Направление подготовки/специальность:

Прикладная математика и информатика

Дисциплина: Численные методы

Вид контроля, текущий контроль: Лабораторная работа

Фамилия, имя, отчество студента: Мазуров Валентин Константинович

Курс 3 группа 5

Отчет по лабораторной работе №1

на тему:

«Численное исследование сходимости интерполяционного процесса с использованием многочленов Лагранжа»

Преподаватель Гудович Н.Н.

Оглавление

Теоретический материал.

Алгебраический многочлен степени не выше n — функция вида

$p(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ (1), где $n\geq 0, n\in Z, a_0, a_1, ..., a_n\in R-const, x\in R-variable$.

Если $a_n\neq 0$, то - многочлен n-й степени.

Пусть функция f задана на (2) — фиксированные, попарно различные точки вещественной оси R .

Интерполяционный многочлен степени не выше n для функции f — многочлен (1), значение которого в точках (2) совпадают со значениями функции f в этих точках.

$p_n(x_i:\{x_j\}_{j=0}^{n};f)=f(x_i), i=0,...,n$ (3)

При этом точки (2) — узлы интерполяции, а функция f — интерполируемая функция.

Существует несколько способов построения интерполяционного многочлена. В данной работе рассмотрен метод Лагранжа. Общая формула для вычисления интерполяционного многочлена степени не выше n , построенного по узлам интерполяции (2), имеет вид:

$$p_n(x)=\sum_{k=0}^{n}\left(f(x_k)*\left(\frac{\prod_{i=0,i\neq k}^{n} x-x_i}{\prod_{i=0,i\neq k}^{n} x_k-x_i}\right)\right) \quad (4)$$

Интерполяционный многочлен, записанный в форме (4) - многочлен Лагранжа.

Приведем пример нахождения интерполяционного многочлена методом Лагранжа.

Пусть функция $f(x)=x^2$ задана таблицей своих значений:

x_i	-1	0	2
$f(x_i)$	-1	0	4

Построим для этой функции многочлен Лагранжа второй степени (т.к. дано три узла интерполяции).

$$p_2(x)=f(x_0)\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)}+f(x_1)\frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)}+f(x_2)\frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)};$$

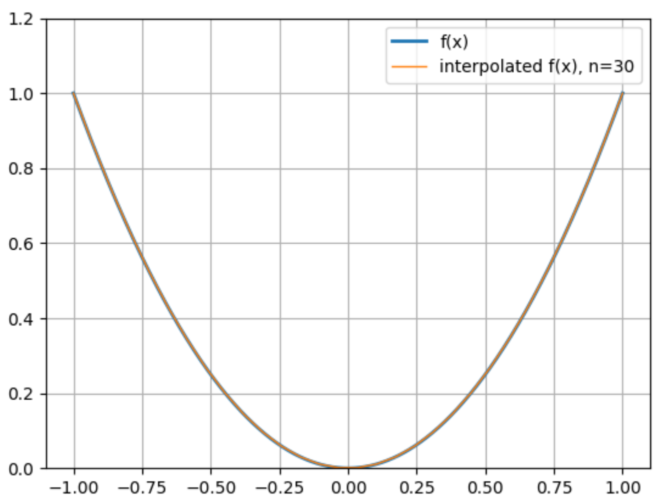
$$p_2(x)=\frac{-x(x-2)}{3}+2\frac{x(x+1)}{20}=\frac{2-x}{3}+\frac{x^2}{10}=\frac{1}{30}(3x^2-10x+20)$$

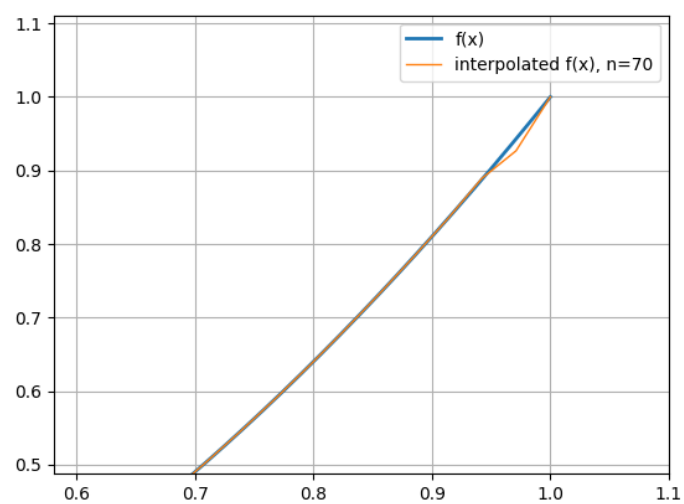
Исследование сходимости интерполяционного многочлена к интерполиуремой функции.

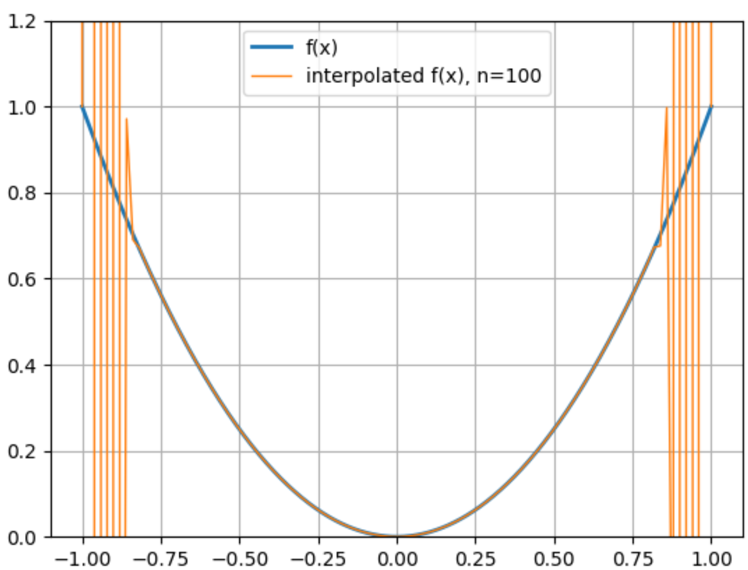
Рассматриваемая интерполируемая функция имеет вид: $f(x)=x^2$

Рассмотрим поведение графика функции и интерполяционного многочлена на следующих отрезке $[-1;1]$.

На данном отрезке график интерполяционного многочлена сходится к графику функции на интервале $(-1;1)$ при $n=20..69$, n — степень многочлена Лагранжа. При $n>69$ график интерполяционного многочлена начинает колебаться, причем, чем больше степень n , тем больше он отклоняется от графика функции, а интервал сходимости становится равным $(-0{,}75;0{,}75)$.







Вывод.

При увеличении числа узлов интерполяции, интервал сходимости увеличивается. При этом после определенного значения значения многочлена Лагранжа начинают колебаться при приближении к крайним точкам.