



# OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ 32

## Khối thi: Không chuyên

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 06/12/2023

Nơi thi: Đại học Khoa học Huế

### TỔNG QUAN ĐỀ THI

STT	Tên bài	File nguồn nộp	Thời gian chạy	Giới hạn bộ nhớ	Điểm
1	Diện tích tam giác	triangle.*	1 giây	1 GiB	100
2	Biến đổi dãy	tseq.*	1 giây	1 GiB	100
3	Xấu đẹp	bstr.*	1 giây	1 GiB	100
4	Bể xăng	fuel.*	1 giây	1 GiB	100
5	Kho báu	treasure.*	1 giây	1 GiB	100

Chú ý: Dấu \* được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng.

Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:

#### Bài 1. Diện tích tam giác

Cho hình vuông ABCD bên trong có chứa hình vuông MNPQ, với các điểm M, N, P, Q nằm trên cạnh hình vuông ABCD. Hai đường chéo MP và NQ giao nhau tại O (xem hình vẽ).

**Yêu cầu:** Cho biết  $u$  và  $v$  là độ dài tương ứng của đoạn BP và PC. Hãy tính diện tích của tam giác MNO.

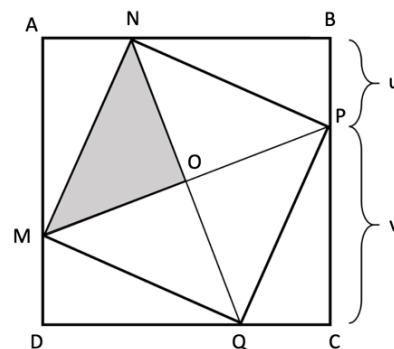
**Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn:**

- Gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên  $u$  và  $v$  ( $1 \leq u, v \leq 2 \times 10^9$ ).

**Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn:** một số thực có đúng hai chữ số thập phân sau dấu phẩy là kết quả của bài toán.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
2 4	5.00
3 7	14.50
123 456	55766.25



#### Bài 2. Biến đổi dãy

Cho hai thao tác sau trên một biến  $a$ :

1. Thay  $a$  bằng  $(a + 1) \% m$ , với phép  $\%$  là phép lấy phần dư;
2. Gán  $a$  bằng  $X$ .

Thầy Tùng muốn sinh ra lần lượt  $n$  số nguyên không âm  $b_1, b_2, \dots, b_n$  từ số ban đầu  $a = b_1$ , sử dụng các thao tác trên cũng như cần chọn một số  $X$  phù hợp sao cho số thao tác cần sử dụng là ít nhất.

**Yêu cầu:** Tìm số thao tác ít nhất cần sử dụng để nhận được dãy  $b$  cho trước.

**Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn:**

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n, m$  ( $2 \leq n, m \leq 10^5$ );
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên  $b_1, b_2, \dots, b_n$  ( $0 \leq b_i < m; 1 \leq i \leq n$ ).

**Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn:** một số nguyên duy nhất là kết quả của bài toán.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT	Giải thích
4 7 2 3 6 0	3	Chọn $X = 6$ . Số 2 sử dụng 1 lần thao tác 1, biến đổi thành số 3; Số 3 sử dụng 1 lần thao tác 2, biến đổi thành số 6; Số 6 sử dụng 1 lần thao tác 1, biến đổi thành số 0. Vậy sử dụng các thao tác 3 lần.
4 9 1 4 8 3	7	Chọn $X = 3$ . Số 1 sử dụng 1 lần thao tác 2, biến đổi thành số 3. Sau đó sử dụng 1 lần thao tác 1, biến đổi thành số 4; Số 4 sử dụng 4 lần thao tác 1, biến đổi thành số 8; Số 8 sử dụng 1 lần thao tác 2, biến đổi thành số 3. Vậy sử dụng các thao tác 7 lần.

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test tương ứng với 50% số điểm:  $0 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_n < m$ ;
- 30% số test khác tương ứng với 30% số điểm:  $n, m \leq 10^3$ ;
- 20% số test còn lại tương ứng với 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

### Bài 3. Xâu đẹp

Xâu đẹp là xâu có nhiều nhất một ký tự có số lần xuất hiện là lẻ. Cho xâu  $S$  có độ dài  $n$  chỉ gồm các chữ cái thường  $S_0S_1 \dots S_{n-1}$ . Một đoạn  $(i, j)$  của xâu  $S$  là xâu:  $S_iS_{i+1} \dots S_j$ .

**Yêu cầu:** Với mỗi đoạn  $(i, j)$ , hãy xác định số ký tự ít nhất cần thay đổi để đoạn  $(i, j)$  thành xâu đẹp.

**Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn:**

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $Q$  ( $n, Q \leq 10^6$ ) lần lượt là độ dài xâu và số lượng truy vấn;
- Dòng thứ hai chứa xâu  $S$ ;
- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số  $i$  và  $j$  ( $0 \leq i \leq j \leq n - 1$ ) xác định một đoạn trong xâu  $S$  cần biến đổi.

**Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn:** gồm  $Q$  dòng lần lượt là kết quả của  $Q$  truy vấn.

**Ví dụ:**

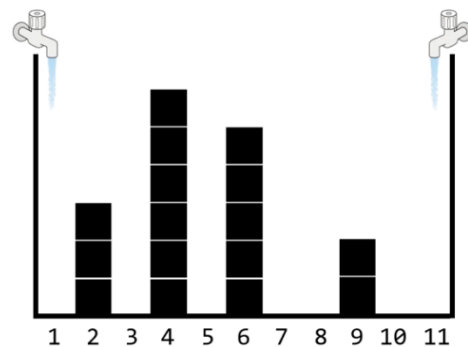
INPUT	OUTPUT	Giải thích
8 3 abcaacba	1	- Đoạn $(1, 3)$ của xâu $S$ là xâu 'bca'. Có thể thay đổi ký tự 'c' thành ký tự 'b', ta được xâu 'bba' thỏa mãn.
1 3	1	- Đoạn $(2, 7)$ của xâu $S$ là xâu 'caacba'. Có thể thay đổi ký tự 'b' thành ký tự 'a', ta được xâu 'caacaa' thỏa mãn.
2 7	0	- Đoạn $(1, 6)$ của xâu $S$ là xâu 'bcaacb'. Đây là xâu đẹp rồi nên không cần biến đổi.
1 6		

**Ràng buộc:**

- Có 40% số test tương ứng với 40% số điểm:  $Q = 1$ ;
- 60% số test còn lại tương ứng với 60% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

## Bài 4. Bể xăng

Người ta xây một bể xăng có hình dạng một hình hộp chữ nhật chiều dài  $m$ , chiều rộng 1 đơn vị và chiều cao rất lớn (Xem như vô cùng). Đáy của bể xăng chia thành các ô đơn vị đánh số từ 1 tới  $m$  từ trái qua phải. Trong bể có  $n$  vách ngăn ở bên trong nằm tại các ô  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , độ cao lần lượt là  $h_1, h_2, \dots, h_n$  và độ rộng cũng là 1 đơn vị. Như hình bên minh họa một bể xăng.



Người ta tiến hành bơm xăng vào từ hai vòi bơm nằm ở cả hai phía bên phải và bên trái bể xăng và với cùng tốc độ chảy. Xăng sẽ chảy lần lượt vào các ô đơn vị và tràn qua khỏi các vách ngăn nếu mực xăng dâng cao hơn vách ngăn.

**Yêu cầu:** Cho biết dữ liệu của bể chứa xăng và số xăng bơm vào là  $K$  của mỗi vòi bơm, hãy đếm số lượng các vách ngăn bị xăng chảy tràn qua.

**Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn:**

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n$  và  $m$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ;  $n < m \leq 10^9$ );
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $v_1, v_2, \dots, v_n$  ( $1 \leq v_i \leq m$ ;  $v_i > v_{i-1} \forall i > 1$ );
- Dòng thứ ba chứa  $n$  số nguyên dương  $h_1, h_2, \dots, h_n$  ( $1 \leq h_i \leq 10^5$ );
- Dòng thứ tư là một số nguyên dương  $q$  ( $1 \leq q \leq 10^5$ ) là số lượng truy vấn;
- Dòng thứ  $i$  trong  $q$  dòng tiếp theo chứa số nguyên  $K_i$  là thể tích xăng bơm vào của mỗi vòi ( $1 \leq K_i \leq 10^{15}$ ).

**Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn:**

- Gồm  $q$  dòng tương ứng với  $q$  truy vấn. Dòng thứ  $i$  là kết quả tìm được cho câu truy vấn thứ  $i$  khi bơm vào mỗi bên lượng xăng là  $K_i$ .

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT	Giải thích
4 12	0	
2 4 6 9	1	
3 6 5 2	2	
4	3	
3		
4		
5		
16		

**Ràng buộc:**

- Có 60% số test tương ứng với 60% số điểm:  $Q = 1$ ;
- 40% số test còn lại tương ứng với 40% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

## Bài 5. Kho báu

Bạn là một nhà thám hiểm tài ba, khám phá các vùng đất và tìm kiếm các kho báu. Trong chuyến đi lần này, bạn sở hữu một tấm bản đồ cổ mô tả khu rừng cổ kính như một phần trên mặt phẳng tọa độ. Trong khu rừng có  $n$  cây đánh số từ 1 tới  $n$ , cây thứ  $i$  ở tại điểm nguyên tọa độ  $(x_i, y_i)$ . Một truyền thuyết từ xa xưa kể lại rằng, tại khu rừng này có nhiều báu vật và được cất giữ tại những **vùng đất linh thiêng**. Một vùng đất linh thiêng là một tam giác vuông có diện tích là số nguyên dương  $S$  mà 3 đỉnh là 3 điểm có cây đồng thời hai cạnh góc vuông song song với hệ trục tọa độ.

**Yêu cầu:** Với dữ liệu về vị trí của  $n$  cây và giá trị  $S$ , hãy cho biết có bao nhiêu vùng đất linh thiêng có trong bản đồ.

**Dữ liệu vào từ thiết bị vào chuẩn:**

- Dòng đầu tiên chứa số hai nguyên  $n, S$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $1 \leq S \leq 10^6$ ) là số lượng cây trong khu rừng và diện tích của vùng đất linh thiêng;
- $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số nguyên  $x_i, y_i$  ( $|x_i|, |y_i| \leq 10^5$ ) là tọa độ của cây thứ  $i$ .

**Kết quả ghi ra thiết bị ra chuẩn:**

- Gồm một số nguyên duy nhất là số lượng **vùng đất linh thiêng** có chứa kho báu.

**Ví dụ:**

INPUT	OUTPUT
10 6 1 1 1 3 1 4 1 5 1 7 3 1 3 3 3 7 5 1 7 3	8

**Ràng buộc:**

- Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm:  $n \leq 100$ ;
- 40% số test khác tương ứng với 40% số điểm:  $n \leq 10^4$ ;
- 30% số test khác tương ứng với 40% số điểm:  $n \leq 3 \times 10^4$ ;
- 10% số test còn lại tương ứng với 10% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

----- **Hết** -----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm; dữ liệu đảm bảo đúng đắn không cần kiểm tra; các số trên cùng một dòng các nhau một dấu cách.*