Recapitulare

Legi de compoziție - proprietăți

Fie $M \neq \emptyset$, $\circ : M \times M \to M$ lg. comp

1. Lege de compoziție internă (parte stabilă): $(\forall) x, y \in M \Rightarrow x \circ y \in M$

2. Asociativitate:

$(\forall) x, y, z \in M, (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$

3. Comutativitatea: $(\forall) x, y \in M$

$x \circ y = y \circ x$

4. El. neutru:

I. Calcul

$\exists e \in M$ a.î. $(\forall) x \in M$, $x \circ e = e \circ x = x$

II. Verif.

5. El. simetrizabile

$(\forall) x \in M$, $(\exists) x^{-1} \in M$, a.î. $x \circ x^{-1} = x^{-1} \circ x = e$

$(M, *, \circ)$ = inel :

(i) $(M, *)$ = grup comutativ

(ii) $(M, \circ)$ = monoid

(iii) " $\circ$ " este distributivă (stg. și dr.) față de " $*$ "

$(M, *)$ = grup comutativ :

- Asoc.
- Comut.
- El. neutru e_*
- El. simetr.

$(M, \circ)$ = monoid { - Asoc. - El. N.

$(M, *, \circ) =$ corp

I) $(M, *)$ = grup comutativ

II) $(M, \circ)$ = grup

III) $\circ$ este distributiv (stg si dr) față de $*$

Culegere BAC - pag 159

(11) , 2. R; $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6$

a) $x \circ y = (x-2)(y-2)+2$

b) $x \in R$, $x = ?$, a.î. $x \circ (2x) = 14$

c) $1020 \ldots 099 \circ 100$

---

(1) $(x-2)\cdot(y-2)+2 = xy - 2x - 2y + 4 + 2$

$= xy - 2x - 2y + 6 = x \circ y$

(11) $x \circ y = xy - 2x - 2y + 6 =$

$= \underbrace{xy - 2x} \underbrace{- 2y + 4} + 2 =$

$= x(y-2) - 2(y-2) + 2 =$

$= (y-2)\cdot(x-2) + 2 =$

$= (x-2)(y-2) + 2$

b) $x \circ (2-x) = 4$

$\Rightarrow x \cdot (2x) - 2x - 2 \cdot 2x + 6 = 14 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4x + 6 - 14 = 0 \Rightarrow$

$= 2x^2 - 6x - 8 = 0 \;/:2 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

$a = 1$

$b = -3$

$c = -4$

$D = b^2 - 4ac = 9 + 16 = 25$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} =$

$= \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = -1$

$x_2 = 4$

c) El absorbant:

$(\exists)\ a \in \mathbb{R}$ / $(\forall)\ x \in \mathbb{R}$,

$$x \circ a = a \circ x = a$$

$x \circ a = a \Rightarrow xa - 2x - 2a + 6 = a \Rightarrow$

$\Rightarrow xa - 2x - 2a + 6 - a = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow xa - 2x - 3a + 6 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x(a-2) - 3(a-2) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (a-2)(x-3) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 3$ sau $\boxed{a = 2}$

$2 \circ 3 = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 3 + 6 = 6 - 4 = 2$

$2 \circ y = 2y - 2 \cdot 2 - 2y + 6 = -4 + 6 =$

$= 2$

$\Rightarrow a = 2 = e \cdot 1 \cdot a \cdot b \cdot s \Rightarrow$

$\Rightarrow \forall x, y \in \mathbb{R}, \quad x \circ 2 = 2$

$2 \circ y = 2$

$10 \overline{=} 20\,30 \longrightarrow \ldots 0\,99\,0\,100 = 10\,20\,2 =$

(Note $y = 30 \ldots 0\,99\,0\,100$)

$= 10\,2 = 2$