^2}{4} - \frac{2x}{4 \rightarrow 2 \times 2} + 5$

$= x^2 - \frac{x}{2} + 5$

$f(-x) = 4 \times (-x)^2 - 2 \times (-x) + 5$

$= 4x^2 + 2x + 5$

2) $xy = \frac{1}{4}(x^2 + 2xy + y^2 - x^2 - 2xy + y^2)$

$= \frac{1}{4}(y^4)$

RMaths 15
23/11/2021

$\boxed{1}$ Soit ϕ tq $\phi^2 = \phi + 1$

" Fonction Affine de ϕ " $= a\phi + b$ $\Rightarrow$ a, b variants

$$\phi^3 = \phi \times \phi^2 \overset{\text{Information}}{=} \phi \times (\phi + 1)$$
$$= \phi^2 + \phi$$
$$= \phi + 1 + \phi$$
$$= 2\phi + 1$$

② $= \frac{1}{4}\left((x+y)^2 - (x-y)^2\right)$

$$= \frac{1}{4}\left[x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)\right]$$
$$= \frac{1}{4}\left[x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2\right]$$
$$= \frac{1}{4}\left[4xy\right]$$
$$= xy$$

28/11/2021

$\boxed{4}$ $f(x) = 4x^2 - 2x + 5$ $\quad f(3x)$? $\quad f\left(\frac{x}{4}\right)$? $\quad f(-x)$

$$f(-2) = 4 \times (-2)^2 - 2 \times (-2) + 5$$
$$= 16 + 4 + 5$$
$$= 25$$

$$f(3x) = 4 \times (3x)^2 - 2 \times (3x) + 5$$
$$= 36x^2 - 6x + 5$$

$$F(x) = 4 \times (-x)^2 - 2 \times (-x) + 5$$
$$= 4x^2 + 2x + 5$$

$$F\left(\frac{x}{4}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{x}{4}\right)^2 - 2 \times \left(\left(\frac{x}{4}\right)\right) + 5$$
$$= 4 \times \frac{x^2}{16} \times \frac{x}{2} + 5$$
$$= \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x + 5$$

FEUILLE 3

EXO 5

1. $x = -x$
   $0 = -0$

2. $-2x + 5 = 1$
   $-2x = -4$
   $-x = \frac{-4}{2}$
   $x = 2$

3. $-\frac{2}{3} x = 4,5$
   $-2x = 4,5 \times 3$
   $-2x = 13,5$
   $-x = \frac{13,5}{2}$
   $-x = 6,75$
   $x = -6,75$

4. $2x - a = 1$, avec a paramètre fixé
   $2x = a + 1$
   $x = \frac{1}{2} \times a + \frac{1}{2}$

5. $2(4 - 2x) = 6 - (-5x + 1)$
   $8 - 4x = 6 - 5x - 1$
   $-4x + 5x = 8 + 6 - 1$
   $x = 13$

6 $5(2+2x) - 4x = 6 - (-3 + 11x)$

Principes de base

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$

l'opposé de a est $-a$. Il vérifie $a + (-a) = 0$

Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (si $c \neq 0$)

6 $5(2+2x) - 4x = 6 - (-3 + 11x)$

$10 + 15x - 4x = 6 + 3 - 11x$

$10 + 11x = 9 - 11x$

$11x + 11x = 9 - 10$

$22x = -1$

$x = \frac{-1}{+22}$

$x = \frac{1}{22}$

7 $\frac{4x}{9} - \frac{1}{5} = \frac{3}{7}x - 1$

$4x - 1 = \frac{3}{7}x - 1 \times 9,5$

$4x - 1 \times 7 = 3x - 1 \times 9,5$

$4x - 7 = 3x - 45$

$4x - 3x = -38$

$x = -38$

8. $3 - 2x = -\frac{x}{3}$

$9 - 6x = -x$

$-6x = -x - 9$

$-5x = -9$

$x = \frac{9}{5}$

$\boxed{10}$ $3 = \frac{8}{\frac{2}{x} + \frac{4}{3}}$

$3 = \frac{8}{\frac{6}{3x} + \frac{4x}{3x}}$

$3 = \frac{8}{\frac{6+4x}{3x}}$

$3 = 8 \times \frac{3x}{2 \times (3+2x)}$

$3 = \frac{24x}{2 \times (3+2x)}$

$3 = \frac{12x}{3+2x}$

$3(3+2x) = 12x$

$9 + 6x = 12x$

$9 = 6x$

$3 = 2x$

$\frac{3}{2} = x$

$\boxed{3}$ $\frac{2}{5-4x} = \frac{3}{7}$

$2 \times 7 = 3 \times (5-4x)$

$14 = 15 - 12x$

$14 - 15 = -12x$

$-1 = -12x$

$\frac{-1}{-12} = x$

$\frac{1}{12} = x$

$\rightarrow (5-4x) \neq 0$

$\frac{a}{\frac{b}{c}}$ $a \times \frac{c}{b}$

RMatho [redacted] 16
22/11/2021

L1 Maths-Info Parcours Accompagné - Remédiation en Mathématiques / I. Dubois

Feuille 3 - Calcul algébrique - Résolution d'équations

Exercice 1 - *Egalités de proportions*

1. Soient a, b, c et d quatre nombres réels avec b et d non nuls. On suppose que $k = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
   (a) Montrer que si $b + d \neq 0$, alors $k = \frac{a+c}{b+d}$.
   (b) Plus généralement, montrer que si $xb + yd \neq 0$ avec x et y réels, alors $k = \frac{xa+yc}{xb+yd}$.
2. Soient a, b, c, x, y et z six nombres réels avec a, b et c non nuls.
   On suppose que $m = \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.
   (a) Montrer que $(ax + by + cz)^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2)$.
   (b) Interpréter géométriquement ce résultat, en considérant deux vecteurs de l'espace de coordonnées (x, y, z) et (a, b, c).

Exercice 2 - *Identités remarquables : autres identités classiques*

Montrer que pour tous réels a, b, c, x, et y, on a :

1. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
2. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
3. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(ax+by)^2 + (ay-bx)^2 = (a^2+b^2)(x^2+y^2)$
6. $(x-1)(x+1)(x^2+1) = x^4 - 1$
7. $(x^2 + \sqrt{2}x + 1)(x^2 - \sqrt{2}x + 1) = x^4 + 1$

Exercice 3 - *Fractions et expressions algébriques*

Simplifier les fractions suivantes, où x (et y) est un réel quelconque tel que les fractions aient un sens :

1. $\frac{2}{3x-3} \times \frac{5}{x+1} \times \frac{x^2-1}{5x}$
2. $\frac{x^4-1}{x^2} \times \frac{x^2}{x^2+1} \times \frac{x^3}{x^2+1}$
3. $\frac{x-1}{2x} \times \left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right)$
4. $\frac{1}{x^4 - 2x^2y} \times \frac{4}{x^4} \times \frac{x^4 - 4y^2}{5}$
5. $\dfrac{\frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1}}{\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{2x-1}}$
6. $\frac{9x^2-25}{3-12x^2} \times \frac{2x+1}{9x^2+30x+25}$

Exercice 4 - *Fractions et expressions algébriques*

Simplifier les expressions suivantes en précisant le domaine de validité :

1. $\dfrac{6x-7}{(x-2)(3x+1)}+\dfrac{3x+4}{(x-2)(2x-5)}$
2. $\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-3}{x+1}+\dfrac{x+1}{x-2}$
3. $2\dfrac{5x-1}{x(2x-1)}-\dfrac{3x-7}{x(2x+1)}-2\dfrac{x-1}{4x^2-1}$

Exercice 5 - *Equations du premier degré*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, d'inconnue x (et pour les plus simples, de tête) :

1. $x=-x$
2. $-2x+5=1$
3. $-\dfrac{2}{3}x=4,5$
4. $2x-a=1$, avec a un paramètre réel fixé
5. $2(4-2x)=6-(5x+1)$
6. $5(2+3x)-4x=6-(-3+11x)$
7. $\dfrac{4x}{9}-\dfrac{1}{5}=\dfrac{3}{7}x-1$
8. $3-2x=-\dfrac{x}{3}$
9. $\dfrac{2}{5-4x}=\dfrac{3}{7}$
10. $3=\dfrac{8}{\dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{3}}$

Exercice 6 - *Equations plus complexes mais sans utiliser la notion de discriminant*

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, d'inconnue x :

1. $4x-5x^2=0$
2. $x^2=2x$
3. $-2x^2+1=-71$
4. $\dfrac{2}{3}(5x-1)^2=-\dfrac{1}{4}$
5. $\dfrac{4}{9}(3x-1)^2=\dfrac{1}{4}$
6. $\dfrac{a}{x}+\dfrac{x}{a}=2$, avec a un paramètre réel fixé
7. $2x^2-1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
8. $mx-\dfrac{m^2}{m-1}=\dfrac{x}{m}+1$, avec m un paramètre réel différent de 1 et 0