

Лукьянов Павел Борисович
профессор Департамента математики

Программирование в среде R

Лекция

**R и интервальные данные.
Интервальная арифметика**

Финансовый университет, 2021

Принятие управленческого решения

ЛПР – Лицо, Принимающее Решение

Анализ того, что
уже произошло

Анализ

Сценарии того, что
может произойти

Моделирование

Аналитики, Эксперты, Консультанты

Данные

**Регистрация операций,
действий и т.д.**

**Управленческое решение
влияет на эффективность
бизнеса**



Петля управления бизнесом. Использование R



Точные расчеты и анализ возможны, если все исходные данные известны точно

Пример экономической задачи, данные заданы точно

Дано

Компьютерная фирма разрабатывает и реализует сложные комплексы защиты корпоративных данных. Есть несколько заказов, есть оценка затрат, известна примерная цена реализации.

- Себестоимость одного комплекса $C = 5$ млн. руб
- Планируемый выпуск $Q_{\text{prod}} = 10$ шт.
- Цена реализации комплекса $P = 7$ млн. руб / шт.
- Объем реализации $Q_{\text{sale}} = 9$ шт.

Определить прибыль (Pr) и рентабельность (R) производства

Прибыль Pr и рентабельность R зависят от:

- объема выпуска Q_{prod}
- суммы постоянных и переменных затрат C
- цены реализации товара P
- объема реализации Q_{sale}

$$Pr = f(C, Q_{\text{prod}}, P, Q_{\text{sale}})$$

$$R = g(C, Q_{\text{prod}}, P, Q_{\text{sale}})$$

Решение экономической задачи, данные заданы точно

Дано

Компьютерная фирма разрабатывает и реализует сложные комплексы защиты корпоративных данных. Есть несколько заказов, есть оценка затрат, известна примерная цена реализации.

- Себестоимость одного комплекса $C = 5$ млн. руб
- Планируемый выпуск $Q_{\text{prod}} = 10$ шт.
- Цена реализации комплекса $P = 7$ млн. руб / шт.
- Объем реализации $Q_{\text{sale}} = 9$ шт.

Определить прибыль (Pr) и рентабельность (R) производства

$Pr = \text{Выручка} - \text{Затраты}$

$\text{Выручка} = \text{Цена} * \text{Объем реализации}$

$\text{Затраты} = \text{Себестоимость} * \text{Объем выпуска}$

$\text{Выручка} = 7 * 9 = 63$ млн. руб

$\text{Затраты} = 5 * 10 = 50$ млн. руб

$Pr = 63 - 50 = 13$ млн. руб

$R = \text{Прибыль} / \text{Затраты} * 100\%$

или $R = (\text{Выручка} / \text{Затраты} - 1) * 100\%$

Неопределенность будущего как свойство реального мира

Показатель

- Курс акций
- Урожайность
- Рыночная цена товара
- Объем продаж
- Индекс активности
- евро / доллар
- и т.д.

Значение интересующего показателя может быть любым
внутри некоторого интервала

Макс

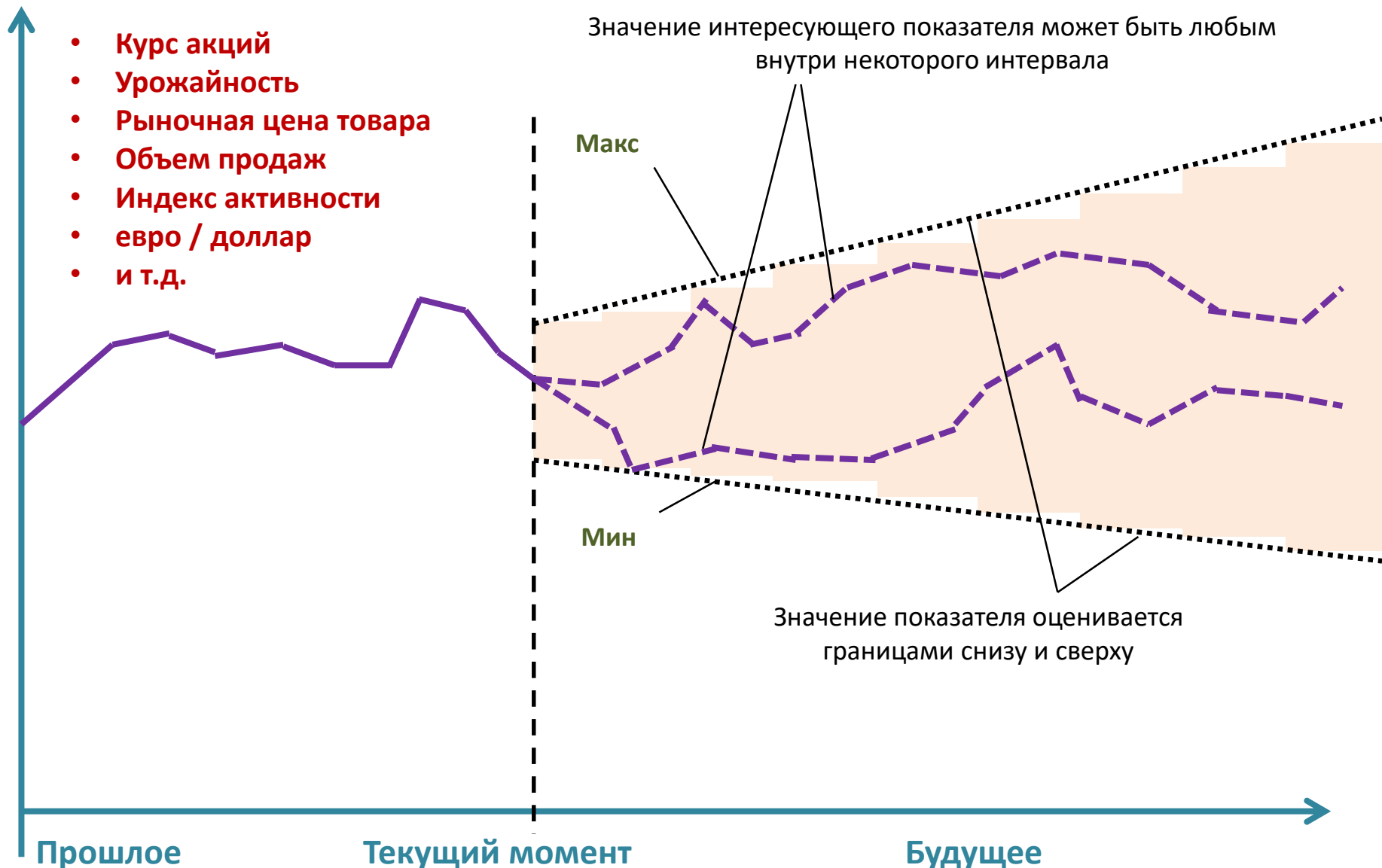
Мин

Значение показателя оценивается
границами снизу и сверху

Прошлое

Текущий момент

Будущее



Пример задачи с интервальными данными. Постановка

Дано

Компьютерная фирма разрабатывает и реализует сложные комплексы защиты корпоративных данных. Есть несколько заказов, есть оценка затрат, известна примерная цена реализации.

- Себестоимость 1 комплекса $C = [5, 6]$ млн. руб
- Планируемый выпуск $Q_{\text{prod}} = [8, 12]$ шт.
- Цена реализации комплекса $P = [7, 10]$ млн. руб / шт.
- Объем реализации $Q_{\text{sale}} = [8, 12]$ шт.

Определить прибыль [Pr] и рентабельность [R] производства

Расчет выполнить, используя мин. и макс. оценки [Pr], [R] через выбор соответствующих граничных значений исходных данных

Учет неопределенности исходных данных

Традиционный подход к расчету экономических показателей

Прибыль Pr и рентабельность R зависят от

- объема выпуска Q_{prod}
- суммы постоянных и переменных затрат C
- цены реализации товара P
- объема реализации Q_{sale}

$$Pr = f(C, Q_{prod}, P, Q_{sale})$$

$$R = g(C, Q_{prod}, P, Q_{sale})$$

Если данные известны не точно, переход к интервалам

$$\begin{aligned} P &\rightarrow [P] &&= [P_{min}, P_{max}] \\ Q_{prod} &\rightarrow [Q_{prod}] &&= [Q_{prod_min}, Q_{prod_max}] \\ C &\rightarrow [C] &&= [C_{min}, C_{max}] \\ Q_{sale} &\rightarrow [Q_{sale}] &&= [Q_{sale_min}, Q_{sale_max}] \end{aligned}$$

В результате расчета получаем интервалы возможных значений

$$[Pr] = f([C], [Q_{prod}], [P], [Q_{sale}])$$

$$[R] = g([C], [Q_{prod}], [P], [Q_{sale}])$$

Оценка предельных значений прибыли и рентабельности

Минимальная прибыль, минимальная рентабельность

$$Pr_{\min} = f(C_{\max}, Q_{\text{prod_max}}, P_{\min}, Q_{\text{sale_min}})$$

$$R_{\min} = g(C_{\max}, Q_{\text{prod_max}}, P_{\min}, Q_{\text{sale_min}})$$

Максимальная прибыль, максимальная рентабельность

$$Pr_{\max} = f(C_{\min}, Q_{\text{prod_max}}, P_{\max}, Q_{\text{sale_max}})$$

$$R_{\max} = g(C_{\min}, Q_{\text{prod_max}}, P_{\max}, Q_{\text{sale_max}})$$

Пример задачи с интервальными данными. Решение

Расчет через оценку границ исходных данных

Pr = Выручка – Затраты

Выручка = Цена * Объем реализации

Затраты = Себестоимость * Объем выпуска

$Pr_{\min} = f(P_{\min}, Q_{\text{prod_max}}, \text{Затр_макс}, V_{\text{реал_мин}})$

$Pr_{\max} = f(\text{Ц_макс}, V_{\text{вып_макс}}, \text{Затр_мин}, V_{\text{реал_макс}})$

$Pr_{\min} = P_{\min} * Q_{\text{sale_min}} - C_{\max} * Q_{\text{prod_max}}$

$Pr_{\min} = 7 * 8 - 6 * 12 = -16 \text{ млн. руб}$

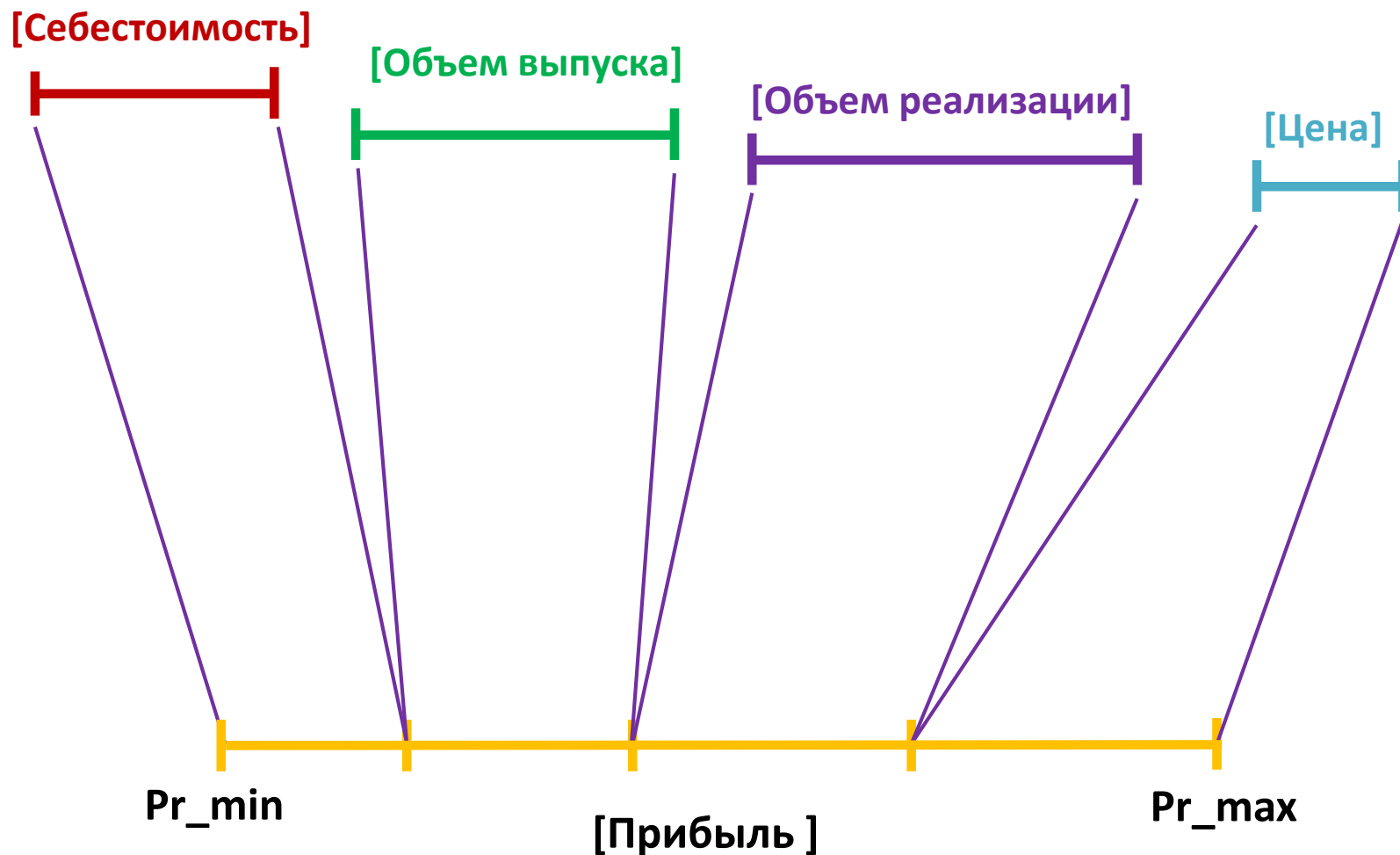
$Pr_{\max} = P_{\max} * Q_{\text{sale_max}} - C_{\min} * Q_{\text{prod_max}}$

$Pr_{\max} = 10 * 12 - 5 * 12 = 60 \text{ млн. руб.}$

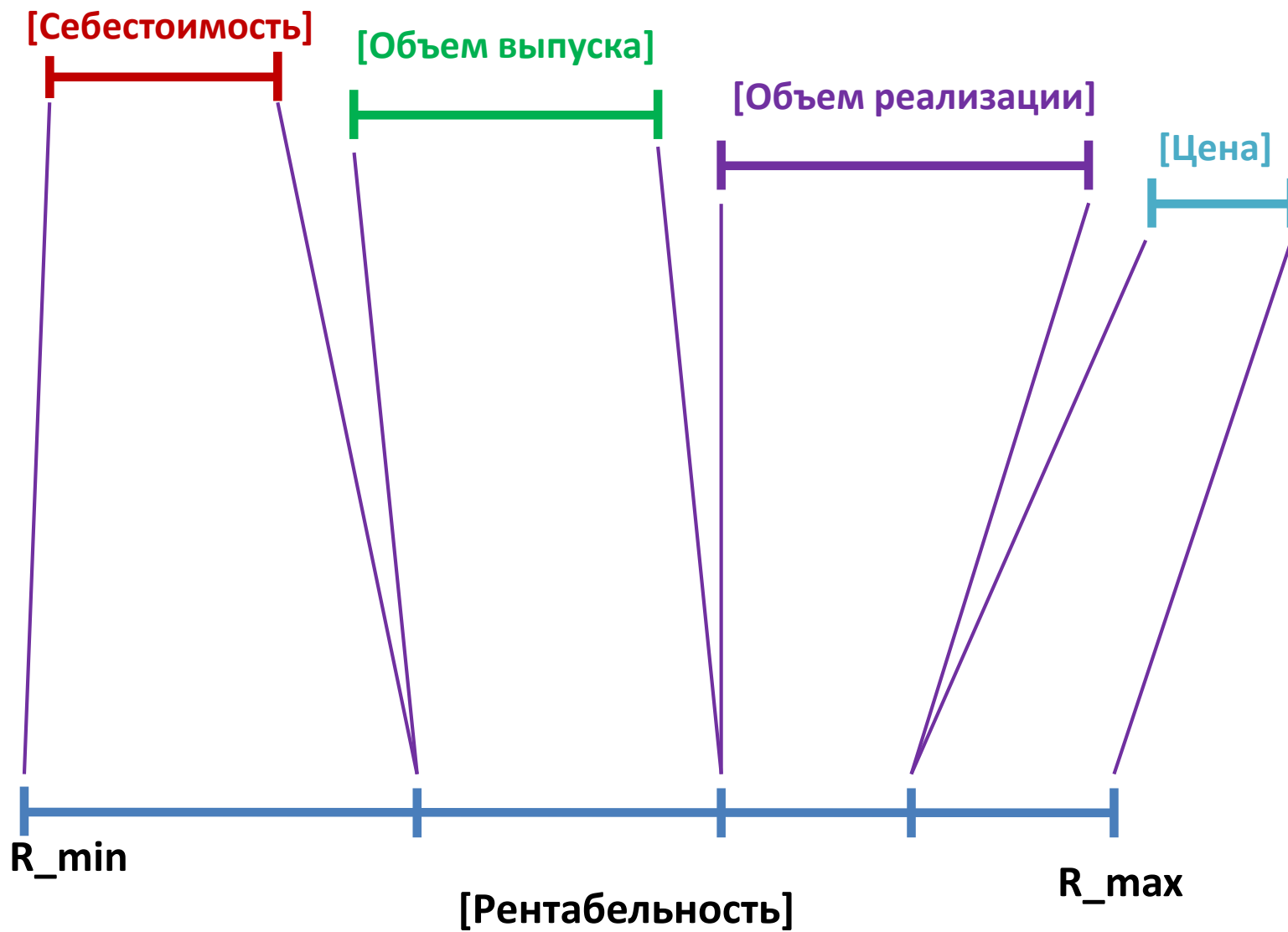
[Прибыль] = [-16, 60] млн. руб

[R] - ?

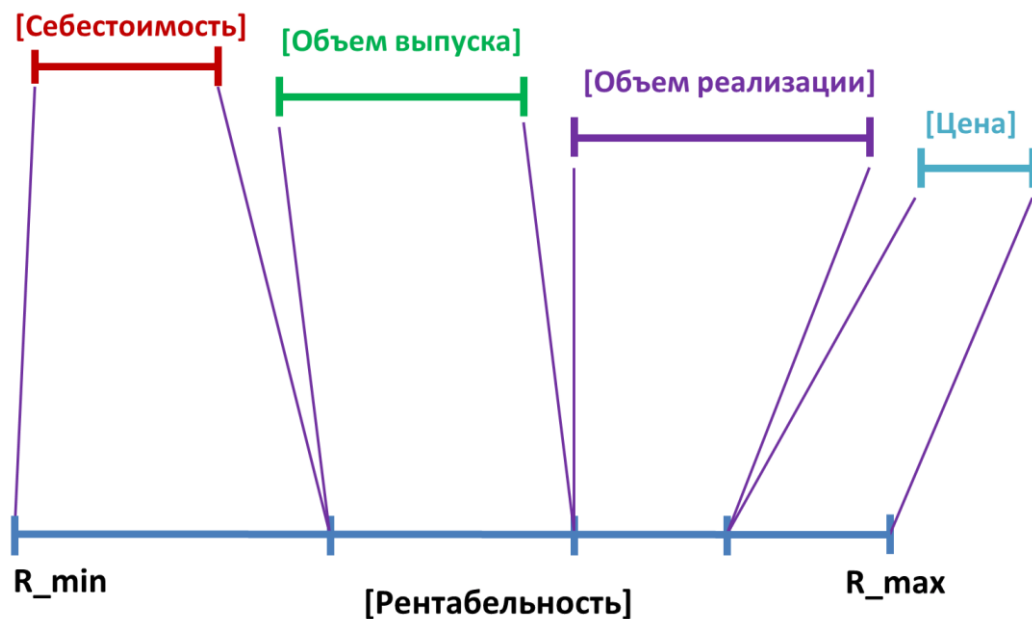
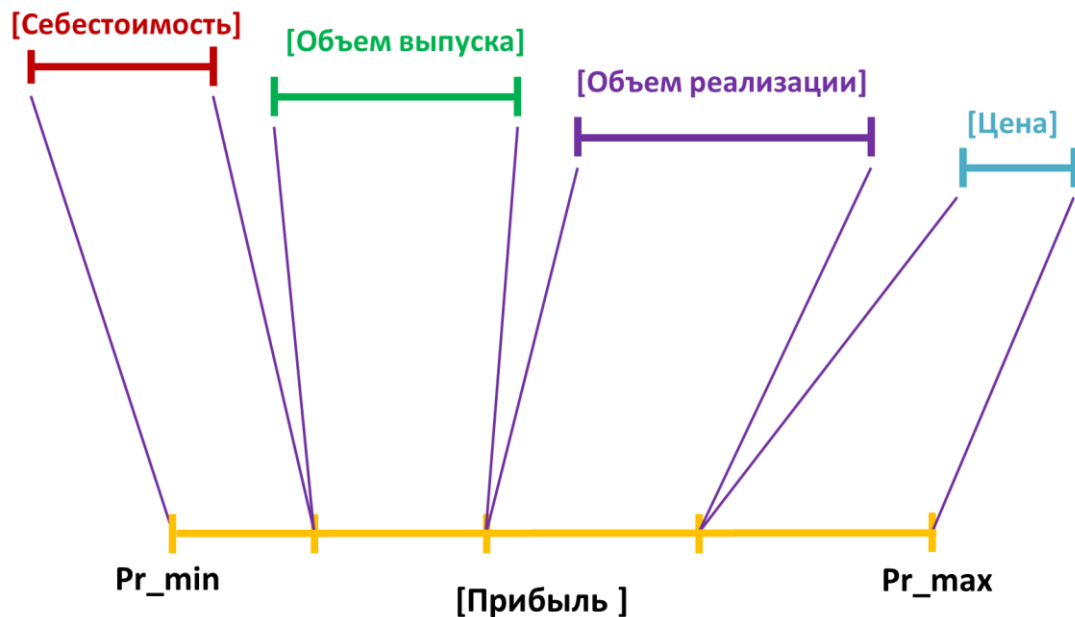
Возможный вклад неопределенности исходных данных в неопределенность решения



Возможный вклад неопределенности исходных данных в неопределенность решения



Вклад неопределенности исходных данных в неопределенность решения



Формулы интервальной арифметики

Вводится новое понятие - интервал

Число N заменяется интервалом: $N \rightarrow [N] = [a, b] \quad a \leq b$

Арифметические операции с интервалами

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$$

$$[a, b] * [c, d] = [\min(a*c, a*d, b*c, b*d), \max(a*c, a*d, b*c, b*d)]$$

$$[a, b] / [c, d] = [a, b] * [1/d, 1/c], \text{ интервал } [c, d] \text{ не содержит } 0$$

Свойства операций

Сложение и умножение коммутативны:

$$[a, b] + [c, d] = [c, d] + [a, b]$$

$$[a, b] * [c, d] = [c, d] * [a, b]$$

Вычитание не обратнo сложению
Деление не обратнo умножению

Примеры расчетов по формулам интервальной арифметики

$$[a, b] = [2, 5]$$

$$[c, d] = [1, 4]$$

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] = [2, 5] + [1, 4] = [2+1, 5+4] = [3, 9]$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] = [2, 5] - [1, 4] = [2 - 4, 5 - 1] = [-2, 4]$$

$$\begin{aligned} [a, b] * [c, d] &= [\min(a*c, a*d, b*c, b*d), \max(a*c, a*d, b*c, b*d)] = \\ &= [\min(2*1, 2*4, 5*1, 5*4), \max(2*1, 2*4, 5*1, 5*4)] = \\ &= [\min(2, 8, 5, 20), \max(2, 8, 5, 20)] = [2, 20] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [a, b] / [c, d] &= [a, b] * [1/d, 1/c] = [2, 5] * [1/4, 1/1] = [2, 5] * [1/4, 1] = \\ &= [\min(1/2, 2, 5/4, 5), \max(1/2, 2, 5/4, 5)] = [1/2, 5] \end{aligned}$$

Примеры расчетов по формулам интервальной арифметики

$$[a, b] = [-2, 5]$$

$$[c, d] = [-1, 4]$$

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] = [-2, 5] + [-1, 4] = [-2-1, 5+4] = [-3, 9]$$

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] = [-2, 5] - [-1, 4] = [-2 - 4, 5 - (-1)] = [-6, 6]$$

$$\begin{aligned} [a, b] * [c, d] &= [\min(-2*(-1), -2*4, 5*(-1), 5*4), \max(-2*(-1), -2*4, 5*(-1), 5*4)] = \\ &= [\min(2, -8, -5, 20), \max(2, -8, -5, 20)] = [-8, 20] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [a, b] / [c, d] &= [a, b] * [1/d, 1/c] = [-2, 5] * [1/4, -1/1] = [-2, 5] * [1/4, -1] = \\ &= [\min(-1/2, 2, 5/4, -5), \max(-1/2, 2, 5/4, -5)] = [-5, 5/4] \end{aligned}$$

Так считать нельзя

Особенности расчетов по формулам интервальной арифметики

$$[a, b] = [2, 5]$$

$$[c, d] = [1, 4]$$

$$\text{Ширина исходного интервала } [a, b] = 5 - 2 = 3$$

$$\text{Ширина исходного интервала } [c, d] = 4 - 1 = 3$$

$$\text{Ширина } [a, b] + [c, d] = 9 - 3 = 6$$

$$\text{Ширина } [a, b] - [c, d] = 4 - (-2) = 6$$

$$\text{Ширина } [a, b] * [c, d] = 20 - 2 = 18$$

$$\text{Ширина } [a, b] / [c, d] = 5 - 1/2 = 4.5$$

Пример задачи с интервальными данными. Постановка

Дано

Компьютерная фирма разрабатывает и реализует сложные комплексы защиты корпоративных данных. Есть несколько заказов, есть оценка затрат, известна примерная цена реализации.

- Себестоимость 1 комплекса $C = [5, 6]$ млн. руб
- Планируемый выпуск $Q_{\text{prod}} = [8, 12]$ шт.
- Цена реализации комплекса $P = [7, 10]$ млн. руб / шт.
- Объем реализации $Q_{\text{sale}} = [8, 12]$ шт.

Определить прибыль $[Pr]$ и рентабельность $[R]$ производства

Расчет выполнить, используя формулы интервальной арифметики

Сравнить и объяснить полученные результаты, выполненные двумя способами

Пример задачи с интервальными данными. Решение

Расчет по формулам интервальной арифметики

$Pr = \text{Выручка} - \text{Затраты}$

$\text{Выручка} = \text{Цена} * \text{Объем реализации}$

$\text{Затраты} = \text{Себестоимость} * \text{Объем выпуска}$

$[\text{Выручка}] = [7, 10] * [8, 12] = [\min(56, 84, 80, 120), \max(56, 84, 80, 120)]$

$[\text{Выручка}] = [56, 120] \text{ млн. руб}$

$[\text{Затраты}] = [5, 6] * [8, 12] = [\min(40, 48, 60, 72), \max(40, 48, 60, 72)]$

$[\text{Затраты}] = [40, 72] \text{ млн. руб}$

$[\text{Прибыль}] = [56, 120] - [40, 72] = [56 - 72, 120 - 40] = [-16, 80] \text{ млн. руб}$

$[R] - ?$

Расчет по формулам интервальной арифметики

$[\text{Прибыль}] = [-16, 80]$ млн. руб

$[\text{Рентабельность}] = [-40, 200]$ %

Расчет через оценку границ исходных данных

$[\text{Прибыль}] = [-16, 60]$ млн. руб

$[\text{Рентабельность}] = [-22.2, 100]$ %

Функции библиотеки interval.R

Функция	Описание
is.interval(x)	проверка, может ли переданный вектор x быть интервалом
as.interval(x)	преобразование вектора x в интервал
plus.i (x, y)	сложение интервала x с интервалом y
minus.i (x, y)	вычитание интервала y из интервала x
mult.i (x,y)	умножение интервала x на интервал y
div.i (x,y)	деление интервала x на интервал y