

Rapport: Projet Modèle et Simulation

Bao Tran & Xu Ze-xuan

November 26, 2023

Matricule

Bao Tran: 000516401 - Xu Ze-xuan: 000541818



1 Introduction

La température moyenne de la terre reflète le changement climatique, la position qu'on se trouve dans les périodes glacières et le réchauffement de la Terre. Il y a donc beaucoup d'avantages à le calculer et le prédire.

2 Expériences

Nous allons analyser des équations et des simulations de la température. Ces équations vont aller du plus simple au plus complexe, mais attention, ce ne sont que des modèles d'évolution de la température avec des données recueilli, cela risque de ne pas refléter la réalité. Voici les valeurs des symboles utilisés dans les équations :

- $R = 2.912$ qui est la quantité de chaleur pour augmenter la température de 1 kelvin.
- $Q = 342$ qui est le rayonnement solaire moyenne annuelle global
- $\alpha = 0.3$ qui est albédo de la terre
- $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ qui est constante de Stefan-Boltzmann

Ces simulations seront sur un intervalle de 10000 ans sans indications contraire. Des modèles avec des équations beaucoup plus complexe pourraient plus se rapprocher de la réalité.

3 Résultats

3.1 Energy balance equation (EBM)

Équation sur la vitesse d'évolution de la température qui dépend de la température actuelle exposant 4 en kelvin. La vitesse de T donnée par :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(1 - \alpha) - \sigma T^4}{R} \quad (1)$$

Voici le graphe du changement de température en kelvin en fonction du temps en année.

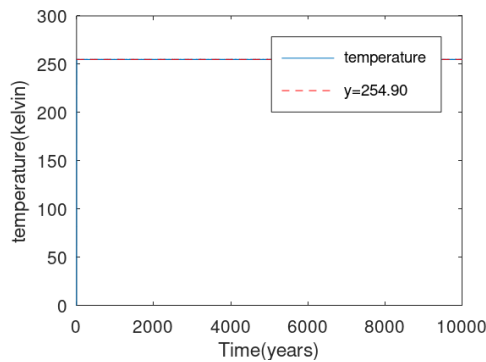


Figure 1: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_1 avec $T_0 = 0$ et $t = 0:1:10000$

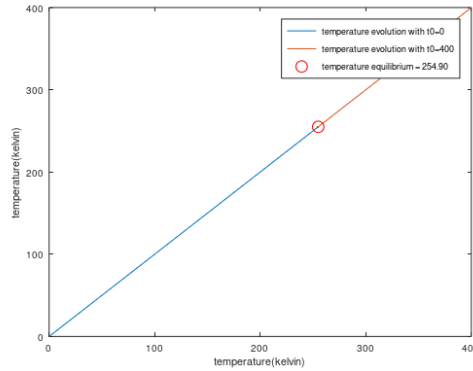


Figure 2: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_1_bis - Graphe de la stabilité du point $T = 254.90$

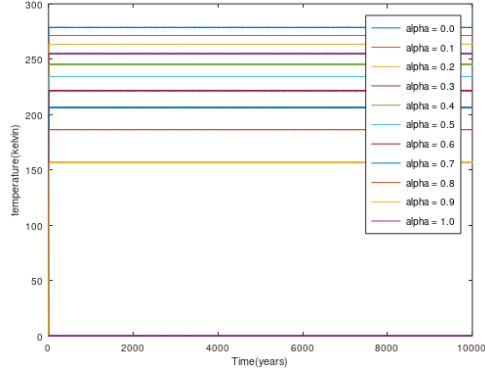


Figure 3: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_2 - Graphe de l'équation en fonction de différents albédo avec $T_0 = 0$ et $t=0:1:10000$

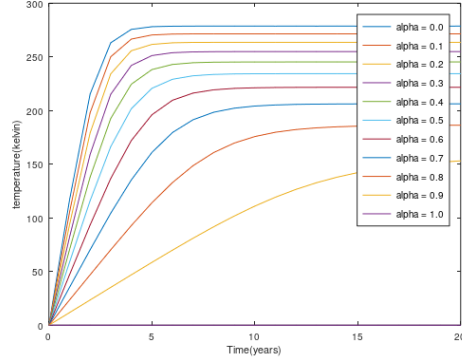


Figure 4: **Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_2** - Graphe de l'équation en fonction de différents albédo $T_0 = 0$ et $t=0:1:20$

3.2 Energy balance equation avec émissivité E

Équation sur la vitesse de l'évolution de la température qui dépend de la température actuelle exposant 4 en kelvin avec une émissivité E. La vitesse de T donner par :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(1 - \alpha) - \epsilon \sigma T^4}{R} \quad (2)$$

Voici le graphe du changement de la température en kelvin en fonction du temps en année et 2 graphes de la même équation avec différents facteurs d'émissivité E.

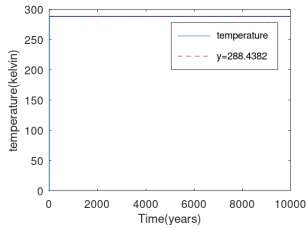


Figure 5: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_3 avec $E = 0.61$, $T_0 = 0$, $t = 0:1:10000$

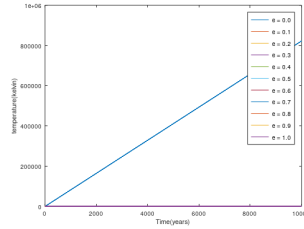


Figure 6: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_3_bis avec $E = 0:0.1:1$, $T_0 = 0$ et $t = 0:1:10000$

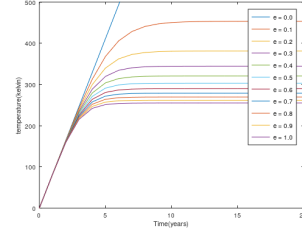


Figure 7: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_3_bis avec $E = 0:0.1:1$, $T_0 = 0$ et $t = 0:1:20$

3.3 OLR dépendant de la température

Équation sur la vitesse de l'évolution de la température qui dépend de la température actuel en celsius. La vitesse de T donnée par :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(1 - \alpha) - (A + BT)}{R} \quad (3)$$

où

$$A = 202 \frac{W}{m^2} \quad (4)$$

$$B = 1.9 \frac{W}{m^2 * C} \quad (5)$$

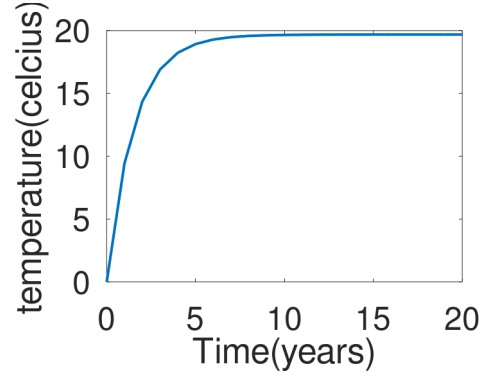


Figure 8: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_4 - Graphe du changement de température dépendant de la température en celsius en fonction du temps en année

3.4 Albédo dépendant de la température

Équation de la vitesse de l'évolution de la température qui dépend de la température actuelle en celsius avec un albédo qui dépend aussi de la température actuelle. La vitesse de T donnée par:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q(1 - \alpha(T)) - (A + BT)}{R} \quad (6)$$

où

$$A = 202 \frac{W}{m^2} \quad (7)$$

$$B = 1.9 \frac{W}{m^2 * C} \quad (8)$$

$$\alpha(T) = 0.5 + 0.2 * \tanh(0.1 * (265 - T - 273.5)) \quad (9)$$

Le graphe 9 montre une simulation de la variation de température en Celsius de 2022 a 2300 avec une valeur de départ de T = 14.84 Celsius.

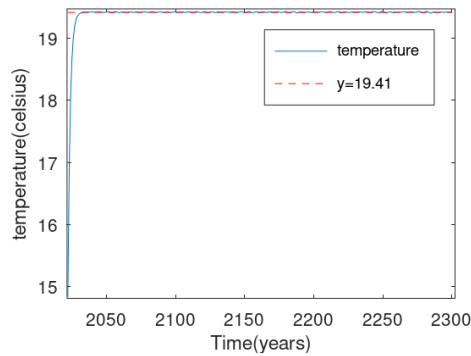


Figure 9: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_5 - Graphe de l'équation avec T0 = 14.84

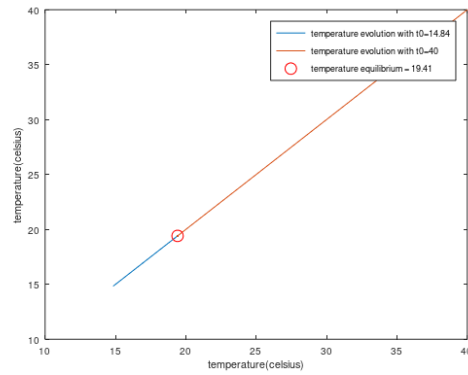


Figure 10: Graphe dans Xu_Zexuan.m dans Question_5_bis - Graphe de la stabilité du point T = 19.41

4 Analyse

4.1 Energy balance equation (EBM)

La température d'équilibre est la température T tel que

$$\frac{dT}{dt} = 0. \quad (10)$$

soit

$$\frac{dT}{dt} = \frac{342(1 - 0.3) - 5.67 * (10^{-8}) * T^4}{R} \quad (11)$$

$$0 = \frac{239.4 - 5.67 * (10^{-8}) * T^4}{2.912} \quad (12)$$

$$5.67 * (10^{-8}) * T^4 = 239.4 \quad (13)$$

$$T^4 = \frac{239.4}{5.67 * (10^{-8})} = 422222222.2222 \quad (14)$$

$$\bar{T} = 254.9090 \quad (15)$$

La température d'équilibre est donc $\bar{T} = 254.9090$ kelvin

Comme on peut le voir sur le graphe de la Figure 1, la température d'équilibre est bel et bien 254.9090 kelvin.

Sur la figure 2, on peut voir la stabilité de cette température d'équilibre, il a une stabilité symptomatique.

Nous allons maintenant observer l'impacte de l'albédo sur le système. Selon le graphe de la figure 3, il est observé que plus l'albédo est petit, plus la température d'équilibre augmente. Comme il y a plus de chaleur absorbée, il est normal d'avoir une température d'équilibre plus grande. De plus sur la figure 4, plus l'albédo est petit, plus la température se stabilise rapidement. Comme l'albédo est plus petit, la quantité de chaleur est plus grande donc ça atteint plus rapidement un équilibre entre chaleur absorbée et l'émission de la chaleur par la terre. Lorsque l'albédo vaut 1, toute la chaleur venant du soleil est rejetée donc la température tend vers zéro avec une température initiale quelconque.

4.2 Energy balance equation avec émissivité

La température d'équilibre est la température T tel que :

$$\frac{dT}{dt} = 0 \quad (16)$$

soit

$$\frac{dT}{dt} = \frac{342(1 - 0.3) - 0.61 * 5.67 * (10^{-8}) * T^4}{R} \quad (17)$$

$$0 = \frac{239.4 - 0.61 * 5.67 * (10^{-8}) * T^4}{2.912} \quad (18)$$

$$0.61 * 5.67 * (10^{-8}) * T^4 = 239.4 \quad (19)$$

$$T^4 = \frac{239.4}{0.61 * 5.67 * (10^{-8})} = 6921675774.13 \quad (20)$$

$$\bar{T} = 288.4382 \quad (21)$$

La température d'équilibre est donc $\bar{T} = 288.4382$ kelvin.

On peut voir sur le graphe 5 que la température d'équilibre est bel et bien 288,4382 kelvin avec la ligne rouge de l'équation $T = 288.4382$.

Nous pouvons constater avec le graphe de la figure 6 et 7 que si $e=0$ alors il n'y a pas de OLR donc la température de la terre continue, a augmente de manière linéaire.

Spécialement montré dans la figure 7, plus e augmente plus la température d'équilibre devient petite jusqu'à arriver a $e=1$ qui nous donne le même graphique que dans la figure 1.

4.3 OLR dépendant de la température

Nous pouvons voir dans le graphe de la figure 8 que la température en celcius tend vers 20 degrés ce qui est plus ou moins 6 degrés de plus que la température moyenne de la terre indiquée dans l'énoncé. Cette différence est probablement causée par les paramètres empiriques choisis (A et B) qui ne reflètent pas parfaitement les conditions réelles de la Terre.

La différence entre la simulation de l'équation EBM avec émissivité et la simulation de l'équation OLR dépendant de la température peut être expliqué par le fait qu'OLR dépendant utilise un composant linéaire dépendant de la température. Cette composante linéaire introduit un terme qui dépend de la température actuelle et qui conduit alors à des variations du comportement du système influençant ainsi la dynamique du système.

4.4 Albédo dépendant de la température

Selon la figure 9, nous pouvons constater que la température oscille autour de $y = 19.41$.

Selon la figure 10 ,la stabilité de cette point équilibre est stable mais selon la figure 9, comme on sait que la température oscille autour de $y = 19.41$, ce point n'est pas asymptotiquement stable.

5 Conclusion

Nos modèles ne permettent pas de refléter la température du monde réel car même si on a pris en compte certaines paramètres de la température, cela n'est toujours pas complètement exact.

Par exemple,on n'a pas pris en compte la période glaciaire et inter-glacier. On n'a aussi pas pris en compte le réchauffement climatique, etc.Cela rend nos modèles incapable de prédire le changement exact de la température.

Cependant, ce n'est pas parce que cela ne reflètent pas la réalité que nos modèles sont inutiles car certains de nos modèles sont plus précis et plus complexe que d'autres. Se basant sur un modèle de départ simple, on peut par observations retrouver ce qui cause la différence des évolutions de la température réelle et celle simulée et ajouter ces causes a notre modèle pour le rendre plus complexe.