

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Τομέας Τεχνολογίας Πληροφορικής και Υπολογιστών

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Διδάσκοντες: Αριστείδης Παγουρτζής, Δώρα Σουλίου, Ευστάθιος Ζάχος,

Δημήτρης Σακαβάλας

1η Σειρά Προγραμματιστικών Ασκήσεων - Ημ/νία Παράδοσης 5/11/2017

Άσκηση 1: Συνάντηση στην Τετραγωνούπολη

Μια παρέα N φοιτητών ζει στην Τετραγωνούπολη, όπου υπάρχουν M κάθετοι και M οριζόντιοι δρόμοι, σε ίση απόσταση μεταξύ τους, και M^2 διασταυρώσεις δρόμων που σχηματίζουν ένα πλέγμα (grid). Κάθε φοιτητής ζει σε κάποια διασταύρωση της Τετραγωνούπολης. Οι φοιτητές θέλουν να συναντηθούν στην κατοικία κάποιου για να κάνουν τις προγραμματιστικές ασκήσεις στο μάθημα των Αλγορίθμων. Ω ς σημείο συνάντησης ορίζεται η κατοικία που ελαχιστοποιεί τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές. Κάθε φοιτητής ξεκινά από το σπίτι του και κινείται πάνω στους δρόμους της Τετραγωνούπολης, στρίβοντας μόνο στις διασταυρώσεις. Θεωρούμε ότι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών διασταυρώσεων είναι 1. Να γράψετε ένα πρόγραμμα που υπολογίζει τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές.

 Δ εδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα αρχικά θα διαβάζει από το standard input έναν θετικό φυσικό, το πλήθος N των φοιτητών. Στη συνέχεια το πρόγραμμα θα διαβάζει N ζεύγη φυσικών αριθμών που χωρίζονται με κενό. Κάθε ζεύγος φυσικών δηλώνει τη θέση της κατοικίας ενός φοιτητή στο πλέγμα της Τετραγωνούπολης.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει στο standard output τη συνολική απόσταση που θα διανύσουν οι φοιτητές για να μεταβούν στο σημείο συνάντησης. Σημειώστε ότι για μεγάλες τιμές των N και M, η συνολική απόσταση (καθώς και κάποια από τα ενδιάμεσα αποτελέσματα που χρειάζονται για τον υπολογισμό της) μπορεί να υπερβαίνουν το 2^{32} .

Περιορισμοί:	Παράδειγμα Εισόδου:	Παράδειγμα Εξόδου:
$3 \le N \le 5 \cdot 10^5$	7	39
$2 \le M \le 10^7$	1 3	
Όριο χρόνου εκτέλεσης: 1 sec.	3 2	
Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.	3 5	
	6 9	
	10 1	
	12 4	
	5 7	

Άσκηση 2: Πόλεμος στην χώρα των Αλγορίθμων

Στην χώρα των αλγορίθμων γίνεται πόλεμος. Οι κάτοικοι έχουν χωριστεί σε δύο στρατόπεδα και είναι έτοιμοι για την τελική σύρραξη. Στην διάθεση τους κατέχουν δύο εκτοξευτές σωματιδίων τους οποίους θα χρησιμοποιήσουν σαν όπλο. Θεωρούμε πως το πεδίο μάχης έχει την μορφή μιας απέραντης ευθείας. Οι δύο ομάδες τοποθετούν τους εκτοξευτές τους στις θέσεις x=0 και x=L αντίστοιχα. Ο εκτοξευτής του πρώτου στρατοπέδου εκπέμπει σωματίδια τύπου α προς τα δεξιά ενώ ο εκτοξευτής του δεύτερου στρατόπεδου εκπέμπει σωματίδια x=00 προς τα αριστερά. Θεωρούμε πως η μάχη ξεκινάει την χρονική στιγμή x=00, ο τρόπος με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα σωματίδια καθορίζεται από τους εξής κανόνες:

- Αν δύο σωματίδια διαφορετικού τύπου συγκρουστούν μεταξύ τους, τότε αυτά εξαϋλωνονται.
- Αν δύο σωματίδια ίδιου τύπου συγκρουστούν, τότε το ένα προσπερνάει το άλλο χωρις να εξαϋλωθούν.

Για κάθε εκτοξευτή γνωρίζουμε πως θα γίνουν N εκτοξεύσεις σωματιδίων. Για κάθε σωματίδιο γνωρίζουμε την χρονική στιγμή που εκτοξεύεται και την ταχύτητα του. Συγκεκριμένα:

- Για τα σωματίδια τύπου a γνωρίζουμε για τις χρονικές στιγμές εκτόξευσής τους $t_{a_1}, t_{a_2}, \ldots, t_{a_N}$ ότι $0 = t_{a_1} < t_{a_2} < \ldots < t_{a_N}$. Επιπλέον, συμβολίζουμε τις ταχύτητες τους ως $v_{a_1}, v_{a_2}, \ldots, v_{a_N}$.
- Για τα σωματίδια τύπου b γνωρίζουμε για τις χρονικές στιγμές εκτόξευσής τους $t_{b_1}, t_{b_2}, \ldots, t_{b_N}$ ότι $0 = t_{b_1} < t_{b_2} < \ldots < t_{b_N}$. Επιπλέον, συμβολίζουμε τις ταχύτητες τους ως $v_{b_1}, v_{b_2}, \ldots, v_{b_N}$.

Οι στρατηγοί των δύο στρατοπέδων ενδιαφέρονται ιδιαίτερα να μάθουν τα ζευγάρια των σωματιδίων που συμμετέχουν στις πρώτες K συγκρούσεις. Στόχος σας είναι να φτιάξετε έναν αλγόριθμο που να υπολογίζει τα εν λόγω ζεύγη σωματιδίων και να τον πουλήσετε στον στρατηγό που υποστηρίζετε.

Δεδομένα Εισόδου: Το πρόγραμμα θα διαβάζει από το standard input τρεις θετικούς φυσικούς αριθμούς, το πλήθος N των σωματιδίων, την απόσταση L των δύο εκτοξευτών και τον αριθμό των ζητούμενων συγκρούσεων K. Στη συνέχεια, στην i-οστή από τις επόμενες N γραμμές θα υπάρχουν δύο ακέραιοι αριθμοί $t_{a_i},\ v_{a_i}$ που αντιστοιχούν στον χρόνο εκτόξευσης και στην ταχύτητα κάθε σωματιδίου a. Στις τελευταίες N γραμμές θα υπάρχουν δύο ακέραιοι αριθμοί $t_{b_i},\ v_{b_i}$ που αντιστοιχούν στον χρόνο εκτόξευσης και στην ταχύτητα κάθε σωματιδίου b.

Δεδομένα Εξόδου: Το πρόγραμμα θα τυπώνει στο standard output K γραμμές, σε καθεμιά από τις οποίες θα τυπώνονται δύο ακέραιοι. Ο πρώτος αντιστοιχεί στον αριθμό του σωματιδίου α που συμμετείχε στην αντίστοιχη σύγκρουση και ο δεύτερος αριθμός αντιστοιχεί στον αριθμό του σωματιδίου b που συμμετείχε στην σύγκρουση.

Περιορισμοί:	Παραδείγματα Εισόδου:	Παραδείγματα Εξόδου:
$1 \le N \le 5 \cdot 10^4$	4 100 2	4 2
$1 \le L \le 10^9$	0 1	2 4
$1 \le K \le 100, K \le N$	2 3	
$0 \le t_{a_i}, t_{b_i} \le 10^9$	3 2	
$1 \le v_{a_i}, v_{b_i} \le 10^9$	6 10	
Για το 30% των αρχείων εισόδου	0 5	
ϑ α ισχύει $1 \leq N \leq 1000$	3 10	
Bonus: Κάποια αρχεία με	5 1	
$N \le 2 \cdot 10^5$	7 20	

Όριο χρόνου εκτέλεσης: 2 sec.

Όριο μνήμης: 64 ΜΒ.