

Eficente heurística para o projeto de redes eixo-raio com alocação simples

Rodrigo F. Brito

Bruno N. Gomes

Instituto Federal de Minas Gerais - Departamento de Computação,
Sabará, MG

E-mail: contato@rodrigobrito.net, bruno.nonato@ifmg.edu.br

RESUMO

Redes eixo-raio(ER) são modelos de redes onde a conexão entre os pares de origem e destino não é feita diretamente, e sim por pontos de transbordo, conhecidos como concentradores. Os concentradores são responsáveis por agregar, rotear e distribuir o fluxo de demanda da rede. A Figura 1 ilustra a aplicação das redes do tipo ER considerando as capitais brasileiras.

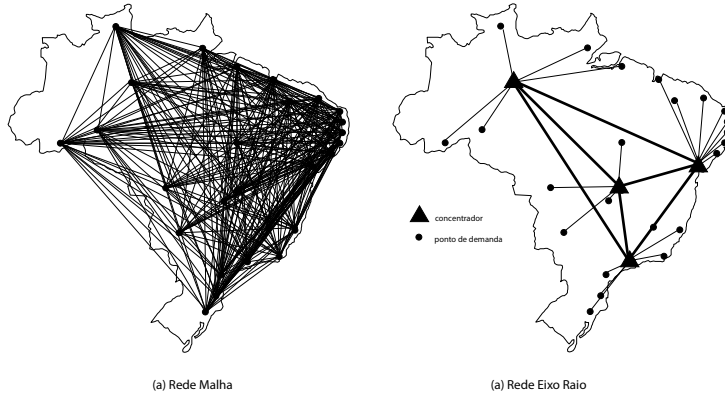


Figura 1: Exemplos de topologias de redes [2]

Por ser uma alternativa de configuração mais econômica, tal topologia vem sendo amplamente utilizada em diversos contextos de aplicação: redes logísticas de transporte; redes de telecomunicações, entre outras [1, 4, 6].

Diversos benefícios podem ser obtidos com a utilização das redes ER, dentre eles pode-se destacar: diminuição do número de ligações diretas; economia de escala; redução do custo de transporte na comunicação entre concentradores [6].

O projeto de redes E-R com alocação simples pode ser modelado da seguinte maneira [6]:

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^n f_k z_{kk} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{m \neq k}^n (w_{ij} c_{ijkm} + w_{ji} c_{ijmk}) z_{ik} z_{jm} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{k=1}^n z_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$z_{ik} \leq z_{kk} \quad \forall i \neq k \in N \quad (3)$$

$$z_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i, k \in N \quad (4)$$

Onde N é o conjunto de n nós, w_{ij} é o fluxo de demanda originado em i com destino à j ($i, j \in N : i \neq j$) o qual é roteado por um ou dois concentradores instalados. Essa demanda originada em i destinada a j ($i, j \in N : i \neq j$), e roteada pelos concentradores k e m ($k, m \in N : k \neq m$), passa por três segmentos: coleta do nó i para concentrador k ; transferência entre os concentradores k e m ; distribuição do concentrador m para nó j . O custo por unidade de demanda ao longo desse caminho é dado por $c_{ijkm} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj}$, sendo $0 \leq \alpha \leq 1$ um fator de desconto que representa a economia de escala nas conexões entre os concentradores. Se somente um concentrador é utilizado em alguma rota, o fator de desconto não é aplicado. Além disso, o custo fixo para instalação de um concentrador no nó k é dado por f_k . A variável $z_{ik} \in \{0, 1\}$ indica a localização dos concentradores e a alocação dos nós aos concentradores instalados. Assim, se $z_{ik} = 1$ o nó i é atribuído ao concentrador k , e $z_{ik} = 0$ caso contrário. Adicionalmente, se um concentrador é localizado no nó k , $z_{kk} = 1$; senão $z_{kk} = 0$.

A equação (1) objetiva a minimização dos custos variáveis de transporte e custos fixos de instalação. As restrições descritas por (2) garantem que cada nó pode estar conectado a somente um concentrador. As restrições representadas por (3) permitem a alocação do nó i ao nó k , somente se k for um concentrador. As equações (4) são restrições de integralidade das variáveis z_{ik} .

Por se tratar de um problema NP-Difícil[5], propõe-se uma heurística para resolução do mesmo. O método implementado é composto por um eficiente fase de construção e 4 funções de vizinhança exploradas por meio de busca local.

Para avaliação do desempenho da heurística implementada foram realizados experimentos computacionais utilizando instâncias da base de dados do serviço postal australiano (AP) com problemas variando de 10 a 200 nós [3].

Inicialmente realizou-se uma comparação entre duas versões da fase de construção: tradicional e ponderada. Os resultados reportados mostram grande melhoria em tempo computacional e similaridade em qualidade de soluções retornadas pelo método construtivo ponderado. Ao combinar o método construtivo com as buscas locais para refinamento, notou-se grande melhoria na qualidade das soluções, principalmente em relação à vizinhança *shift* que se mostrou muito superior às demais.

A heurística proposta se mostrou eficaz para resolução do projeto de redes ER, encontrando boas soluções para instâncias de até 200 nós da base de dados AP.

Palavras-chave: *Otimização combinatória; Redes Eixo-Raio, Heurística.*

Referências

- [1] S. Alumur and B. Y. Kara. Network hub location problems: The state of the art. *European Journal of Operational Research*, 190:01–21, 2008.
- [2] R. S. Camargo. *Sistemas eixo-raio de múltipla atribuição: modelos e algoritmos*. PhD thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.
- [3] A. T. Ernst and M. Krishnamoorthy. Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Location Science*, 4:139–154, 1996.
- [4] R. Z Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Arabani, and E. Nikbakhsh. Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers & Industrial Engineering*, 64:1096–1109, 2013.
- [5] Michael R. Garey and David S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness (Series of Books in the Mathematical Sciences)*. W. H. Freeman, first edition, jan 1979.
- [6] Morton E. O’Kelly and Harvey J. Miller. The hub network design problem: A review and synthesis. *Journal of Transport Geography*, 2(1):31 – 40, 1994.