

Лабораторна робота №1

Нейронна реалізація логічних функцій AND, OR, XOR

Мета: дослідити математичну модель нейрона.

Хід роботи:

Завдання №1: Реалізувати обчислювальний алгоритм для функції $\text{xor}(x_1, x_2)$ через функції $\text{or}(x_1, x_2)$ і $\text{and}(x_1, x_2)$ в програмному середовищі (C++, Python, та ін.). Для реалізації обчислювальних алгоритмів рекомендується використання онлайн середовищ тестування (наприклад repl.it, [trinket](https://trinket.io), і т.д.).

Лістинг програми (xor в площині X):

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

k = 50
a = 0
b = 1
step = (b-a)/k

# OR:  $x_1 + x_2 - 0.5 = 0 \rightarrow x_2 = -x_1 + 0.5$ 
def line_or(x):
    return -x + 0.5

# AND:  $x_1 + x_2 - 1.5 = 0 \rightarrow x_2 = -x_1 + 1.5$ 
def line_and(x):
    return -x + 1.5

t = a
mass_X1 = [a]
for i in range(k):
    if t <= b:
        t = t + step
        mass_X1.append(t)

# OR
mass_X2_or = []
mass_X1_0_or = []
for j in range(k):
```

					ДУ «Житомирська політехніка».25.121.11.000 - Лр1			
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата				
Розроб.		Захаров І. А.			Звіт з лабораторної роботи		Лім.	Арк.
Перевір.		Маєвський О. В..						1
Керівник							ФІКТ Гр. ІПЗ-22-1[1]	
Н. контр.								
Зав. каф.								

```

f = line_or(mass_X1[j])
    if f >= 0:
        mass_X2_or.append(f)
        mass_X1_0_or.append(mass_X1[j])

# AND
mass_X2_and = []
mass_X1_0_and = []
for j in range(k):
    f = line_and(mass_X1[j])
    if f >= 0:
        mass_X2_and.append(f)
        mass_X1_0_and.append(mass_X1[j])

# Побудова прямих
plt.plot(mass_X1_0_or, mass_X2_or, c='red', marker='*', label="OR boundary")
plt.plot(mass_X1_0_and, mass_X2_and, c='red', marker='*', label="AND
boundary")

mass_test_date = []
len_mass_test = 700
long = 1
for i in range(len_mass_test):
    x = 0
    vnutr_mass = []
    while x <= long:
        g = np.random.random()
        vnutr_mass.append(g)
        x += 1
    mass_test_date.append(vnutr_mass)

def AND(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 - 1.5 > 0 else 0

def OR(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 - 0.5 > 0 else 0

# XOR через OR і AND
def classify(x1, x2):
    y1 = OR(x1, x2)
    y2 = AND(x1, x2)
    return AND(y1, 1 - y2)

for x, y in mass_test_date:
    color = 'green' if classify(x, y) == 1 else 'blue'
    plt.scatter(x, y, c=color, alpha=0.5)

plt.title("Пряма XOR та тестові точки")
plt.xlabel("x1")
plt.ylabel("x2")

```

		Захаров І. А.			ДУ «Житомирська політехніка».25.121.11.000 - Лр1	Арк.
		Масевський О. В.				2
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

```
plt.grid(True)
plt.show()
```

Результат виконання програми:

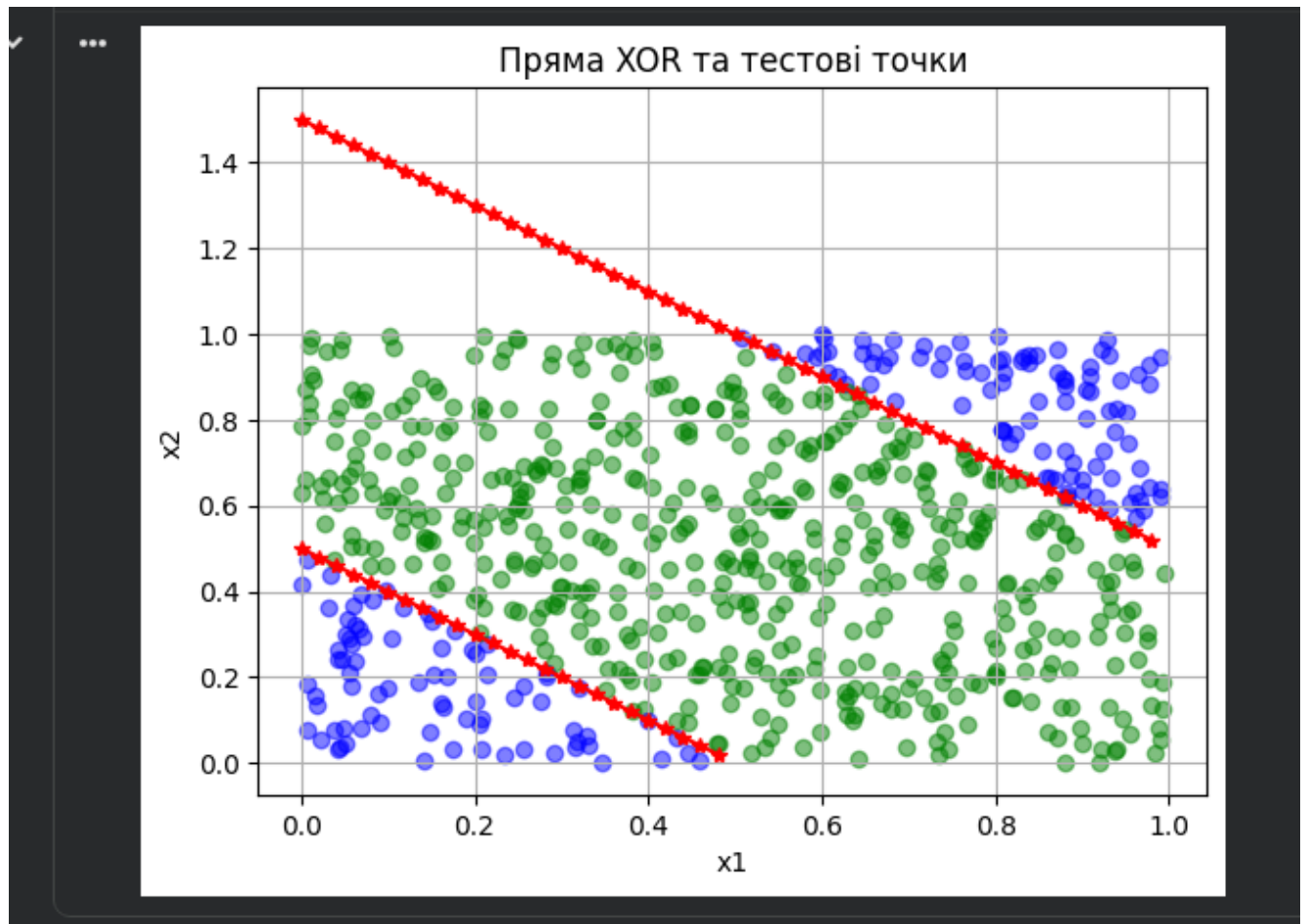


Рис. 1

Лістинг програми (хор в площині Y):

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt

k = 50
a = 0
b = 1
step = (b-a)/k

# OR: x1 + x2 - 0.5 = 0 → x2 = -x1 + 0.5
def line_or(x):
    return -x + 0.5

# AND: x1 + x2 - 1.5 = 0 → x2 = -x1 + 1.5
def line_and(x):
    return -x + 1.5

# AND: y1 - y2 - 0.5 = 0 → y2 = y1 - 0.5
def line_xor(y):
```

```

        return y - 0.5

t = a
mass_X1 = [a]
for i in range(k):
    if t <= b:
        t = t + step
        mass_X1.append(t)

# OR
mass_X2_or = []
mass_X1_0_or = []
for j in range(k):
    f = line_or(mass_X1[j])
    if f >= 0:
        mass_X2_or.append(f)
        mass_X1_0_or.append(mass_X1[j])

# AND
mass_X2_and = []
mass_X1_0_and = []
for j in range(k):
    f = line_and(mass_X1[j])
    if f >= 0:
        mass_X2_and.append(f)
        mass_X1_0_and.append(mass_X1[j])

mass_X2_xor = []
mass_X1_0_xor = []
for j in range(k):
    f = line_xor(mass_X1[j])
    if f >= 0:
        mass_X2_xor.append(f)
        mass_X1_0_xor.append(mass_X1[j])

# Побудова прямої
plt.plot(mass_X1_0_xor, mass_X2_xor, c='red', marker='*', label="XOR
boundary")

mass_test_date = []
len_mass_test = 700
long = 1
for i in range(len_mass_test):
    x = 0
    vnutr_mass = []
    while x <= long:
        g = np.random.random()
        vnutr_mass.append(g)
        x += 1
    mass_test_date.append(vnutr_mass)

```

		Захаров І. А.			ДУ «Житомирська політехніка».25.121.11.000 - Лр1	Арк.
		Масевський О. В..				4
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

```

def AND(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 - 1.5 > 0 else 0

def OR(x1, x2):
    return 1 if x1 + x2 - 0.5 > 0 else 0

def XOR(y1, y2):
    return 1 if y1 - y2 - 0.5 > 0 else 0

# XOR через OR і AND
def classify(x1, x2):
    y1 = OR(x1, x2)
    y2 = AND(x1, x2)
    return AND(y1, 1 - y2)

mass_X1_class_A = []
mass_X2_class_A = []
mass_X1_class_B = []
mass_X2_class_B = []

def Klassifikation(x1, x2):
    if classify(x1, x2):
        mass_X1_class_A.append(x1)
        mass_X2_class_A.append(x2)
    else:
        mass_X1_class_B.append(x1)
        mass_X2_class_B.append(x2)

for x1, x2 in mass_test_date:
    Klassifikation(x1, x2)

# Візуалізація
for x, y in zip(mass_X1_class_A, mass_X2_class_A):
    color = 'green' if XOR(x, y) == 1 else 'blue'
    plt.scatter(x, y, c=color, alpha=0.5)

for x, y in zip(mass_X1_class_B, mass_X2_class_B):
    plt.scatter(x, y, c='blue', alpha=0.5)

plt.title("Пряма XOR та тестові точки")
plt.xlabel("y1")
plt.ylabel("y2")
plt.grid(True)
plt.show()

```

		Захаров І. А.			ДУ «Житомирська політехніка».25.121.11.000 - Лр1	Арк.
		Масвський О. В..				5
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата		

Результат виконання програми:

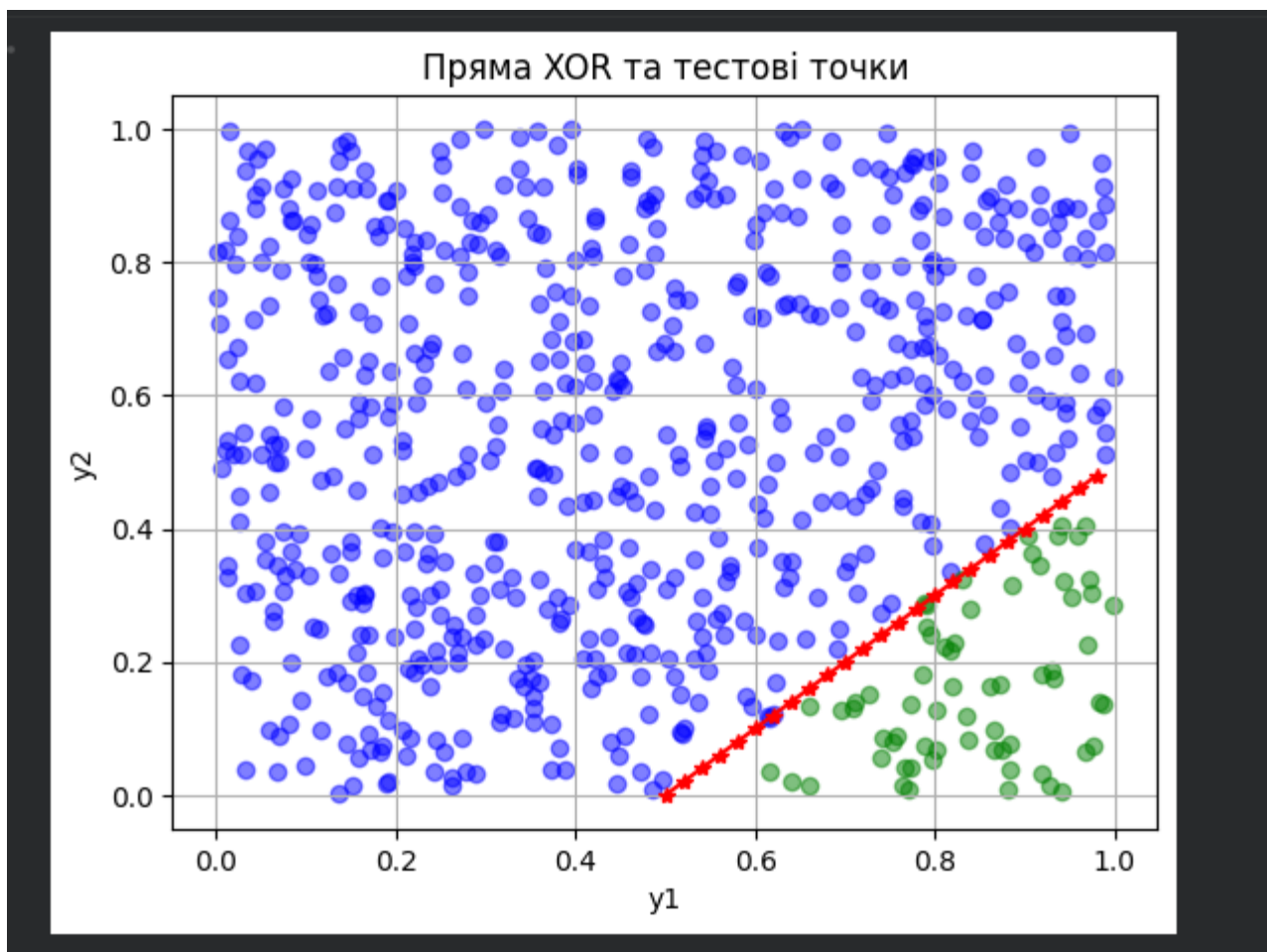


Рис. 2

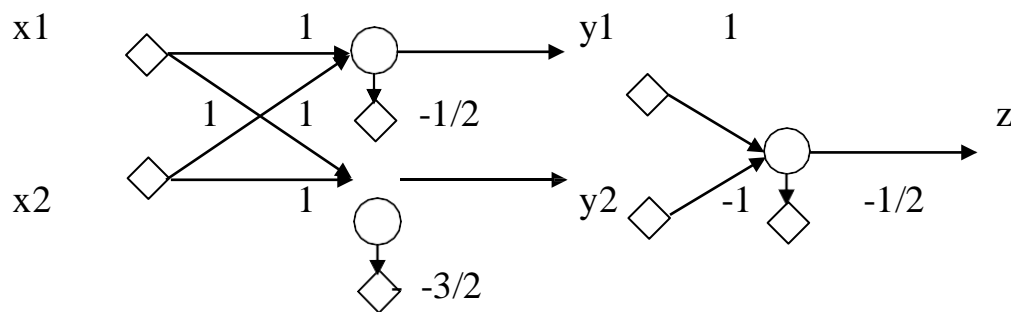
Завдання 2. Зобразити двохслойний персептрон для функції $\text{xor}(x_1, x_2)$ та скласти відповідне рівняння розділяючої прямої, використовуючи теоретичний матеріал даної лабораторної роботи.

Побудова нелінійного класифікатора функції $\text{xor}(x_1, x_2)$. Нехай на виході персептрона для функції $\text{or}(x_1, x_2) - y_1$, а на виході персептрона $\text{and}(x_1, x_2) - y_2$.

Таблиця істинності для xor :

X1	X2	OR (y_1)	AND (y_2)	XOR
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

З таблиці істинності можна визначити XOR через OR і AND наступним чином: $XOR = OR - AND$, тобто $XOR = y1 - y2 = x1 + x2 - 0,5 - (x1 + x2 - 1,5) = x1 + x2 - 0,5 - x1 - x2 + 1,5 = 1$. Нормалізуємо різницю двох рівнянь меж (від OR до AND), поділивши її на 2. Тоді розподільчою лінією є $y1 - y2 = 1/2$. Відповідний двохслойний персептрон має вигляд:



Висновок: в ході виконання лабораторної роботи ми дослідили математичну модель нейрона.