Направление подготовки/специальность:

Прикладная математика и информатика

Дисциплина: Численные методы

Вид контроля, текущий контроль: Лабораторная работа

Фамилия, имя, отчество студента: Мазуров Валентин Константинович

Курс 3 группа 5

**Отчет по лабораторной работе №2**

на тему:

«Численное исследование сходимости интерполяционного процесса с использованием многочленов Ньютона»

Преподаватель Гудович Н.Н.

Оглавление

[Теоретические сведения. 3](#__RefHeading___Toc644_386064126)

[Пример нахождения интерполяционного многочлена методом Ньютона. 5](#__RefHeading___Toc646_386064126)

[Исследование сходимости интерполяционного многочлена к интерполируемой функции. 6](#__RefHeading___Toc985_4047918783)

[Вывод. 7](#__RefHeading___Toc868_4047918783)

# Теоретические сведения.

Алгебраический многочлен степени не выше n — функция вида

(1), где

Если , то *-* многочлен n-й степени.

Пусть функция задана на(2) — фиксированные, попарно различные точки вещественной оси .

Интерполяционный многочлен степени не выше для функции— многочлен (1), значение которого в точках (2) совпадают со значениями функциив этих точках.

(3)

При этом точки (2) — узлы интерполяции, а функция — интерполируемая функция.

Существует несколько способов построения интерполяционного многочлена. В этой работе рассматривается метод Ньютона. Общая формула для вычисления интерполяционного многочлена степени не выше , построенного по узлам интерполяции (2), имеет вид:

где - разделенная разность порядка .

Обобщенная формула интерполяционного многочлена степени не выше :

.

Существует два способа вычисления разделенных разностей:

1. по формуле вычисления разделенных разностей порядка n в узлах интерполяции (2) через значения функции в этих узлах:  
   (4)
2. индуктивный способ: вычисление разделенных разностей более высокого порядка через предыдущие, используя рекуррентную связь  
   (5) .   
   В этом случае удобно составлять следующую таблицу (6):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Узлы (2)\ Порядок | 0 | 1 | 2 | n |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | - |
|  |  |  |  | - |
| ... | ... | ... | ... | ... |
|  |  |  | - | - |
|  |  | - | - | - |

# Пример нахождения интерполяционного многочлена методом Ньютона.

Пусть дана функция . Составим таблицу значений:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 0 | 1 |

Построим для этой функции многочлен Ньютона. Он будет иметь вторую степень, так как число узлов интерполяции равно трем. Составим таблицу вида (5) для разделенных разностей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Узлы \ Порядок | 0 | 1 | 2 |
| -1 | 1 | -1 | 1 |
| 0 | 0 | -1 | - |
| 1 | 1 | - | - |

.

# **Исследование сходимости интерполяционного многочлена к интерполируемой функции.**

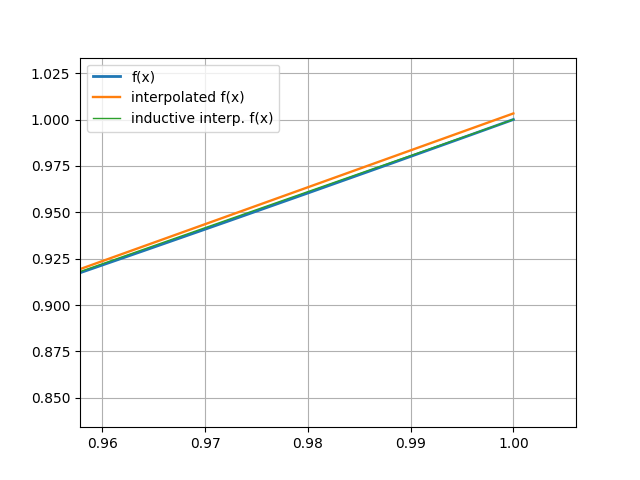
Рассматриваемая интерполируемая функция имеет вид: .

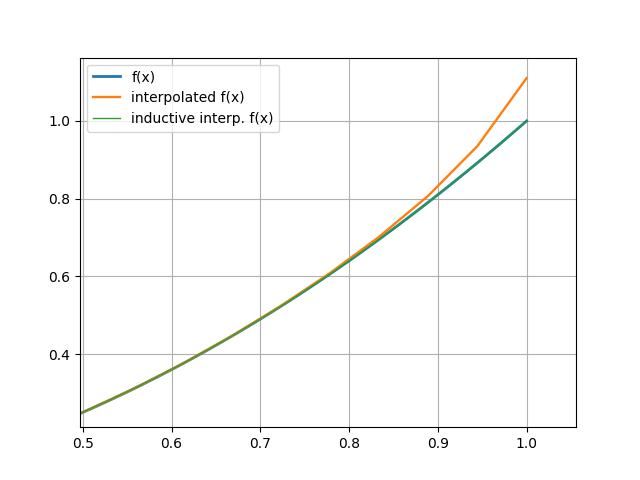
Рассмотрим поведение графика функции и интерполяционного многочлена на следующих отрезке.

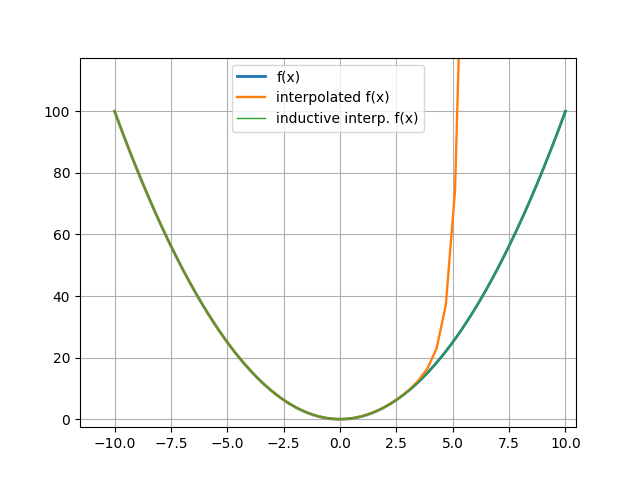
На данном отрезке график интерполяционного многочлена сходится к графику функции на интервале при , — степень многочлена Ньютона.

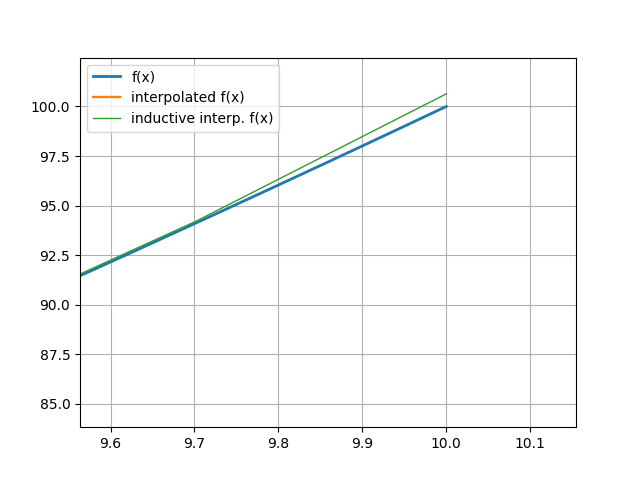
При график интерполяционного многочлена, разделенные разности для которого найдены по формуле (4), начинает расходиться с графиком функции, причем, чем больше степень , тем больше он отклоняется от графика функции.

При график интерполяционного многочлена, разделенные разности для которого найдены при помощи рекуррентной связи (5), начинает расходиться с графиком функции, причем, чем больше степень , тем больше он отклоняется от графика функции.

Рис 3: n = 36

Рис 2: n = 37

Рис 3: n = 36

Рис 4: n = 36

# **Вывод.**

При увеличении числа узлов интерполяции, интервал сходимости увеличивается. Но после определенного количества узлов интерполяции значения многочлена Ньютона начинают расходиться с значениями первичной интерполируемой функции при приближении к крайним точкам.

При этом значения многочлена Ньютона, разделенные разности которого вычислены через формулу (4), начинают расходиться при меньшем количестве узлов интерполяции относительно значений многочлена, разделенные разности которого вычислены индуктивно с использованием рекуррентной связи (5).