

Задание 2

Исходная функция имеет вид:

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

Известно, что функцию такого вида можно представить следующим образом:

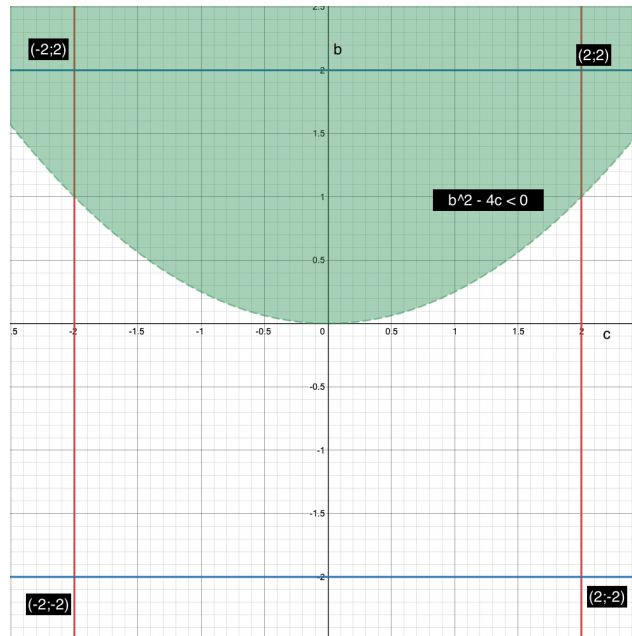
$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2),$$

где x_1, x_2 - корни уравнения $x^2 + bx + c$.

В условии сказано, что коэффициенты b, c равномерно распределены на области, ограниченной точками $(-2; -2), (-2; 2), (2; -2), (2; 2)$, образующими квадрат. Нужно найти, с какой вероятностью корни мнимые. Последнее эквивалентно тому, что дискриминант меньше нуля:

$$D = b^2 - 4c < 0$$

Покажем все на графике:



Ответом будет доля площади зеленой области, ограниченной квадратом, который обозначен цветными линиями от площади всего квадрата. Площадь над параболой можем найти, пользуясь тем, что кривая делит прямоугольник в соотношении 2:1. Тогда площадь части искомой зеленой области, ограниченной прямой $b = 1$, будет равна $\frac{8}{3}$. Вся площадь зеленой области равна:

$$\frac{8}{3} + 4 \cdot 1 = \frac{20}{3}$$

А доля и вероятность соответственно:

$$P = \frac{\frac{20}{3}}{16} = \frac{5}{12}$$

Ответ: $\frac{5}{12}$.