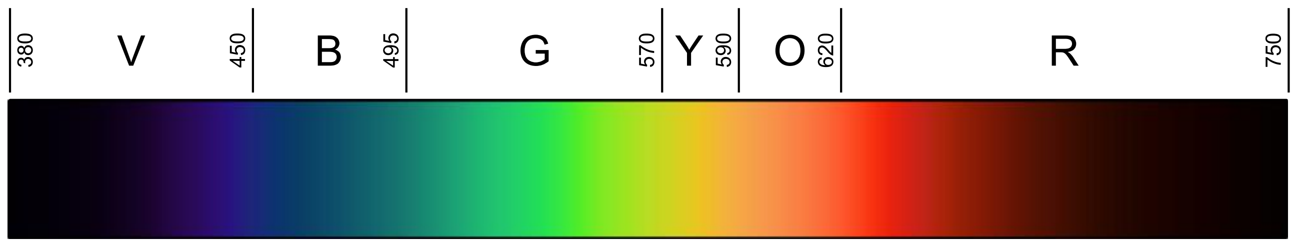
Основы глобального освещения

Боголепов Д.К.

Кафедра МОЭВМ ВМК

Фотометрия

- Изучает энергетические характеристики оптического излучения во временном, пространственном и спектральном распределении



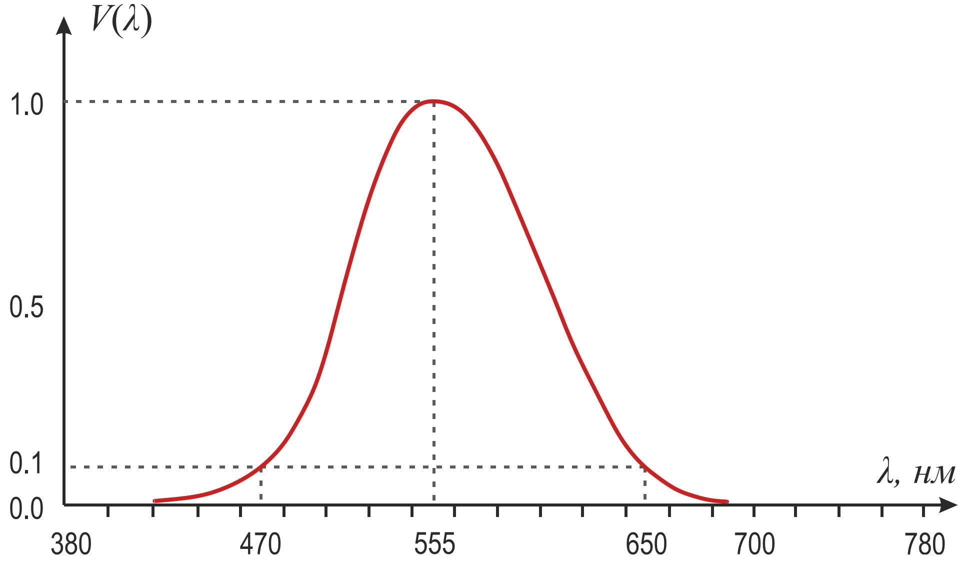
- Оптический диапазон состоит из видимой области спектра и примыкающих к ней ультрафиолетовой и инфракрасной областей
- Различают монохроматическое и сложное излучение с линейчатым или сплошным спектром

Системы единиц - 1

- Две системы фотометрических единиц:
  - *Энергетическая система* (оценивает величины во всем оптическом диапазоне спектра)
  - *Световая система* (оценивает величины с позиции субъективного ощущения света)
- Связь энергетических и световых величин выражается через функцию *относительной спектральной чувствительности* человеческого глаза
  - Чувствительность глаза даже в пределах видимой области спектра непостоянна
  - Чувствительность оценивается величинами, обратно пропорциональными количествам излучения, необходимым для получения одинаковых по силе ощущений

Системы единиц - 2

- Стандартная *кривая относительной спектральной чувствительности* $V(\lambda)$ глаза была принята МКО в 1924 году



- $V(\lambda)$ обратно пропорциональна монохроматическим мощностям, дающим одинаковое ощущение света, причем воздействие излучения с λ = 555 нм принимается за единицу

Системы единиц - 3

- Для аналогичных энергетических и световых величин применяются одинаковые буквенные обозначения, различающиеся индексами e и υ соответственно

Энергетические величины		*Световые величины*	
Поток излучения	Φ_e	Световой поток	Φ_υ
Энергия излучения	Q_e	Световая энергия	Q_υ
Сила излучения	I_e	Сила света	I_υ
Энергетическая светимость	M_e	Светимость	M_υ
Облученность	E_e	Освещенность	E_υ
Энергетическая яркость	L_e	Яркость	L_υ

Лучистый поток и световой поток - 1

- Переносимая излучением энергия определяется через мощность излучения – *лучистый поток* или *поток излучения* (*radiant flux* или *radiant power*) Φ_e

$$[\, \Phi_e \,] = \text{ватт (Вт, W)}$$

- Полный лучистый поток *сложного* излучения состоит из суммы монохроматических лучистых потоков:

$$\Phi_e = \sum_{i=0}^{n} \Phi_e(\lambda_i) \qquad \text{(для \textit{линейчатого} спектра)}$$

$$\Phi_e = \int_0^{\infty} \Phi_\lambda d\lambda \qquad \text{(для \textit{сплошного} спектра)}$$

- $\Phi_\lambda = d\Phi_e / d\lambda$ – *спектральная плотность лучистого потока*

Лучистый поток и световой поток - 2

- В системе световых величин лучистому потоку соответствует *световой поток* – мощность излучения, оцениваемая по его действию на средний человеческий глаз
  - Световой поток *линейчатого* спектра:

$$\Phi_\upsilon = K_m \sum_{i=1}^{n} \Phi_e(\lambda_i) V(\lambda_i)$$

  - Световой поток *сплошного* спектра:

$$\Phi_\upsilon = K_m \int_0^\infty \Phi_\lambda V(\lambda) d\lambda$$

- *Нормирующий множитель* K_m зависит от выбора единицы светового потока:

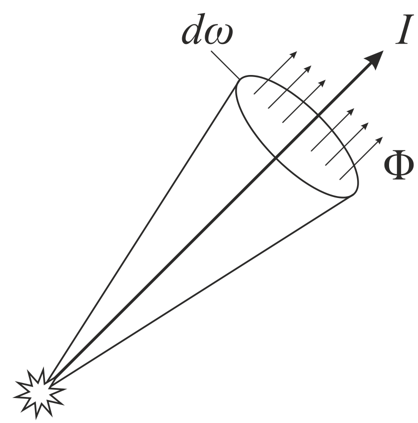
$[\Phi_\upsilon]$ = люмен (лм, lm)

При λ = 555 нм 1 люмен равен 1/683 ватта → K_m = 683 лм/Вт

Сила излучения и сила света

- Для характеристики пространственной (угловой) плотности потока используется *сила излучения* (*radiant intensity*):

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\omega}, \ [\,I_e\,] = \text{ватт на стерадиан (Вт/ср)}$$



- Аналогичная световая величина – *сила света* (*luminous intensity*):

$$I_\upsilon = \frac{d\Phi_\upsilon}{d\omega}, \ [\,I_\upsilon\,] = \text{люмен на стерадиан или } \textit{кандела} \text{ (кд, cd)}$$

Облученность и освещенность

- Распределение потока вдоль поверхности описывается *освещенностью* и *облученностью* (*illuminance* и *irradiance* соответственно), которые определяют поверхностную плотность потока:

$$E = \frac{d\Phi}{dA}$$

$[\, E_e \,]$ = ватт на квадратный метр (Вт/м^2)

$[\, E_\upsilon \,]$ = люмен на квадратный метр или *люкс* (лк, lx)

- Очевидно, что если поток распределяется на поверхности равномерно, то:

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

Светимость и энергетическая светимость

- Реальный источник имеет конечные размеры, которыми в непосредственной близости к нему пренебречь нельзя
- Распределение потока источника по его поверхности характеризуется *светимостью* и *энергетической светимостью* (*luminous emittance* и *radiant exitance/radiosity* соответственно):

$$M = B = \frac{d\Phi}{dA}$$

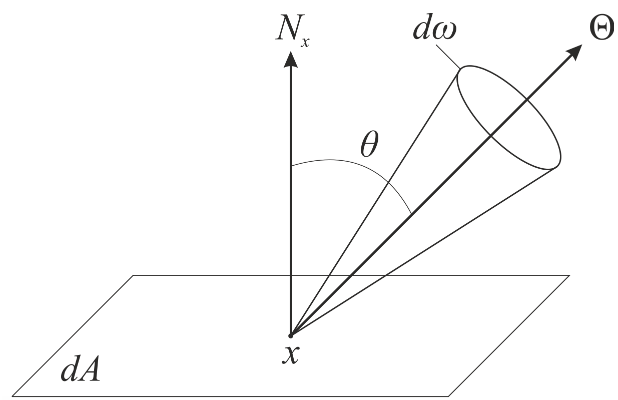
- Размерности этих величин те же, что и освещенности и облученности:

[M_e] = ватт на квадратный метр (Вт/м^2)

[M_v] = люмен на квадратный метр или *люкс* (лк, lx)

Яркость и энергетическая яркость - 1

- Для совместного описания углового и поверхностного распределения потока вводят понятие *яркости* (*luminance*) и *энергетической яркости* (*radiance*)



- *Яркость* точки x источника в направлении Θ – это отношение силы света элемента поверхности в выбранном направлении к площади его проекции на плоскость, перпендикулярную этому направлению

Яркость и энергетическая яркость - 2

- Согласно определению:

$$L(x,\Theta) = \frac{dI}{dA^{\perp}}$$

- Здесь $dA^{\perp}$ – площадь проекции элемента поверхности dA:

$$dA^{\perp} = dA \cdot \cos\theta$$

- Тогда яркость можно выразить в виде:

$$L(x,\Theta) = \frac{dI}{dA\cos\theta}$$

- Учитывая, что $I = d\Phi / d\omega$, яркость можно определить и так:

$$L(x,\Theta) = \frac{d^2\Phi}{d\omega\, dA\cos\theta}$$

$[L_e]$ = ватт на стерадиан и на квадратный метр (Вт/(м^2·ср))

$[L_\upsilon]$ = кандела на квадратный метр или *нит* (кд/м^2)

Яркость и энергетическая яркость - 3

- Яркость является наиболее сложной величиной, образованных из понятия о потоке излучения
- В отличие от всех описанных выше величин она является второй производной от потока (по углу и по площади), и физический смысл ее не так нагляден, как смысл первых производных
- Необходимость введения этого понятия обусловлена его практической важностью:

Эту величину непосредственно оценивает глаз:
поверхности равной яркости выглядят равно светлыми

Взаимосвязь между фотометрическими величинами

- Из сформулированных определений фотометрических величин вытекают следующие соотношения:

$$\Phi = \int_A \int_\Omega L(x \to \Theta) \cdot \cos\theta \cdot d\omega_\Theta dA_x$$

$$E(x) = \int_\Omega L(x \leftarrow \Theta) \cdot \cos\theta \cdot d\omega_\Theta$$

$$B(x) = \int_\Omega L(x \to \Theta) \cdot \cos\theta \cdot d\omega_\Theta$$

- Энергетическая яркость является фундаментальной фотометрической величиной

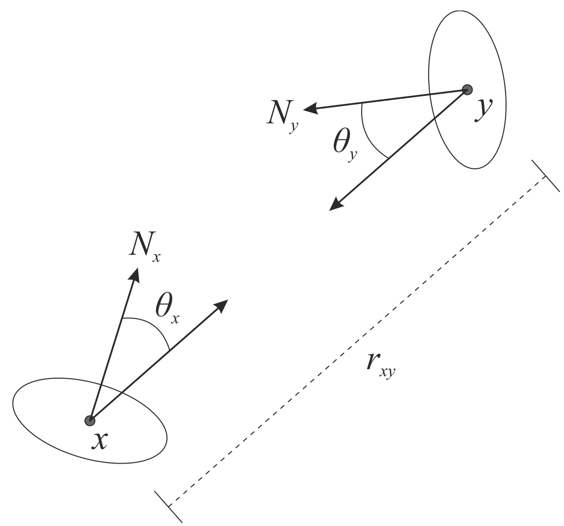
Все остальные фотометрические величины могут быть выражены через яркость

Свойства яркости - 1

- *Свойство 1 – Яркость инварианта вдоль луча*:

$$L(x \to y) = L(y \leftarrow x)$$

- Яркость, покидающая точку x в направлении точки y, равна яркости, приходящей в точку y из точки x

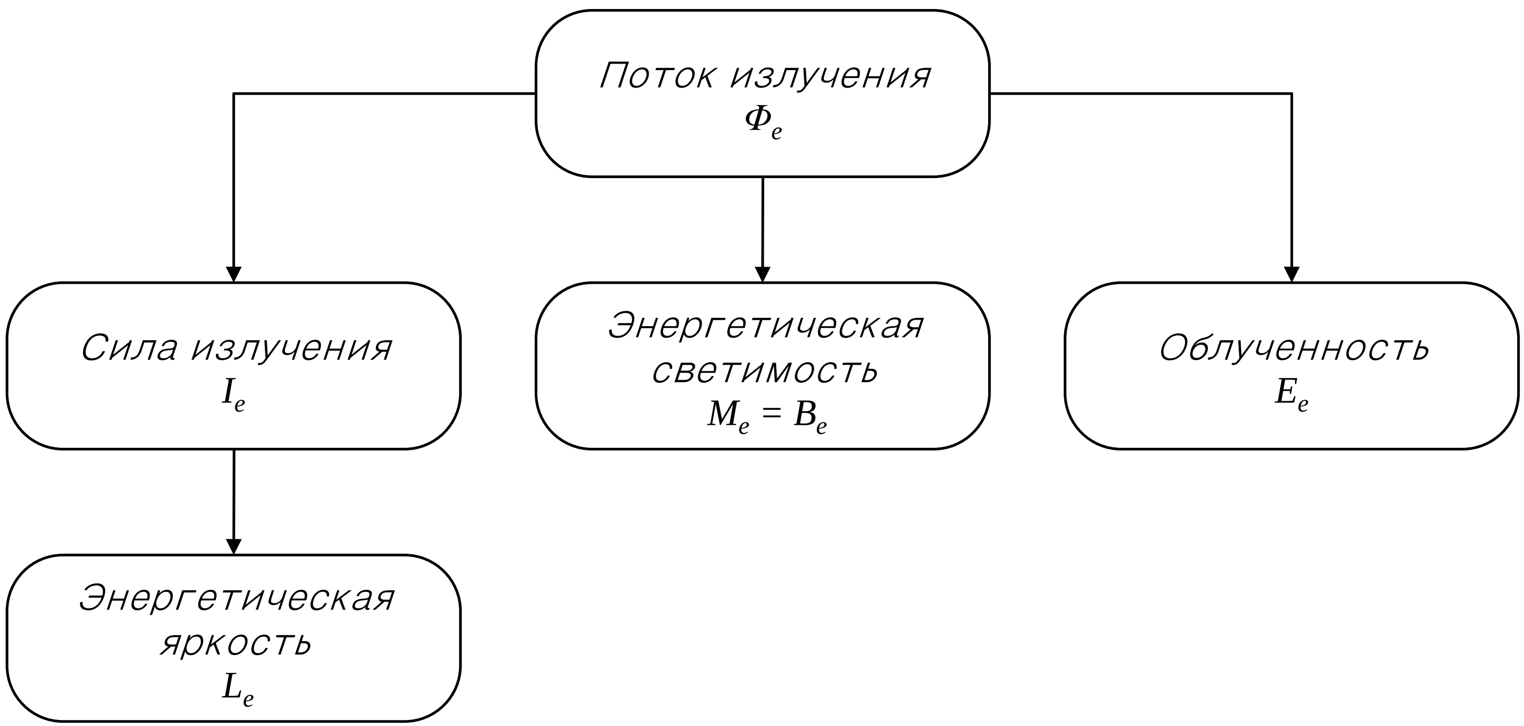


- Оптическая система может лишь уменьшить яркость за счет поглощения или рассеяния света

Свойства яркости - 2

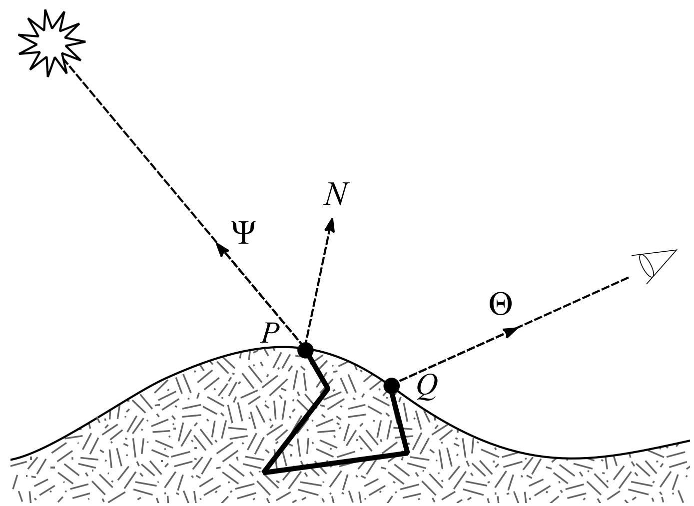
- *Свойство 2 – Датчики чувствительны к яркости*
- Реакция датчика (камеры или человеческого глаза) пропорциональна падающей на него энергетической яркости, при этом коэффициент пропорциональности зависит от геометрии датчика
- Из данных свойств вытекает, что:
  - Воспринимаемый цвет или яркость объекта не меняются с расстоянием
  - Алгоритмы глобального освещения (ГО) должны рассчитывать энергетическую яркость, формируя на ее основе окончательное изображение

Фотометрические величины – повторение



Взаимодействие света с поверхностями

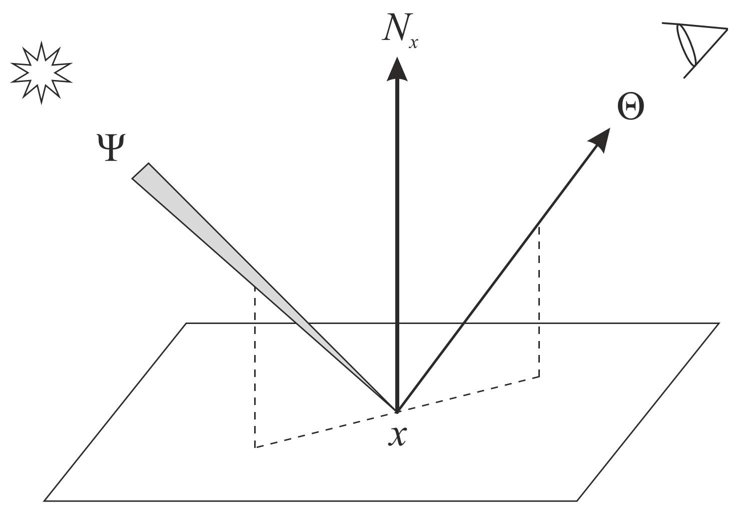
- В общем случае излучение может падать на поверхность в некоторой точке P вдоль направления Ψ и покидать поверхность в точке Q в направлении Θ



- *Двунаправленная функция поверхностно-рассеянной отражательной способности* (*Bidirectional Surface Scattering Reflectance Distribution Function, BSSRDF*)

Двунаправленная функция отражательной способности - 1

- В упрощенном случае предполагается, что падающее в некоторую точку излучение покидает поверхность из той же точки – игнорируется эффект *подповерхностного рассеивания* (*Subsurface Scattering*, *SSS*)



- Тогда отражательные свойства можно описать более простой функцией *двунаправленной отражательной способности* (*Bidirectional Reflectance Distribution Function*, *BRDF*)

Двунаправленная функция отражательной способности - 2

- ДФОС в точке x определяется как отношение энергетической яркости, отраженной вдоль направления Θ, к облученности поверхности, поступающей с направления Ψ:

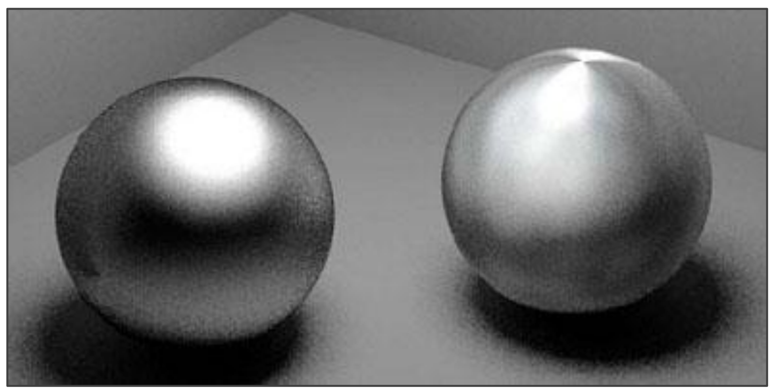
$$f_r(x, \Psi \to \Theta) = \frac{dL(x \to \Theta)}{dE(x \leftarrow \Psi)} = \frac{dL(x \to \Theta)}{L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x, \Psi)d\omega_\Psi}$$

- Строго говоря, ДФОС определяется для всей сферы направлений вокруг точки x поверхности (4π стерадиан), что необходимо при моделировании прозрачных поверхностей

- Для совместного описания отражаемой и пропускаемой части падающего излучения используется *двунаправленная функция рассеивающей способности* (*Bidirectional Scattering Distribution Function*, *BSDF*)

Классы ДФОС

- ДФОС называется *изотропной*, если она описывает отражательные свойства, инвариантные по отношению к повороту вокруг вектора нормали в точке x
- В общем случае ДФОС *анизотропна*: при вращении поверхности вокруг нормали в точке x значение ДФОС может измениться



- Понятие изотропии часто используется, потому что многие аналитические модели ДФОС попадают в этот класс

Свойства ДФОС - 1

- ***Размерность***

ДФОС является четырехмерной функцией, заданной для каждой точки x на поверхности объекта: два измерения определяют направление падающего излучения Ψ и два – направление отраженного излучения Θ

- ***Диапазон значений***

ДФОС может принимать любое неотрицательное значение и может зависеть от длины волны

- ***Принцип обратимости***

Значение ДФОС остается неизменным при обращении падающего и отраженного направления Ψ и Θ соответственно:

$$f_r(x, \Psi \to \Theta) = f_r(x, \Theta \to \Psi)$$

Свойства ДФОС - 2

- ***Связь падающей и отраженной яркости***
  - Значение ДФОС для заданного направления падения Ψ не зависит от возможного облучения под другими углами падения
  - Суммарную отраженную яркость для заданного распределения облучений вокруг непрозрачной и неизлучающей точки x поверхности можно вычислять следующим образом:

$$dL(x \to \Theta) = f_r(x, \Psi \to \Theta) dE(x \leftarrow \Psi)$$

$$L(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) dE(x \leftarrow \Psi)$$

$$L(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

Свойства ДФОС - 3

- *Сохранение энергии*
  - ЗСЭ требует, чтобы общее количество световой энергии, отраженной по всем направлениям, не превосходило суммарной световой энергии, падающей на поверхность
  - *Какому условию должна удовлетворять ДФОС?*

  Суммарное облучение E поверхности:

$$E = \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x, \Psi)d\omega_\Psi$$

  Суммарная излучательность M поверхности:

$$M = \int_{\Omega_x} L(x \rightarrow \Theta)\cos(N_x, \Theta)d\omega_\Theta$$

  Из определения ДФОС следует:

$$dL(x \rightarrow \Theta) = f_r(x, \Psi \rightarrow \Theta)L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x, \Psi)d\omega_\Psi$$

Свойства ДФОС - 4

- *Сохранение энергии*
  - *Какому условию должна удовлетворять ДФОС?*

$$M = \int_{\Omega_x}\int_{\Omega_x} f_r(x,\Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x,\Psi)\cos(N_x,\Theta)\,d\omega_\Psi d\omega_\Theta$$

ДФОС удовлетворяет ЗСЭ, если:

$$M \le E$$

$$\frac{\int_{\Omega_x}\int_{\Omega_x} f_r(x,\Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x,\Psi)\cos(N_x,\Theta)\,d\omega_\Psi d\omega_\Theta}{\int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x,\Psi)\,d\omega_\Psi} \le 1$$

Допустимо рассмотреть конкретное распределение $L(x \leftarrow \Psi)$:

$$L(x \leftarrow \Psi) = L_{in}\delta(\Psi - \Theta)$$

Свойства ДФОС - 5

- *Сохранение энергии*
  - *Какому условию должна удовлетворять ДФОС?*

$$\forall\,\Psi:\ \int_{\Omega_x} f_r(x,\Psi\to\Theta)\cos(N_x,\Theta)\,d\omega_\Theta \le 1$$

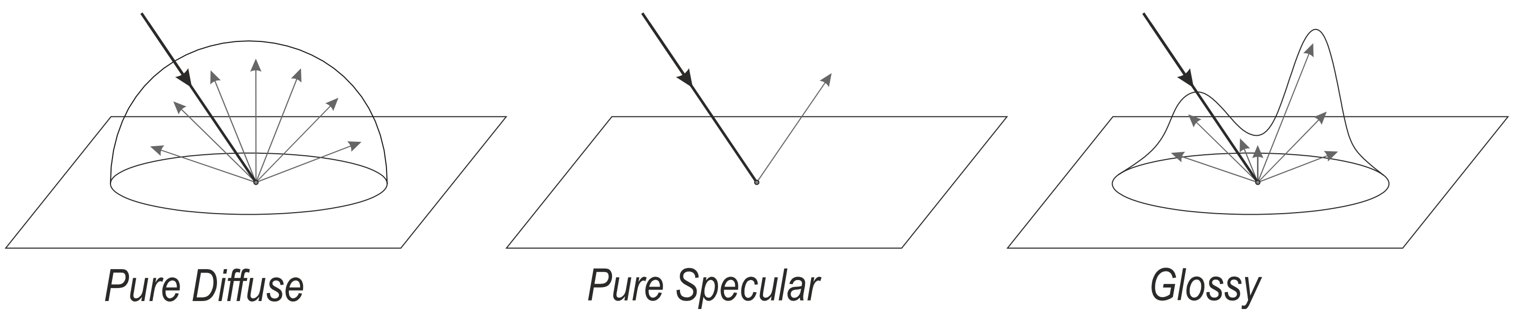
  - Данное выражение является *необходимым* условием сохранения энергии, поскольку выражает общее неравенство для случая облучения поверхности в точке x по заданному направлению Ψ
  - Это и достаточное условие, поскольку облучение по двум различным направлениям не изменяет значение ДФОС

Свойства ДФОС - 6

- При использовании эмпирических моделей необходимо учитывать *ЗСЭ* и *принцип обратимости Гельмгольца*, без которых модель *не может быть физически правдоподобной*
- Принцип обратимости Гельмгольца играет важную роль в *двунаправленных алгоритмах расчета ГО*
- Двунаправленные алгоритмы вычисляют распределение световой энергии, анализируя пути одновременно от источников света и от наблюдателя. При этом явным образом подразумевается, что пути света могут быть инвертированы, что налагает обязательное условие обратимости на используемую модель ДФОС

Примеры ДФОС

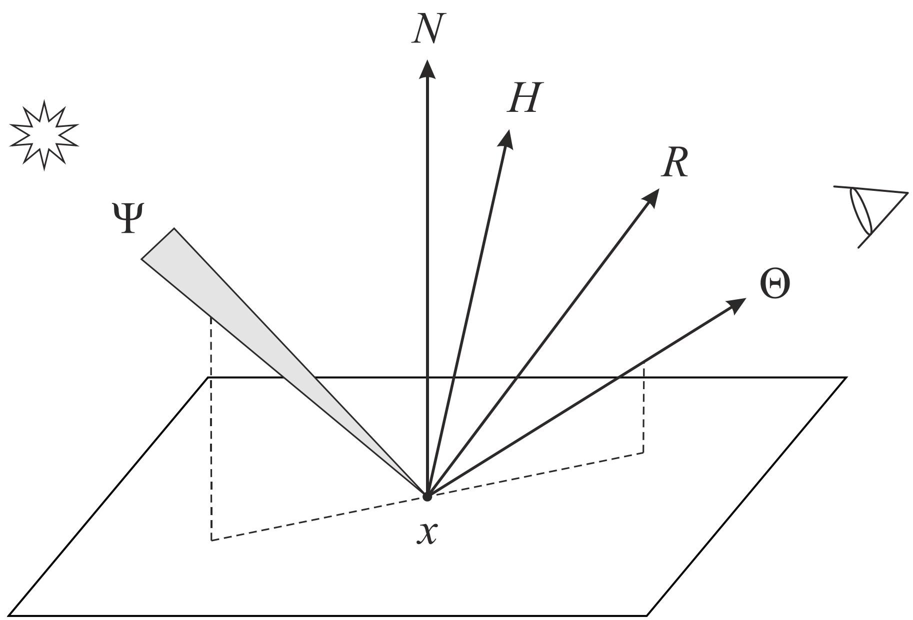
- В зависимости от природы ДФОС материал будет выгля-деть как идеальное зеркало, как диффузная или блестящая поверхность



- Рассмотрим типовые примеры ДФОС для описания раз-личных материалов

Геометрия моделей затенения

- Во всех моделях приняты следующие обозначения:



Модель Ламберта

- Простейшая модель ДФОС была предложена *Ламбертом* для описания *идеальных диффузных* материалов
- В данной модели ДФОС принимает постоянное значение:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_d = \frac{\rho_d}{\pi}$$

- Коэффициент ρ_d характеризует отражательную способность диффузного материала, $\rho_d \in [0,1]$

Модель Фонга

- Исторически *модель Фонга* получила широкое распространение
- ДФОС в данной модели позволяет имитировать *блики* на *глянцевых* поверхностях и принимает вид:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_s \frac{(R \cdot \Theta)^n}{N \cdot \Psi} + k_d$$

- Вектор R вычисляется согласно закону отражения:

$$R = 2(N \cdot \Psi)N - \Psi$$

Модель Блинна-Фонга

- *Модель Блинна-Фонга* использует вектор половинного направления H между векторами Ψ и Θ, что позволяет упростить расчет освещения:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_s \frac{(N \cdot H)^n}{N \cdot \Psi} + k_d$$

- Вектор H вычисляется по формуле:

$$H = \frac{\Psi + \Theta}{\left\| \Psi + \Theta \right\|}$$

Модифицированная модель Блинна-Фонга

- Модель Фонга привлекательна в силу своей простоты, но не удовлетворяет закону сохранения энергии и принципу обратимости Гельмгольца
- Модифицированная модель Блинна–Фонга устраняет некоторые из этих ограничений:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_s (N \cdot H)^n + k_d$$

- Вектор H вычисляется по формуле:

$$H = \frac{\Psi + \Theta}{\left\| \Psi + \Theta \right\|}$$

Другие модели

- Модифицированная модель Блинна–Фонга не способна описывать *реалистичные* ДФОС
- Для достижения большего реализма были предложены:
  - Физически обоснованные модели затенения такие как модели *Кука–Торренса* (*Cook–Torrance*) и *Хи* (*He*)
  - Эмпирические модели, направленные на интуитивность пара-метризации реальных ДФОС, такие как модель *Уорда* (*Ward*) и *Лафорчуна* (*Lafortune*)

Уравнение визуализации

- Задача алгоритма ГО состоит в расчете *стационарного распределения* световой энергии на сцене
- Математически данное распределение описывается *уравнением визуализации* (*rendering equation*)
- При выводе уравнения:
  - *не учитывается* влияние среды на проходящее через нее излучение (*participating media*)
  - предполагается *мгновенное распространение света* (немедленное достижение стационарного состояния)
- Для каждой точки x и для каждого направления Θ уравнение визуализации определяет исходящее излучение $L(x \to \Theta)$ для данного направления в данной точке

Полусферическая форма - 1

- Исходящую энергетическую яркость $L(x \to \Theta)$ можно выразить через величины $L_e(x \to \Theta)$ и $L_r(x \to \Theta)$:

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + L_r(x \to \Theta)$$

- По определению ДФОС имеем:

$$f_r(x, \Psi \to \Theta) = \frac{dL_r(x \to \Theta)}{dE(x \leftarrow \Psi)}$$

$$L_r(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) dE(x \leftarrow \Psi) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Объединяя выражения, получаем *полусферическую форму* (*hemispherical formulation*) уравнения визуализации:

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

Полусферическая форма - 2

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Уравнение визуализации относится к классу *интегральных уравнений Фредгольма второго рода*
- Неизвестная величина – *энергетическая яркость* L – содержится одновременно в левой части уравнения и в правой части под знаком интеграла Фредгольма

Площадная форма - 1

- Введем *операцию бросания луча* (*ray casting*) – $r(x,\Psi)$
- $r(x,\Psi)$ определяет точку соударения луча с началом в x и направлением Ψ с *ближайшим* видимым объектом сцены:

$$r(x,\Psi) = \{y : y = x + t_{hit}\Psi\}$$
$$t_{hit} = \min\{t : t > 0,\ x + t\Psi \in Scene\}$$

- Для эффективного бросания лучей в КГ разработаны специальные методы и ускоряющие структуры
- Операция бросания луча позволяет определить *функцию видимости* V между двумя точками x и y:

$$V(x,y) = \begin{cases} 1, & x \text{ и } y \text{ взаимно видимы} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

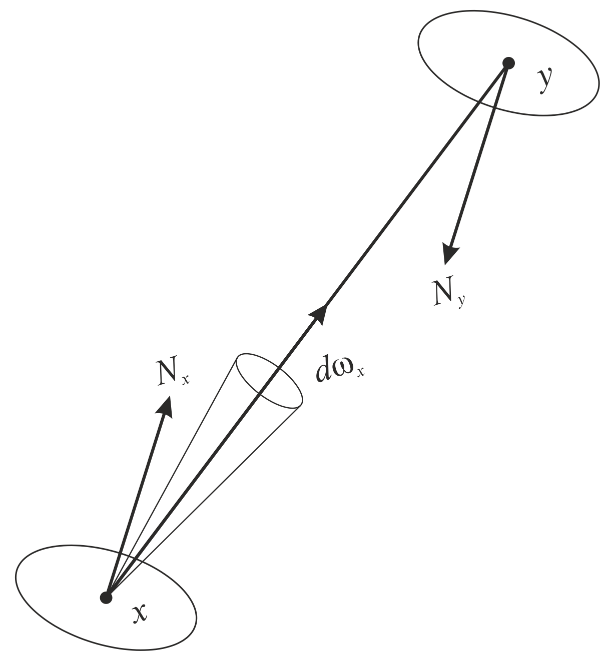
Площадная форма - 2

- Функция видимости позволяет преобразовать полусферическую форму уравнения визуализации
- В силу инвариантности яркости вдоль луча:

$$L(x \leftarrow \Psi) = L(y \rightarrow -\Psi)$$
$$y = r(x, \Psi)$$

- Элементарный телесный угол можно записать так:

$$d\omega_{\Psi} = d\omega_{x \leftarrow dA_y} = \cos(N_y, -\Psi)\frac{dA_y}{r_{xy}^2}$$



Площадная форма - 3

- Подставляя полученные выражения, получим *площадную форму* (*area formulation*) уравнения визуализации:

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \to \Theta) L(y \to -\Psi) V(x, y) \frac{\cos(N_x, \Psi)\cos(N_y, -\Psi)}{r_{xy}^2} dA_y$$

- Для сокращения записи вводится *геометрический член* $G(x, y)$ – определят взаимное расположение поверхностей в точках x и y:

$$G(x, y) = \frac{\cos(N_x, \Psi)\cos(N_y, -\Psi)}{r_{xy}^2}$$

- С использованием геометрического члена получим:

$$\boxed{L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + \int_A f_r(x, \Psi \to \Theta) L(y \to -\Psi) V(x, y) G(x, y) dA_y}$$

Декомпозиция на прямое и вторичное освещение

- Другая форма уравнения разделяет освещение на *прямое* и *вторичное*
  - *Прямое освещение* поступает в точку x непосредственно от источников света
  - *Вторичное освещение* попадает в точку x после, по крайней мере, одного отражения от другой поверхности сцены

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + L_r(x \to \Theta)$$

$$L_r(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi = L_{direct}(x \to \Theta) + L_{indirect}(x \to \Theta)$$

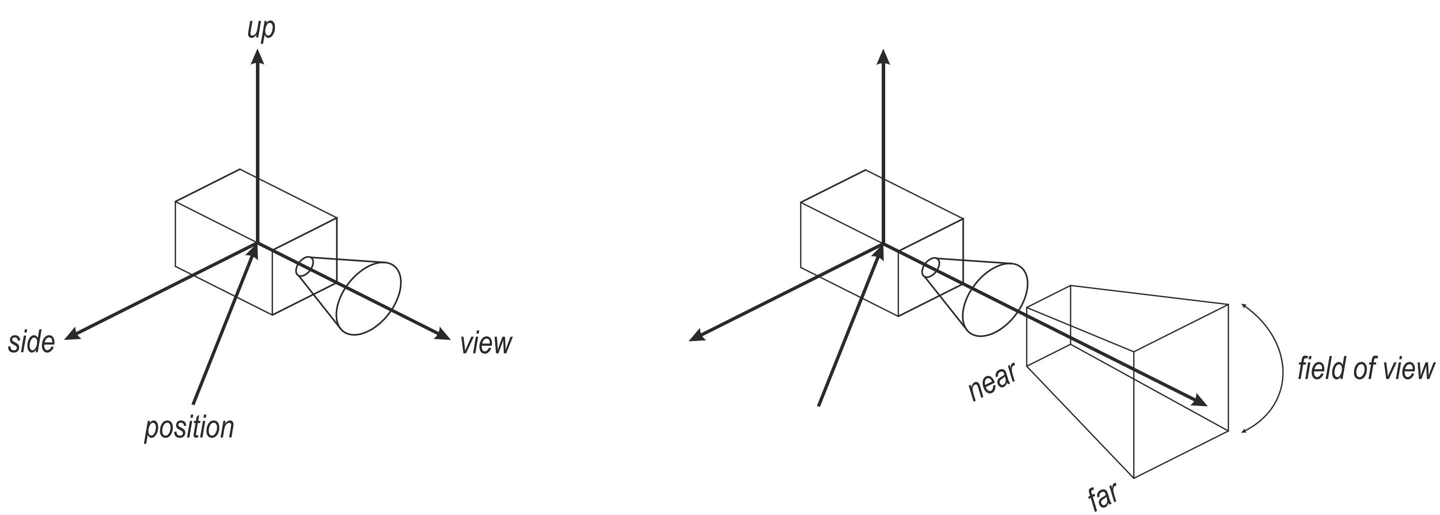
$$L_{direct}(x \to \Theta) = \int_A f_r(x, \overrightarrow{xy} \to \Theta) L_e(y \to \overrightarrow{yx}) V(x, y) G(x, y) dA_y$$

$$L_{indirect}(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L_i(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

$$L_i(x \leftarrow \Psi) = L_r(r(x, \Psi) \to -\Psi)$$

Стохастическая трассировка пути

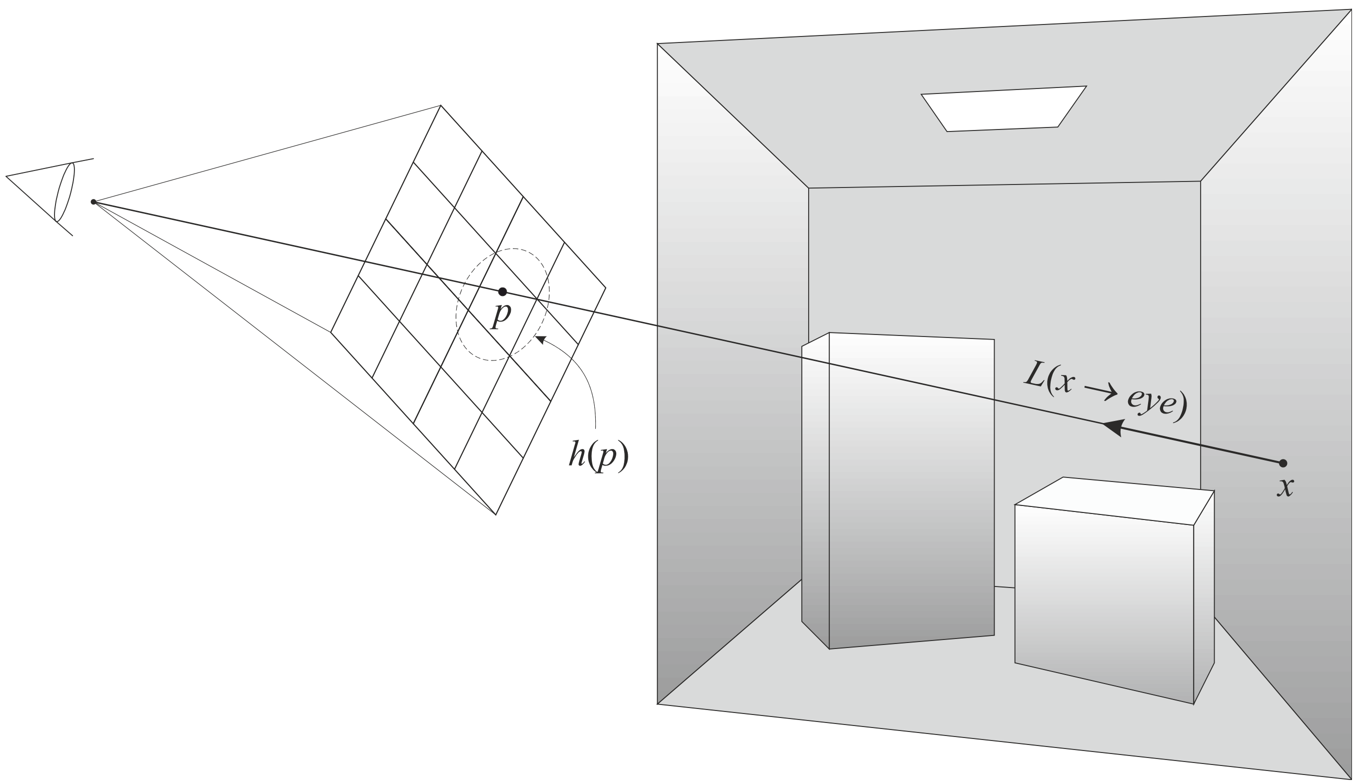
- Класс алгоритмов для расчета ГО, основанных на трассировке пути (*path tracing*)
    - Генерируют световые пути между источниками и точками сцены, для которых требуется вычислить яркость
    - Вычисляют яркость независимо для каждого пикселя (*pixel-driven*)



Идея алгоритма - 1

- Яркость каждого пикселя L_{pixel} выражается интегралом:

$$L_{pixel} = \int_{image\,plane} L(p \to eye) h(p) dp = \int_{image\,plane} L(x \to eye) h(p) dp$$



Идея алгоритма - 2

- Яркость каждого пикселя L_{pixel} выражается интегралом:

$$L_{pixel} = \int\limits_{image\,plane} L(p \to eye) h(p) dp = \int\limits_{image\,plane} L(x \to eye) h(p) dp$$

  Здесь p – точка экранной плоскости, $h(p)$ – *весовая* или *фильтрующая* функция, а x – точка, видимая через точку p

- В качестве функции $h(p)$ часто выбирают *прямоугольный фильтр*: однородное усреднение значений яркости по площади пикселя
- Для вычисления $L(p \to eye)$ с помощью операции *бросания луча* определяется ближайшая точка соударения x
- Яркость постоянна вдоль луча и $L(p \to eye) = L(x \to \overrightarrow{xp})$, поэтому можно применять уравнение визуализации

Идея алгоритма - 3

```
ComputeImage(eye)
  for each pixel
    radiance = 0
    H = integral(h(p))
    for each viewving ray
      pick uniform sample point p such that h(p) <> 0
      construct ray at origin eye and direction p-eye
      radiance = radiance + Rad(ray) * h(p)
    radiance = radiance / (#viewing rays * H)

Rad(ray)
  find closest intersection point x of ray with scene
  ComputeRadiance(x, eye-x)
```

Рекурсивная генерация путей - 1

- Функция ComputeRadiance(x, *eye*-x) для оценки значения энергетической яркости использует уравнение визуализации

$$L(x \to \Theta) = L_e(\dots) + L_r(\dots) = L_e(\dots) + \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \to \Theta) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Возможный способ получения оценки – применение *метода Монте-Карло*. Необходимо сгенерировать N случайных направлений Ψ_i на полусфере Ω_x, распределенных согласно некоторой функции плотности вероятности $p(\Psi)$:

$$L_r(x \to \Theta) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{L(x \leftarrow \Psi_i) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi_i) \cos(N_x, \Psi_i)}{p(\Psi_i)}$$

- Энергетическая яркость $L(x \leftarrow \Psi_i)$, падающая в точку x с направления Ψ_i, неизвестна!

Рекурсивная генерация путей - 2

- В силу свойства инвариантности:

$$L(x \leftarrow \Psi_i) = L(r(x, \Psi_i) \to -\Psi_i)$$

- Для оценки $L(x \leftarrow \Psi_i)$ можно вновь использовать процедуру Монте-Карло
- *Рекурсивный* процесс вычисления яркости, порождающий пути или дерево путей, трассируемых через сцену
- Путь должен пересекать поверхность, у которой собственное излучение L_e отлично от нуля – один из *источников света* в сцене
- Размеры источников малы → малая доля путей дает вклад в оценку яркости $L(x \leftarrow \Psi_i)$ → изображение получается практически черным

Критерии остановки

- При выборе критерия остановки важно не допустить *смещения* (*bias*) окончательного изображения:
  - Свет отражается бесконечное число раз, и даже очень длинные пути света могут оказать влияние на изображение
  - Необходим механизм эффективного ограничения длины световых путей, сохраняющий несмещенное изображение
- Два критерия остановки:
  - Заданное число итераций (4 или 5 отскоков). Некоторые важные пути переноса света могут быть упущены
  - Адаптивная длина пути на основе оценки накопительного множителя, который используется при учете яркости
- Оба критерия приводят к смещению изображения!

Принцип русской рулетки - 1

- Техника русской рулетки *адаптивно* ограничивает длину генерируемых путей, сохраняется возможность обработки путей любой длины – *несмещенное* изображение

$$I = \int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(x_i)$$

$$\bar{I} = \int_0^P \frac{1}{P} f\left(\frac{x}{P}\right)dx$$

- Применим метод Монте–Карло к $\bar{I}$: для всех точек $x_i > P$ подынтегральное выражение обращается в ноль

- Если $f(x)$ рекурсивно определяется через другой интеграл, то данная рекурсия останавливается с вероятностью $\alpha = 1 - P$, α – *вероятность поглощения* (*absorption probability*)

Принцип русской рулетки - 2

- Если α мала, то рекурсия продолжается долго, и оценка будет более точной. Для бо́льших значений α рекурсия прекращается быстро, и оценка будет получена с бо́льшими отклонениями
- Применительно к трассировке пути имеем очевидную альтернативу: либо генерируются точные пути значительной длины, либо более короткие, которые обеспечивают меньшую точность
- Возможен выбор любого α: баланс между скоростью работы и качеством генерируемого изображения
- В алгоритмах ГО величину $1-\alpha$ целесообразно выбирать равной коэффициенту отражения в соответствующей точке поверхности

Принцип русской рулетки - 3

```
COMPUTERADIANCE(X, DIR)
  RADIANCE = SIMPLESTOCHASTICRT(X, DIR)
  RETURN RADIANCE

SIMPLESTOCHASTICRT(X, THETA)
  RADIANCE = 0
  IF (NO ABSORPTION)
    FOR ALL PATHS
      SAMPLE DIRECTION PSI ON HEMISPHERE
      Y = TRACE(X, PSI);
      RADIANCE += SIMPLESTOCHASTICRT(Y, -PSI) *
                  BRDF * COS(N_X, PSI) / PDF(PSI)
  RADIANCE /= #PATHS
RADIANCE /= (1 - ABSORPTION)
RADIANCE += L_E(X, THETA)
RETURN RADIANCE
```

Прямое и вторичное освещение

- Отраженную энергетическую яркость $L_r(x \to \Theta)$ можно записать в виде:

$$L_r(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \Psi) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$= \int_{\Omega_x} L(r(x, \Psi) \to -\Psi) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Величина $L(r(x,\Psi) \to -\Psi)$ является суммой *излученной* и *отраженной* яркости в точке $r(x,\Psi)$ поверхности:

$$L_r(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} L_e(r(x, \Psi) \to -\Psi) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$+ \int_{\Omega_x} L_r(r(x, \Psi) \to -\Psi) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$= L_{direct}(x \to \Theta) + L_{indirect}(x \to \Theta)$$

- Величина $L_{direct}(x \to \Theta)$ выражает вклад *источников света*

Прямое освещение - 1

- Величина $L_e(r(x,\Psi)\to -\Psi)$ *отлична от нуля только на источниках*! Область интегрирования можно ограничить:

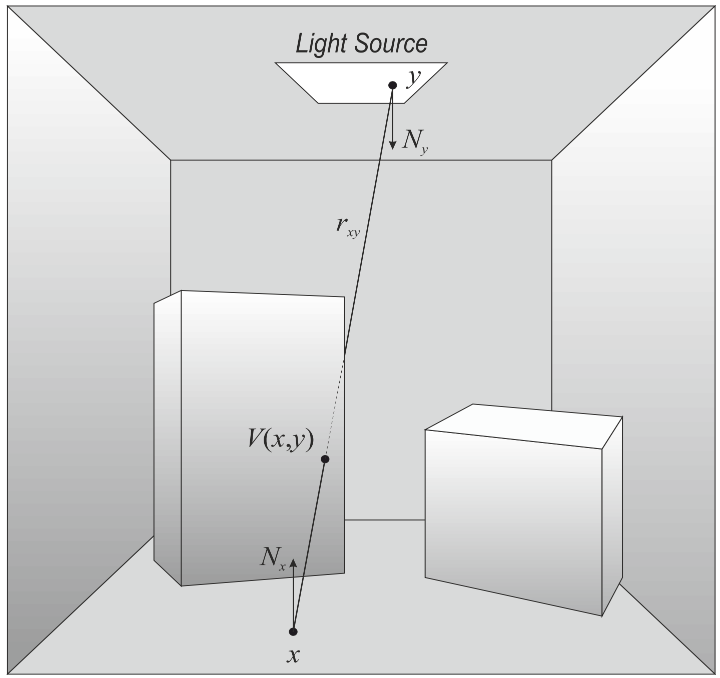
$$L_{direct}(x\to\Theta)=\int\limits_{A_{sources}} L_e(y\to\overrightarrow{yx})\, f_r(x,\Theta\leftrightarrow\overrightarrow{xy})G(x,y)V(x,y)dA_y =$$

$$=\sum_{k=1}^{N_L}\int\limits_{A_k} L_e(y\to\overrightarrow{yx})\, f_r(x,\Theta\leftrightarrow\overrightarrow{xy})G(x,y)V(x,y)dA_y$$

- Уменьшение области интегрирования позволяет оптимизировать вычисления: исключаются точки, которые заведомо не дадут вклад в оценку яркости
- *Два способа* генерации точек испытаний:
    - Каждый источник обрабатывается отдельно
    - Все источники объединяются в один большой источник света с единой областью интегрирования

Прямое освещение - 2

- Для каждой точки y_i на источнике света вычисляется *функция видимости* $V(x, y_i)$: находится ли точка x в тени?



- Пути между точками x и y_i называют *теневыми лучами* (*shadow rays*)

Прямое освещение - 3

- На точность расчета прямого освещения влияют следующие параметры:
  - *Общее число теневых лучей*. Увеличение числа теневых лучей обеспечивает лучшую оценку
  - *Число теневых лучей на источник света*. В соответствии с принципом выборки по значимости число теневых лучей на источник света должно быть пропорционально вкладу данного источника в освещенность точки x.
  - *Распределение теневых лучей по источнику света*. Большее число теневых лучей должно генерироваться для участков источника света, оказывающих большее влияние на освещенность точки x.

Прямое освещение - 4

- Для расчета прямого освещения от *одного источника* с непрерывной поверхностью нужно задать *плотность вероятности* $p(y)$ для генерации теневых лучей
- Метода Монте-Карло дает оценку для компоненты прямого освещения:

$$L_{direct}(x \to \Theta) \approx \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \frac{L_e(y_i \to \overrightarrow{y_i x}) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \overrightarrow{x y_i}) G(x, y_i) V(x, y_i)}{p(y_i)}$$

- Дисперсия полученной оценки (уровень шума изображения) определяется выбором плотности вероятности $p(y)$
- Теоретически функция $p(y)$ должна быть пропорциональна вкладу каждой точки y в оценку яркости, однако на практике подобный выбор нереализуем

Прямое освещение - 5

- Для заданной плотности вероятности $p(y)$ алгоритм расчета прямого освещения от одного источника следующий:

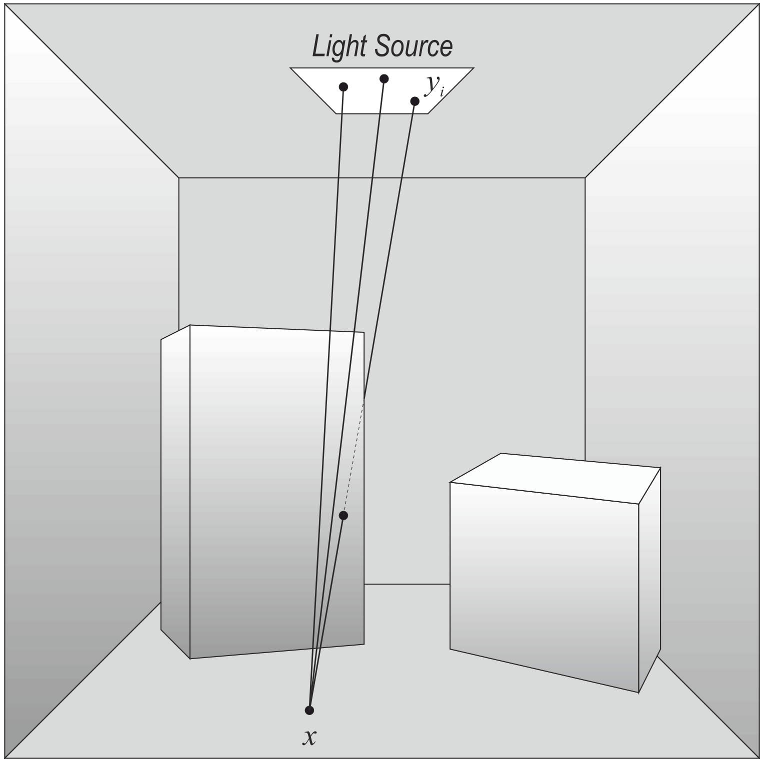
```
DirectIllumination(x, theta)
  radiance = 0
  for all shadow rays
    generate point y on light source
    radiance += Le(y, yx) * BRDF * RadianceTransfer(x, y) / PDF(y)
  radiance = radiance / #ShadowRays
  return radiance

RadianceTransfer(x, y)
  transfer = G(x, y) * V(x, y)
  return transfer
```

Прямое освещение - 6

- Часто функция плотности вероятности $p(y)$ выбирается согласно следующим принципам:
  - *Равномерное распределение по источнику*. Случайные точки y_i распределены равномерно: $p(y) = 1/A_{source}$. Значительный шум в области полутени. Если источник достаточно крупный, то шумы возникают и вне теневых областей (для произвольных теневых лучей могут сильно различаться геометрические множители)
  - *Равномерное распределение по телесному углу*. Значительно уменьшает уровень шума. Интеграла по площади источника записывается в виде интеграла по телесному углу, опирающемуся на данный источник. При этом из подынтегрального выражения исключается один косинус и квадрат расстояния, что способствует уменьшению уровня шума

Прямое освещение - 7



Равномерное распределение точек по поверхности источника света

Прямое освещение - 8

- При наличии *нескольких* источников прямую освещенность можно вычислять *независимо* для каждого из них
- Результирующее значение яркости $L_{direct}(x \to \Theta)$ выражается *суммой* вкладов от отдельных источников
- *Число теневых лучей* для каждого источника может выбираться в соответствии с *различными критериями*:
    - Одинаково для всех источников
    - Пропорционально мощности источника
    - Обратно пропорционально квадрату расстояния между источником и точкой x

Прямое освещение - 9

- Однако предпочтительно рассматривать все источники света сцены как *один комбинированный источник* с единой областью интегрирования
- Расчет прямого освещения сводится к стандартной процедуре Монте-Карло для *комбинированного* интеграла
- Случайные теневые лучи могут быть направлены на *любой* источник света
- Данный подход позволяет вычислять прямое освещение от любого числа источников с помощью одного теневого луча! Результат – *несмещенное* изображение (уровень шума будет высок)

Прямое освещение - 10

- Объединение всех источников в один является абстракцией: необходим доступ к каждому источнику света в отдельности. *Генерация теневых лучей в два этапа*:
  - ***На первом шаге*** с помощью *дискретного распределения* $p_L(k)$ выбирается источник k_i

    Каждому источнику приписывается вероятность, с которой он выбирается для генерации теневого луча. Данные вероятности обычно одинаковы для всех теневых лучей, однако в ряде случаев могут варьироваться для различных точек x поверхности
  - ***На втором шаге*** выбирается случайная точка y_i на поверхности источника k_i с помощью *условной плотности вероятности* $p(y|k_i)$

    Конкретный вид данной функции зависит от выбранного источника

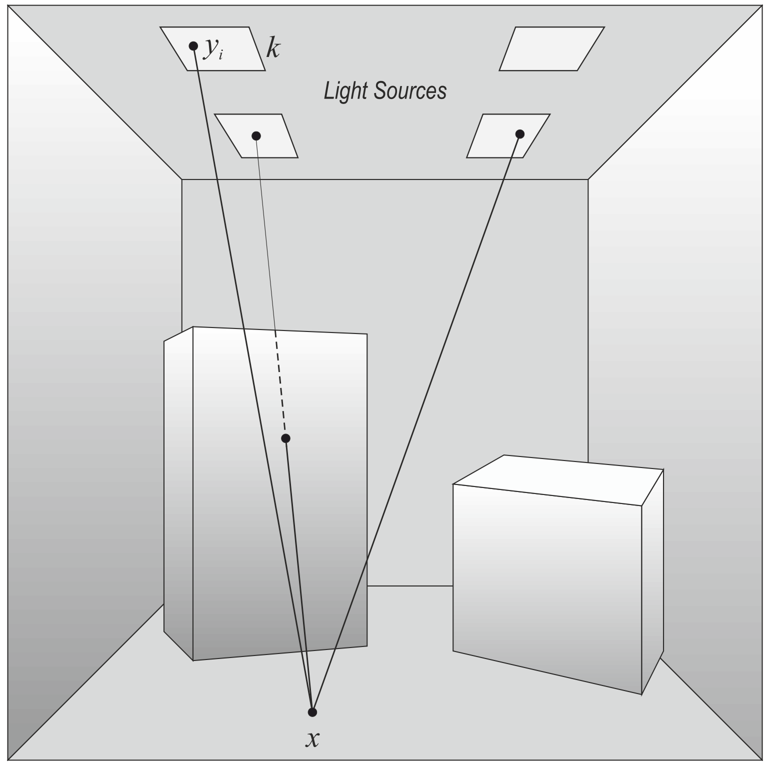
Прямое освещение - 11

- *Комбинированная плотность вероятности* для выбора случайной точки y_i на объединенной поверхности источников равна $p_L(k)p(y|k)$
- Получаем следующую оценку яркости для N теневых лучей:

$$L_{direct}(x \to \Theta) \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{L_e(y_i \to \overrightarrow{y_i x})\, f_r(x, \Theta \leftrightarrow \overrightarrow{x y_i})G(x, y_i)V(x, y_i)}{p_L(k_i)\, p(y_i \mid k_i)}$$

- Любой выбор функций $p_L(k)$ и $p(y|k)$ обеспечивает генерацию *несмещенного* изображения
- Однако различные варианты данных функций влияют на дисперсию получаемых оценок и на уровень шума в результирующем изображении

Прямое освещение - 12



Выборка случайных точек на нескольких источниках света

Прямое освещение - 13

- Алгоритм расчета прямого освещения от нескольких источников света:

```
DirectIllumination(x, theta)
  radiance = 0
  for all shadow rays
    select light source k
    generate point y on light source k
    radiance += Le(y, yx) * BRDF * RadianceTransfer(x, y) /
                  ( pdf(k) * pdf(y|k) );
  radiance = radiance / #ShadowRays;
return radiance

RadianceTransfer(x,y)
  transfer = G(x,y) * V(x,y);
  return transfer
```

Прямое освещение - 14

- На практике часто применяются следующие варианты функций $p_L(k)$ и $p(y|k)$:
  - *Равномерный выбор источника, равномерная выборка точек на его поверхности*: $p_L(k) = 1/N_L$ и $p(y|k) = 1/A_{L_k}$:

$$L_{direct}(x \to \Theta) \approx \frac{N_L}{N} \sum_{i=1}^{N} A_{L_k} L_e(y_i \to \overrightarrow{y_i x}) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \overrightarrow{xy_i}) G(x, y_i) V(x, y_i)$$

  - *Выбор источника пропорционально мощности, равномерная выборка точек на его поверхности*: $p_L(k) = P_k / P_{total}$, где P_k – мощность источника k, а P_{total} – суммарная мощность источников:

$$L_{direct}(x \to \Theta) \approx \frac{P_{total}}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{A_{L_k} L_e(y_i \to \overrightarrow{y_i x}) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \overrightarrow{xy_i}) G(x, y_i) V(x, y_i)}{P_k}$$

$$L_{direct}(x \to \Theta) \approx \frac{P_{total}}{\pi N} \sum_{i=1}^{N} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \overrightarrow{xy_i}) G(x, y_i) V(x, y_i)$$, если $P_k = \pi A_{L_k} L_{e,k}$

Прямое освещение - 15

- Обычно выбор источника пропорционально мощности дает наилучшие результаты, но может приводить к медленной сходимости в пикселях, где яркие источники света не видны
- Чтобы устранить данную проблему, необходимо принимать в расчет видимость источников света
- При выборе $p_L(k)$ важно *не исключить возможности выбора любых источников*, *которые могут дать вклад в отраженную яркость* $L_{direct}(x \to \Theta)$
- Исключение из обработки небольших, слабых или далеких источников может приводить к генерации *смещенного* изображения

Вторичное освещение - 1

- Для расчета *полной отраженной яркости* $L(x \to \Theta)$ наряду с прямым освещением необходимо оценить вторичное освещение:

$$L_{indirect}(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} L_r(r(x,\Psi) \to -\Psi) f_r(x,\Psi \leftrightarrow \Theta) \cos(N_x,\Psi) d\omega_\Psi$$

- При расчете вторичного освещения область интегрирования уже *не может быть уменьшена*!

- Отраженная яркость $L_r(r(x,\Psi) \to -\Psi)$ может принимать отличные от нуля значения для *любой* пары (x,Ψ)

- Для оценки компоненты вторичного освещения необходимо генерировать *случайные точки на всей полусфере* вокруг точки x

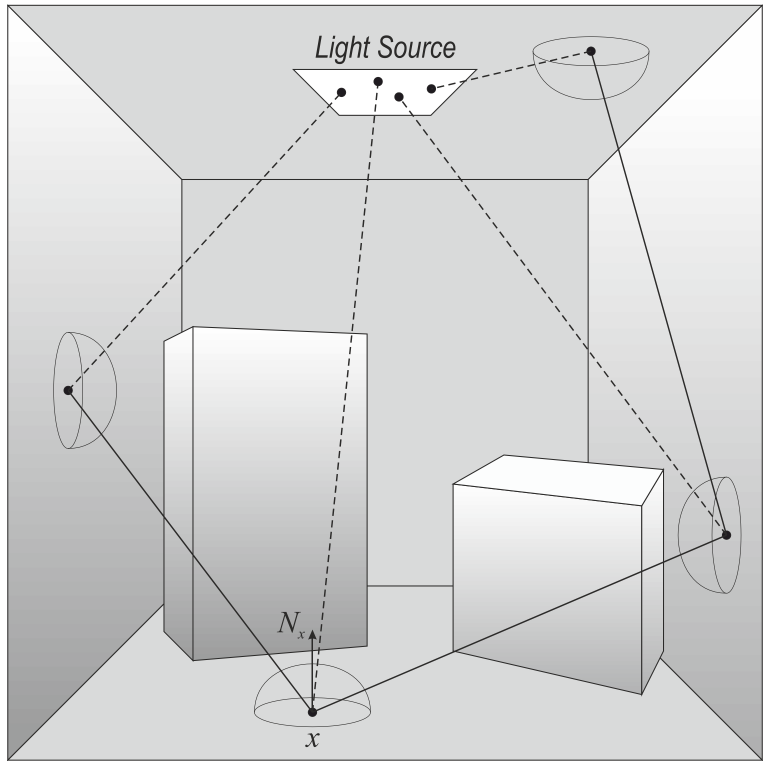
Вторичное освещение - 2

- Стандартная процедура Монте-Карло генерирует N случайных направлений Ψ_i для заданной плотности вероятности $p(\Psi)$ и дает оценку:

$$L_{indirect}(x \to \Theta) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{L_r(r(x,\Psi_i) \to -\Psi_i) f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi_i) \cos(N_x, \Psi_i)}{p(\Psi_i)}$$

- Отраженная яркость $L_r(r(x,\Psi_i) \to -\Psi_i)$ остается *неизвестной* величиной. Для ее вычисления необходимо:
  - Определить ближайшую точку соударения $r(x,\Psi_i)$ вдоль направления Ψ_i
  - Вычислить излучаемую точкой $r(x,\Psi_i)$ яркость по направлению $-\Psi_i$
  - Излучаемая яркость вновь разделяется на *прямое* и *вторичное* освещение: рекурсивная оценка вторичного освещения

Вторичное освещение - 3



Генерация путей для расчета вторичного освещения

(пунктиром показаны теневые лучи)

Вторичное освещение - 3

- Алгоритма вычисления вторичного освещения:

```
IndirectIllumination(x, theta)
  radiance = 0
  if (no absorption)
    for all indirect paths
    sample direction psi on hemisphere
    y = trace(x, psi)
    radiance += ComputeRadiance(y, -psi) * BRDF * cos(Nx, psi) / PDF(psi)
  radiance = radiance / #Paths
return radiance / (1 - absorption)

ComputeRadiance(x, dir)
  radiance = Le(x, dir)
  radiance += DirectIllumination(x, dir)
  radiance += IndirectIllumination(x, dir)
return radiance
```

Вторичное освещение - 4

- В простейшем случае для генерации направлений Ψ_i используется *равномерная плотность вероятности* $p(\Psi) = 1/2\pi$
  - Высокий уровень шума, поскольку игнорируются особенности подынтегрального выражения
- Конструирование $p(\Psi)$ в соответствии с *принципом выборки по значимости*:
  - $p(\Psi) \propto \cos(N_x, \Psi)$
  - $p(\Psi) \propto f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi_i)$
  - $p(\Psi) \propto L_r(r(x, \Psi_i) \to -\Psi_i)$
  - $p(\Psi) \propto$ *комбинации перечисленных величин*
- Цель: уменьшить вероятность выбора направлений, которые вносят незначительный вклад в оценку

Вторичное освещение - 5

- Генерация направлений пропорционально величине косинуса $\cos(N_x, \Psi_i)$ концентрировать их вокруг нормали N_x и уменьшить число направлений в окрестности горизонта:

$$p(\Psi) = \frac{\cos(N_x, \Psi)}{\pi}$$

- В частном случае, когда ДФОС является *диффузной*, оценка энергетической яркости принимает вид:

$$L_{indirect}(x \to \Theta) \approx \frac{\pi f_r}{N} \sum_{i=1}^{N} L_r(r(x, \Psi_i) \to -\Psi_i)$$

В данном выражении единственным источником шума является оценка величины падающей яркости $L_r(r(x, \Psi_i) \to -\Psi_i)$

Вторичное освещение - 6

- Генерация теневых лучей пропорционально величине косинуса не учитывает *отражательную способность* поверхности
    - Некоторые удаленные от нормали направления могут дать значительный вклад в оценку вторичного освещения
    - Направления с большим значением ДФОС должны выбираться чаще остальных
- Генерация направлений *пропорционально* ДФОС возможна только для некоторых моделей ДФОС. Модифицированная модель Фонга:

$$f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = k_d + k_s \cos^n(\Psi, \Theta_s)$$

Θ_s – идеальное отражение направления Θ относительно нормали N_x

Вторичное освещение - 7

- Интеграл вторичного освещения можно разделить на две компоненты в соответствии с моделью ДФОС Фонга:

$$L_{indirect}(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} L_r(r(x,\Psi) \to -\Psi) k_d \cos(\Psi, N_x) d\omega_\Psi$$
$$+ \int_{\Omega_x} L_r(r(x,\Psi) \to -\Psi) k_s \cos^n(\Psi, \Theta_s) \cos(\Psi, N_x) d\omega_\Psi$$

- Схема Монте-Карло для оценки интеграла:
  - Выбор дискретного распределения для трех событий с вероятностями q_1, q_2, q_3 $(q_1 + q_2 + q_3 = 1)$. q_1 и q_2 – обработка первой и второй части интеграла соответственно, q_3 – поглощение
  - На основе плотности вероятности $p_1(\Psi)$ или $p_2(\Psi)$ (диффузная и блестящая часть ДФОС) генерируется случайное направление Ψ, вдоль которого оценивается падающая яркость

Вторичное освещение - 8

- Схема Монте-Карло для оценки интеграла (продолжение):
  - Оценка яркости для выбранного направления Ψ_i:

$$\langle L_{indirect}(x \to \Theta) \rangle = \begin{cases} L_r(x \leftarrow \Psi_i) k_d \cos(N_x, \Psi_i) / q_1 p_1(\Psi_i), & \textit{событие 1} \\ L_r(x \leftarrow \Psi_i) k_s \cos^n(\Theta_s, \Psi_i) \cos(N_x, \Psi_i) / q_2 p_2(\Psi_i), & \textit{событие 2} \\ 0, & \textit{событие 3} \end{cases}$$

- Вероятности q_1, q_2, q_3 можно выбирать любые, однако от них будет зависеть дисперсия оценки (и уровень шума изображения)
- Целесообразно q_1 и q_2 выбирать пропорционально максимальной отражаемой энергии по всем направлениям:

$$q_1 = \pi k_d$$

$$q_2 = \frac{2\pi}{n+2} k_s$$

Итоговый алгоритм - 1

- Производительность и точность алгоритма стохастической трассировки лучей определяется параметрами:
  - *Число первичных лучей на каждый пиксель* N_p
  - *Прямое освещение*
    - Число теневых лучей N_d для каждой точки x
    - Алгоритм выбора источника света из множества всех источников
    - Распределение теневых лучей по поверхности выбранного источника
  - *Вторичное освещение*
    - Число вторичных лучей N_i для каждой точки x
    - Распределение вторичных лучей по полусфере направлений Ω_x
    - Вероятности поглощения для остановки рекурсии

Итоговый алгоритм - 2

```
ComputeImage(eye)
  for each pixel
  radiance = 0
  H = integral(h(p))
  for each sample
    pick sample point p within support of h
    construct ray at eye, direction p-eye
    radiance = radiance + rad(ray) * h(p)
  radiance = radiance / (#Samples * H)

rad(ray)
  find closest intersection point x of ray with scene
  return Le(x, eye-x) + ComputeRadiance(x, eye-x))

ComputeRadiance(x, dir)
  radiance += DirectIllumination(x, dir)
  radiance += IndirectIllumination(x, dir)
  return radiance
```

Итоговый алгоритм - 3

```
DirectIllumination(x, theta)
  radiance = 0
  for all shadow rays
    select light source k
    sample point y on light source k
    radiance += Le * BRDF * RadianceTransfer(x, y) / (pdf(k) * pdf(y|k))
  radiance = radiance / #Paths;
  return radiance

IndirectIllumination(x, theta)
  radiance = 0
  if (no absorption)
    for all indirect paths
    sample direction psi on hemisphere
    y = trace(x, psi)
    radiance += ComputeRadiance(y, -psi) * BRDF * cos(Nx, psi) / pdf(psi)
  radiance = radiance / #Paths
  return radiance / (1 - absorption)

RadianceTransfer(x, y)
  transfer = G(x, y) * V(x, y)
  return transfer
```

Метод фотонных карт…

- *Метод фотонных карт* (*photon mapping*) – вычислительно эффективное решение задачи ГО путем разделения вычислений на *два прохода*

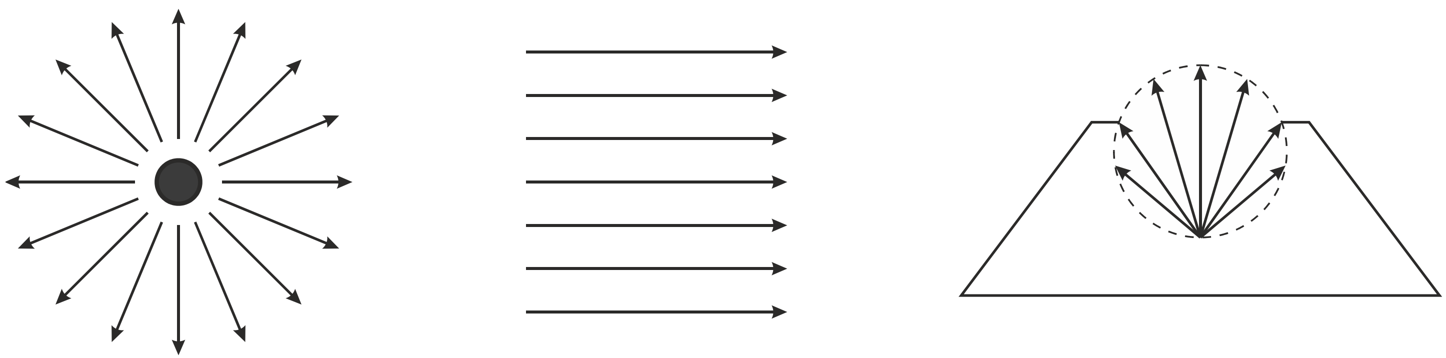
- На *первом проходе* из источников света излучаются фотоны – простые энергетические пакеты
    - Траектории фотонов вычисляются по законам геометрической оптики, а информация о соударениях записывается в *фотонную карту* (*photon map*)
    - Фотонная карта дает грубое представление о распределении световой энергии в сцене

Метод фотонных карт

- На *втором проходе* выполняется визуализация сцены, в основе которой лежит стохастическая трассировка пути
  - После нескольких отскоков вклад луча в итоговую яркость незначителен → приближенная оценка на основе фотонной карты
  - Для глянцевых поверхностей → приближенная оценка и генерация дополнительных путей, поскольку корректная оценка яркости требует слишком большого числа фотонов
  - Для поверхностей, которые видны глазу непосредственно или после нескольких зеркальных отражений → точные расчеты
  - Точные вычисления каустик выполняется путем прямой визуализации оценки яркости, полученной из отдельной фотонной карты каустик с высокой плотностью фотонов

Построение фотонных карт…

- Из источников света излучается большое число фотонов



- При наличии нескольких источников фотоны излучаются с поверхности каждого из них
- Распределение фотонов должно соответствовать распределению потока излучения для каждого источника
- Принцип выборки по значимости: яркие источники должны излучать больше фотонов по сравнению с темными

Построение фотонных карт...

- Траектория фотона отслеживается с помощью метода, аналогичного стохастической трассировке пути
- *Трассировка фотонов* (*photon tracing*), *трассировка световых лучей* (*light ray tracing*) или *прямая трассировка лучей* (*forward ray tracing*):
  - Отличие от обычной трассировки лучей: фотоны распространяют по сцене поток излучения из источников света, а лучи накапливают энергетическую яркость
  - Механизм взаимодействия фотона с поверхностью может отличаться от механизма взаимодействия луча
  - Преломление: энергетическая яркость меняется в зависимости от относительного показателя преломления двух сред, а энергия фотона остается неизменной!

Построение фотонных карт...

- При каждом соударении фотон может *поглощаться*, *отражаться* или *проходить* сквозь поверхность
- Решение принимается с помощью русской рулетки на основе свойств поверхности
- Случай *монохроматической* визуализации:
  - Коэффициенты *диффузного* и *зеркального* отражения d и s соответственно $(d + s \leq 1)$
  - Для принятия решения используется равномерно распределенная случайная величина ξ из отрезка $[0,1]$:

$$\begin{array}{lcc}
\xi \in [0, d] & \rightarrow & \textit{диффузное отражение} \\
\xi \in \,]d, d+s] & \rightarrow & \textit{зеркальное отражение} \\
\xi \in \,]d+s, 1] & \rightarrow & \textit{поглощение}
\end{array}$$

Построение фотонных карт...

- При наличии *нескольких цветовых каналов* решение принимается иначе, поскольку коэффициенты отражения могут варьироваться для различных длин волн:
  - Вероятности *диффузного* и *зеркального* отражения P_d и P_s можно получить так:

$$P_d = \frac{\max\{d_r P_r, d_g P_g, d_b P_b\}}{\max\{P_r, P_g, P_b\}}$$

$$P_s = \frac{\max\{s_r P_r, s_g P_g, s_b P_b\}}{\max\{P_r, P_g, P_b\}}$$

  Здесь $d = (d_r, d_g, d_b)$ и $s = (s_r, s_g, s_b)$ – коэффициенты *диффузного* и *зеркального* отражения, а $P = (p_r, p_g, p_b)$ – энергия фотона

  - Вероятность *поглощения* определяется из условия:

$$P_a = 1 - P_d - P_s$$

Построение фотонных карт…

- Случай *нескольких цветовых каналов* (продолжение):
  - Полученные вероятности позволяют с помощью случайной величины ξ выбрать тип взаимодействия фотона с поверхностью:

$$\begin{array}{rcc} \xi \in [0, P_d] & \rightarrow & \textit{диффузное отражение} \\ \xi \in]P_d, P_d + P_s] & \rightarrow & \textit{зеркальное отражение} \\ \xi \in]P_d + P_s, 1] & \rightarrow & \textit{поглощение} \end{array}$$

  - Энергия отраженного фотона должна быть пересчитана с учетом *свойств поверхности* и *вероятности отражения*. Для зеркального отражения энергия P^{out} отраженного фотона:

$$P_r^{out} = P_r^{inc} s_r / P_s$$
$$P_g^{out} = P_g^{inc} s_g / P_s$$
$$P_b^{out} = P_b^{inc} s_b / P_s$$

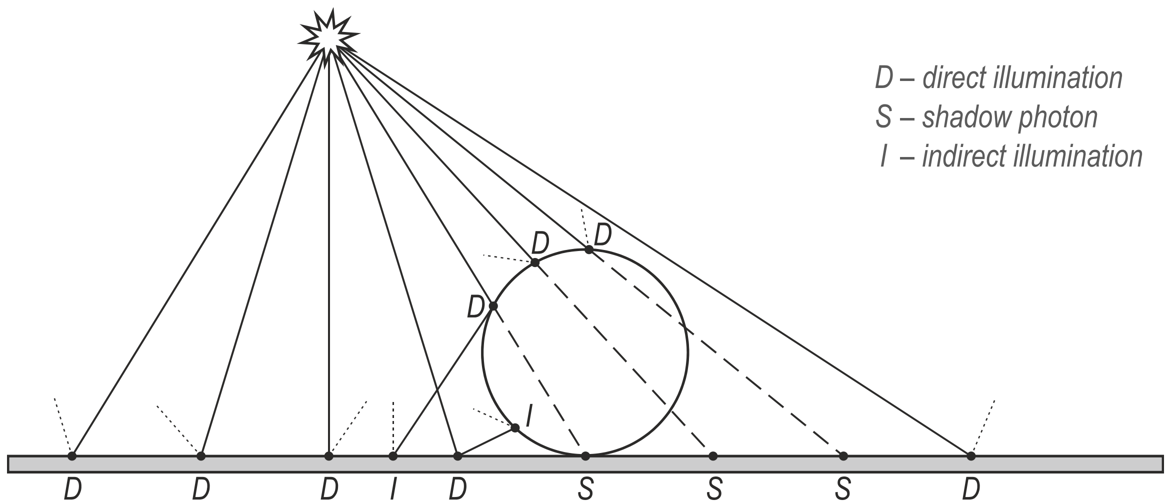
Здесь P^{inc} – энергия падающего фотона

Построение фотонных карт…

- Предлагается использовать *раздельные* фотонные карты для *каустик* и *глобального распределения света* в сцене
    - Для формирования *карты каустик* фотоны излучаются на *зеркальные* и *прозрачные* поверхности и сохраняются после соударения с диффузными поверхностями → высокая плотность
    - *Глобальная карта* служит для грубой аппроксимации распределения световой энергии в сцене и строится путем излучения фотонов в произвольных направлениях → низкая плотность
- Предложено расширение, которое вводит «*теневые*» фотоны для эффективной обработки теней:
    - При первом пересечении с поверхностью сохраняется *обычный* фотон, а в последующих точках сохраняются «*теневые*» фотоны
    - Данный подход позволяет значительно уменьшить число теневых лучей на этапе визуализации

Построение фотонных карт…

- Пример генерации глобальной фотонной карты с классификацией фотонов:



- Использование двух различных фотонных карт позволяет повысить производительность метода, сократить потребление памяти и повысить точность вычислений

Построение фотонных карт

- Для хранения фотонов в оригинальной работе используется сбалансированное *k*–d дерево:
  - Данная структура одновременно эффективна и компактна
  - Сбалансированность гарантирует, что время поиска M ближайших фотонов в дереве с N фотонами есть $O(M \log_2 N)$
  - На практике поиск выполняется еще быстрее, поскольку близкие фотоны расположены в близких узлах дерева
- Наряду с *k*–d деревьями для хранения фотонной карты можно использовать и другие структуры данных:
  - Для быстрого построения структуры данных на ГПУ в работе [http://graphics.stanford.edu/papers/photongfx/photongfx.pdf] предлагается использовать регулярную сетку
  - В работе [http://gv2.cs.tcd.ie/egirl09/papers/01.pdf] доступ к фотонной карте организован через BVH дерево

Визуализация…

- Основана на *стохастической трассировки пути*:

$$L(x \to \Theta) = L_e(x \to \Theta) + L_r(x \to \Theta)$$
$$= L_e(x \to \Theta) + \int_{\Omega_x} L(x \leftarrow \Psi) f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Для использования построенных фотонных карт отраженная яркость L_r разделяется на следующие составляющие:

$$L_r(x \to \Theta) = \int_{\Omega_x} f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L_l(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$+ \int_{\Omega_x} f_r^s(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) \left[L_c(x \leftarrow \Psi) + L_d(x \leftarrow \Psi) \right] \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$+ \int_{\Omega_x} f_r^d(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L_c(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$
$$+ \int_{\Omega_x} f_r^d(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L_d(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

$L(x \leftarrow \Psi) = L_l + L_c + L_d$ и $f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) = f_r^s + f_r^d$

Визуализация...

- Падающая в точку x яркость $L(x \leftarrow \Psi)$ разделяется на:
  - Прямой вклад источников света $L_l(x \leftarrow \Psi)$
  - Вклад источников света посредством нескольких зеркальных отражений или преломлений $L_c(x \leftarrow \Psi)$ (*каустики*)
  - Вклад вторичного рассеянного освещения $L_d(x \leftarrow \Psi)$ (отраженного хотя бы один раз от диффузной поверхности, так называемое *soft illumination*)
- ДФОС $f_r(x, \Psi \leftrightarrow \Theta)$ разделяется на:
  - *Диффузную* часть $f_r^d(x, \Psi \leftrightarrow \Theta)$ – все модели от классического закона Ламберта до моделей полуглянцевых поверхностей
  - *Зеркальную* часть $f_r^s(x, \Psi \leftrightarrow \Theta)$ – модели глянцевых и идеальных зеркальных поверхностей

Визуализация – прямое освещение

- Первая часть интеграла – *вклад прямого освещения*, которое точка получает непосредственно от источников света:

$$\int_{\Omega_x} f_r(x,\Psi \leftrightarrow \Theta) L_l(x \leftarrow \Psi)\cos(N_x,\Psi)\, d\omega_\Psi$$

- Вычисляется путем генерации случайных теневых лучей, направленных на источники света
- Фотонные карты позволяет оптимизировать вычисления в зависимости от необходимой точности решения:
  - Для быстрого получения точного решения «теневые» фотоны используются для обнаружения затененных областей
  - Для получения приближенного решения достаточно выполнить оценку энергетической яркости из глобальной фотонной карты, при этом теневые лучи не генерируются вовсе

Визуализация – зеркальные отражения

- Вторая часть интеграла – вклад энергетической яркости, отраженной от *зеркальных* или *блестящих* поверхностей:

$$\int_{\Omega_x} f_r^s(x, \Psi \leftrightarrow \Theta)\left[L_c(x \leftarrow \Psi) + L_d(x \leftarrow \Psi)\right]\cos(N_x, \Psi)\, d\omega_\Psi$$

- Данная компонента вычисляется стандартной процедурой трассировки пути на основе метода Монте-Карло
- С помощью выборки по значимости, основанной на ДФОС поверхности, вычисления в большинстве случае можно выполнить ограниченным числом лучей

Визуализация – каустики

- Третья часть интеграла – *вклад каустик*, которые возникают на диффузных поверхностях и поверхностях со слабо выраженными блестящими свойствами:

$$\int_{\Omega_x} f_r^d(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L_c(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Данная компонента определяется на основе информации из *фотонной карты каустик*: оценка яркости визуализируется напрямую
- Таким образом, фотонная карта каустик должна быть достаточно плотной
- Для вычисления каустик никогда не применяется метод Монте-Карло, поскольку его использование не даст результатов в большинстве ситуаций!

Визуализация – мягкое освещение

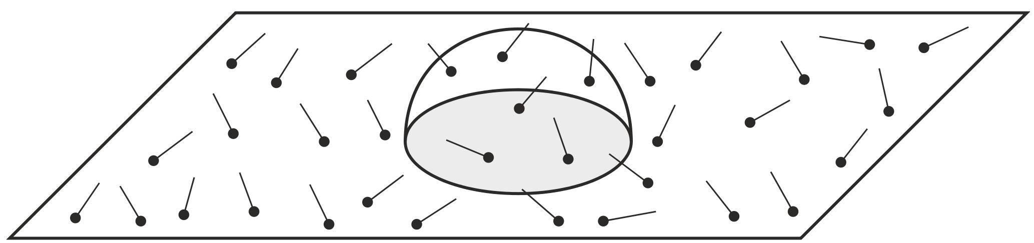
- Четвертая часть интеграла – вклад *рассеянного вторичного освещения* (*soft indirect illumination*), которое отражается хотя бы один раз от диффузной поверхности:

$$\int_{\Omega_x} f_r^d(x, \Psi \leftrightarrow \Theta) L_d(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi$$

- Данное освещение отражается диффузно и в точке x (используется компонента f_r^d ДФОС), в результате освещение становится «очень мягким» (*soft illumination*)
- Для приближенной оценки данной компоненты используется информация из глобальной фотонной карты
- Для точного вычисления используется выборки по значимости на основе информации из фотонной карты и ДФОС поверхности

Оценка яркости...

- Фотонная карта может использоваться для оценки *энергетической яркости*, которая покидает поверхность в заданном направлении



- Записана энергия и направление падения: можно комбинировать эту информацию с любой ДФОС:
    - Ограничиваются диффузными поверхностями и поверхностями со слабо выраженными блестящими свойствами
    - Глянцевые поверхности гораздо эффективнее обрабатывать с помощью Монте-Карло трассировки пути

Оценка яркости…

- Для расчета энергетической яркости L_r, покидающей поверхность их точки x по направлению Θ, необходимо определить N ближайших к точке x фотонов
- Если каждый фотон p представляет лучистый поток $\Delta\Phi_p$, который падает в точку x с направления Ψ_p, получим следующую оценку:

$$
\begin{aligned}
L_r(x \to \Theta) &= \int_{\Omega_x} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) L(x \leftarrow \Psi) \cos(N_x, \Psi) d\omega_\Psi \\
&= \int_{\Omega_x} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) \frac{d^2\Phi(x \leftarrow \Psi)}{dA d\omega_\Psi} d\omega_\Psi \\
&= \frac{1}{dA} \int_{\Omega_x} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi) d^2\Phi(x \leftarrow \Psi) \\
&\approx \frac{1}{\pi r^2} \sum_{p=1}^{n} \int_{\Omega_x} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi_p) \Delta\Phi_p(x \leftarrow \Psi_p)
\end{aligned}
$$

Оценка яркости...

- Альтернатива состоит в сборе всех фотонов, которые расположены в сфере фиксированного радиуса r:
    - Данная техника позволяет в ряде случаев улучшить качество получаемой оценки
    - Перестает работать в сценах, где плотность фотонов существенно меняется!
    - Плохая оценка в областях с низкой плотностью фотонов и размытое изображение в областях с высокой плотностью
    - Возможны адаптивные стратегии выбора необходимого радиуса сферы на основе локальной плотности фотонов, что требует дополнительных вычислений

Оценка яркости

- Когда плотность фотонов чрезвычайно мала, оценка энергетической яркости может получаться размытой
- Для устранения данного эффекта можно использовать, например, *конический фильтр* (*cone filter*) – вес обратно пропорционален расстоянию d_p между точкой x и фотоном p:

$$w_p = \max\left\{0, 1 - \frac{d_p}{kr}\right\},$$ k – параметр фильтра

$1 - 2/3k$ – нормирующий множитель

$$L_r(x \to \Theta) \approx \frac{\sum_{p=1}^{n} \int_{\Omega_x} f_r(x, \Theta \leftrightarrow \Psi_p) \Delta\Phi_p(x \leftarrow \Psi_p)}{\left(1 - \frac{2}{3k}\right)\pi r^2}$$

Приложение - 1

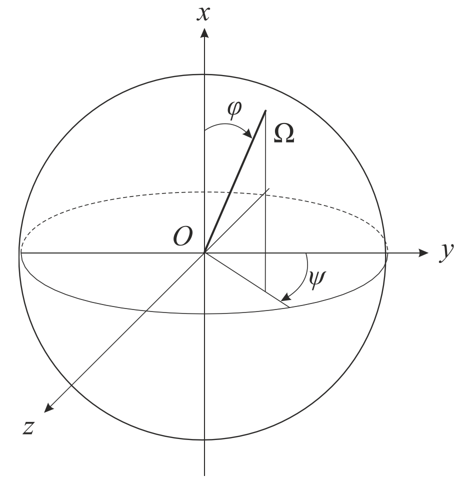
- Генерация случайного направления на сфере:
  - Выберем на сфере сферические координаты (φ,ψ) с полярной осью Ox, тогда

$$dS = \sin\varphi \, d\varphi d\psi \,, \; 0 \le \varphi < \pi \,, \; 0 \le \psi < 2\pi$$

  - Так как координаты φ и ψ независимы, то плотность вероят-ности точки (φ,ψ) равна произведению:

$$p(\varphi,\psi) = p_{\varphi}(\varphi) p_{\psi}(\psi)$$

$$p(\varphi,\psi) \, d\varphi d\psi = dS / 4\pi$$



  - Из данных соотношений вытекает:

$$p_{\varphi}(\varphi) p_{\psi}(\psi) = \frac{\sin\varphi}{4\pi}$$

Приложение - 2

- Генерация случайного направления на сфере (прод.):
  - Проинтегрируем это выражение по ψ от 0 до 2π, принимая во внимание условие нормировки:

$$\int_0^{2\pi} p_\psi(\psi)d\psi = 1$$

Получим:

$$p_\varphi(\varphi) = \frac{\sin\varphi}{2}, \quad p_\psi(\psi) = \frac{1}{2\pi}$$

  - Формулы разыгрывания:

$$\psi = 2\pi\xi$$

$$1/2\int_0^{\varphi} \sin x\, dx = \xi$$

$$\cos\varphi = 1 - 2\xi$$

Вопросы?