Împărțirea la $X - \alpha$ a unui polinom. Schema lui Horner

Teorema restului: Restul împărțirii unui polinom nenul $f \in K[X]$ la un polinom $X - \alpha$ este egal cu valoarea $f(\alpha)$ a polinomului f în α.

Dem: Din $\uparrow.\uparrow.2 \Rightarrow (\exists)\ g, r \in K[X]$

$0 \leq \text{grad } r < \text{grad } (X - \alpha)$ $\quad (\stackrel{\scriptstyle =}{\scriptstyle \cdots}$

$f = (X - \alpha) \cdot g + r$ $\qquad (r = f(\alpha))$

$$\text{grad}(X - \alpha) = 1$$
$$\text{grad } r < \text{grad}(X - \alpha) \Big| = 1 \Rightarrow \text{grad } r = 0$$

$$f = (X - \alpha) \cdot q + r \qquad \Rightarrow f(\alpha) = \underbrace{(\alpha - \alpha)}_{0} \cdot q + r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(\alpha) = r$$

Obs: Dacă $r = 0 \Rightarrow f(\alpha) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \text{rădăcină a lui } f \\ f \text{ este divizibil cu } (X - \alpha) \end{cases}$$

Manual, pag 123

$f \in k[x]$; $x - a$

E1 $f = x^3 - 2007x^2 + 2006$

$a = 1$

$g = x - 1$

1. Rădăcina polinomului la care împărțim

2. $f(răd)$

$g = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = 1^3 - 2007 \cdot 1^2 + 2006 = 1 - 2007 + 2006 =$

$= 0$

$$\frac{x^3 - 2007x + 2006}{-x^3 + x^2}$$

$$\frac{x-1}{x^2 - 2006x - 2006}$$

$$-2006x^2 + 2006$$
$$\frac{+2006x^2 - 2006x}{-2006x + 2006}$$
$$+2006x - 2006$$

$$y = x^2 - 2006x - 2006$$

$$y = x - 1$$
$$y = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x = 1$$

SCHEMA LUI HORNER

x^3	x^2	x^1	x^0
	-2007	0	2006
1	-2006	-2006	0 rest

$$\boxed{\frac{\boxed{20}}{2}}$$

$$y = 1 \cdot x^2 - 2006 \cdot x - 2006 \cdot x^0$$

$f = 2x^8 - 3x^7 + x + 1 \qquad ; \quad \boxed{g = x+1}$

$g = 0 \Rightarrow x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$

	x^8	x^7	x^6	x^5	x^4	x^3	x^2	x^1	x^0
	$\boxed{2}$	-3	0	0	0	0	0	1	1
-1	2	-5	5	-5	5	-5	5	-4	$\boxed{5}$

$g = 2x^7 - 5x^6 + 5 \cdot x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 5x - 4$

$f(-1) = 2\cdot(-1)^8 - 3\cdot(-1)^7 + (-1) + 1 = 2+3-1+1 = 5$