

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií

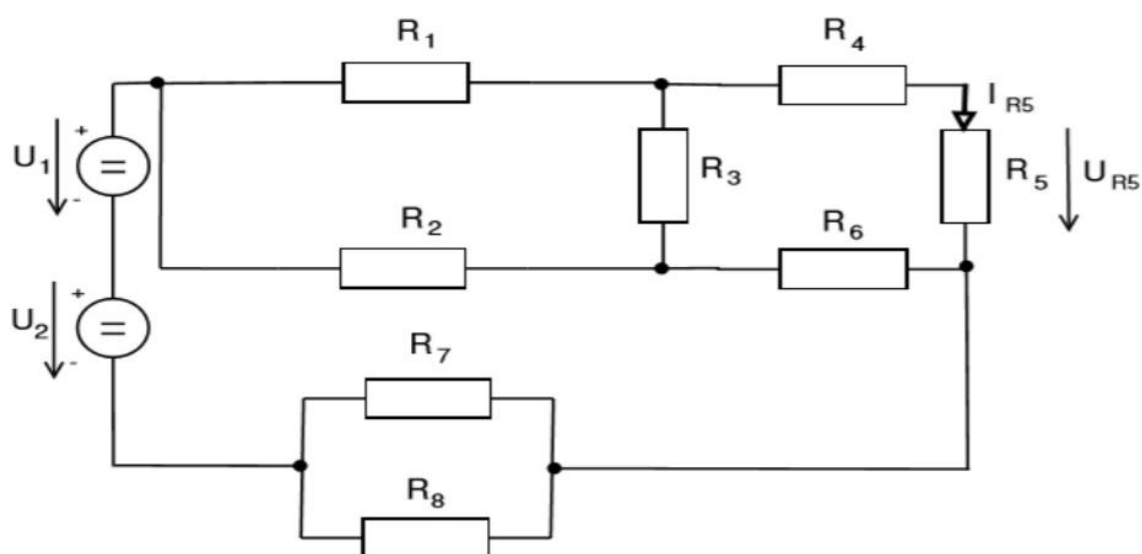
Elektronika pro informační technologie
2019/2020

Semestrální projekt

Príklad č.1 – varianta H

Stanovte napätie U_{R5} a prúd I_{R5} . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
H	135	80	680	600	260	310	575	870	355	265

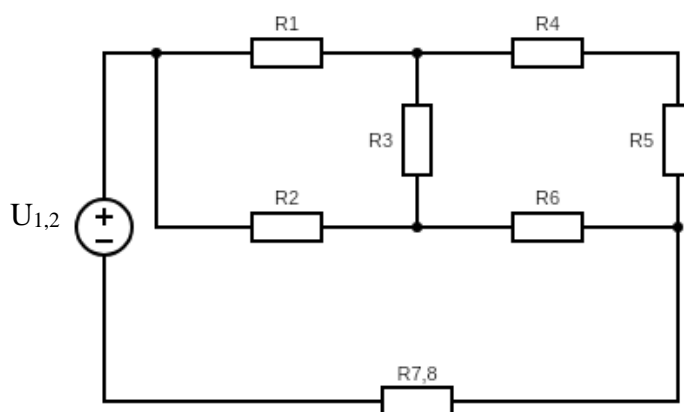


Zlúčila som zdroje napätie do jedného.
 R_7 a R_8 sú zapojené paralelne.

$$U_{1,2} = U_1 + U_2$$

$$U_{1,2} = 135 + 80 = 215V$$

$$R_{7,8} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = 151,7339\Omega$$

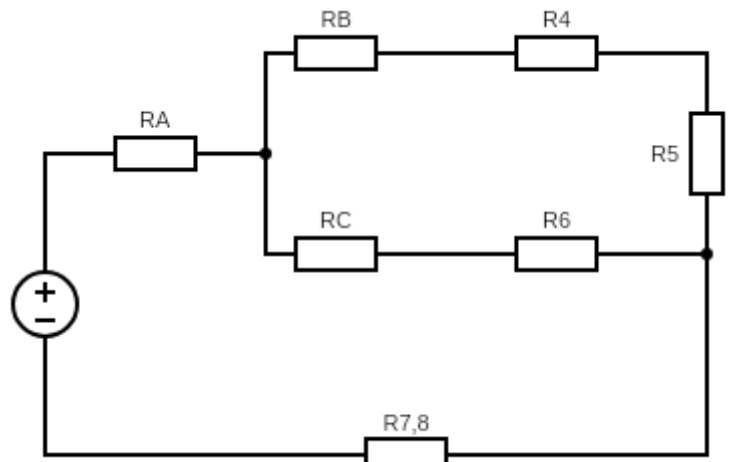


Transfigurovala som rezistory R_1 , R_2 a R_3 trojuholníka na hviezdu. Novovzniknuté odpory sú:

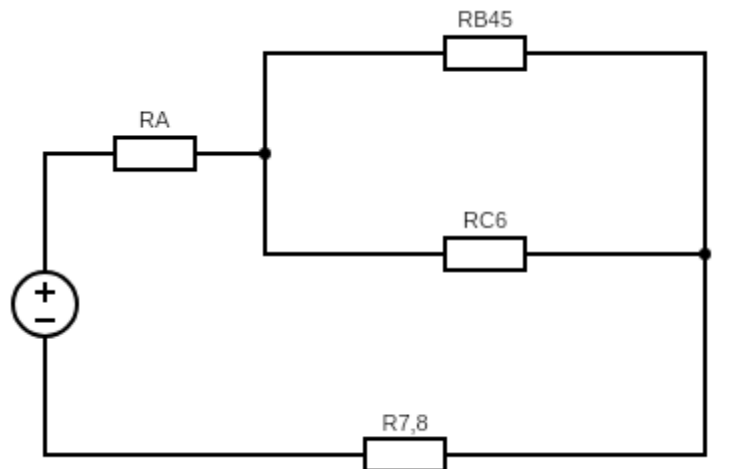
$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 264,9351 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 114,8052 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 101,2987 \Omega$$



Pokračujem v zjednodušovaní obvodu. R_B a R_4 sú zapojené sériovo, rovnako ako R_C a R_6 . Výsledný odpor R_{B4} je zapojený sériovo s R_5 .



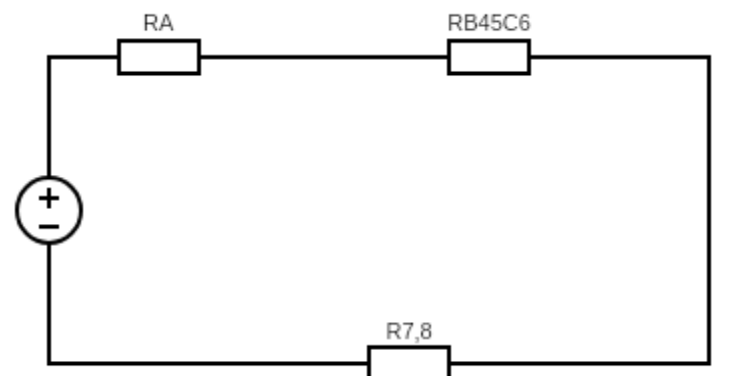
$$R_{B4} = R_B + R_4 = 424,8052 \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 971,2987 \Omega$$

$$R_{B45} = R_{B4} + R_5 = 999,8052 \Omega$$

R_{B45} a R_{C6} sú zapojené paralelne.

$$R_{B45C6} = \frac{R_{B45} \cdot R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} = 492,6729 \Omega$$

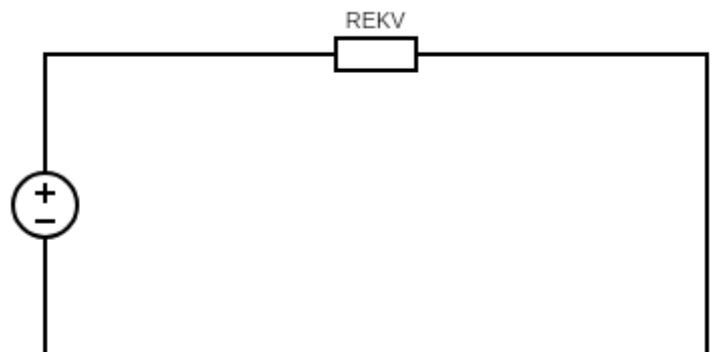


Zvyšné odpory sú zapojené sériovo. Výsledný odpor R_{ekv} je teda:

$$R_{ekv} = R_A + R_{B45C6} + R_{7,8} = 909,3419 \Omega$$

Týmto obvodom preteká prúd:

$$I_{ekv} = \frac{U_{1,2}}{R_{EKV}} = 0,2364 A$$



Jedná sa tiež o prúd, ktorý preteká R_{B45C6} .
Napätie na R_{B45C6} teda vieme vypočítať ako:

$$U_{RB45C6} = R_{B45C6} \cdot I_{ekv}$$

$$U_{RB45C6} = 116,4679V$$

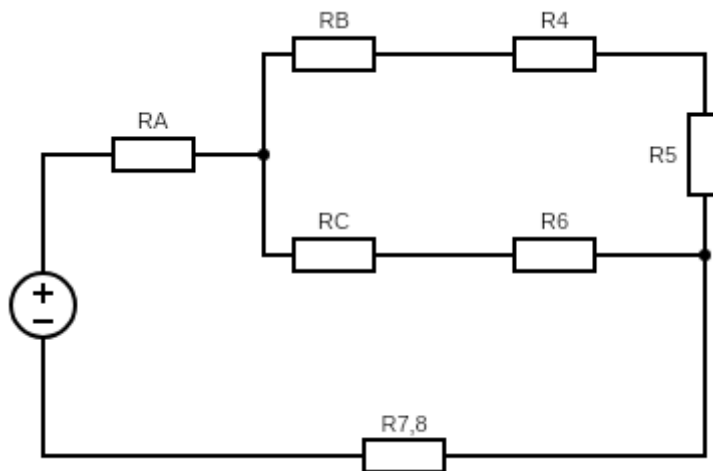
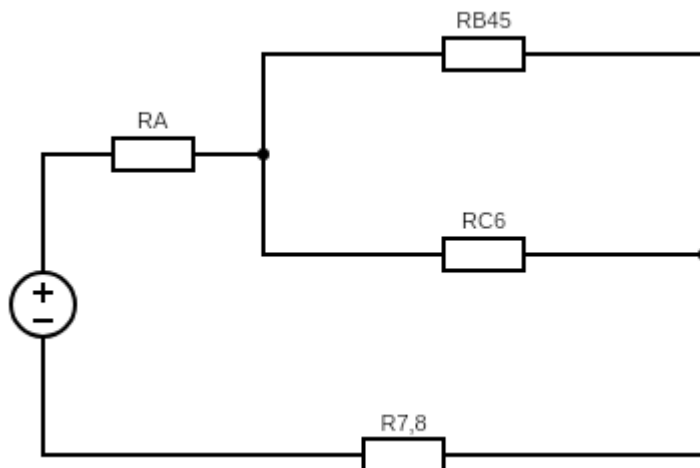
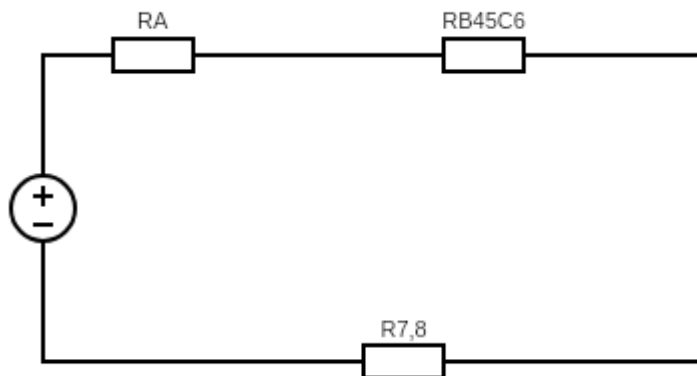
R_{B45} a R_{C6} sú zapojené paralelne, ich napätie je preto zhodné s U_{RB45C6} . Prúd pretekajúci R_{B45} som vypočítala ako:

$$I_{B45} = \frac{U_{RB45C6}}{R_{B45}} = 0,1165A$$

R_B , R_4 a R_5 sú zapojené sériovo, preteká nimi teda rovnaký prúd I_{B45} . Hľadaný prúd I_5 je preto zhodný s I_{B45} a napätie U_5 dopočítame ako:

$$I_5 = I_{B45} = \mathbf{0,1165A}$$

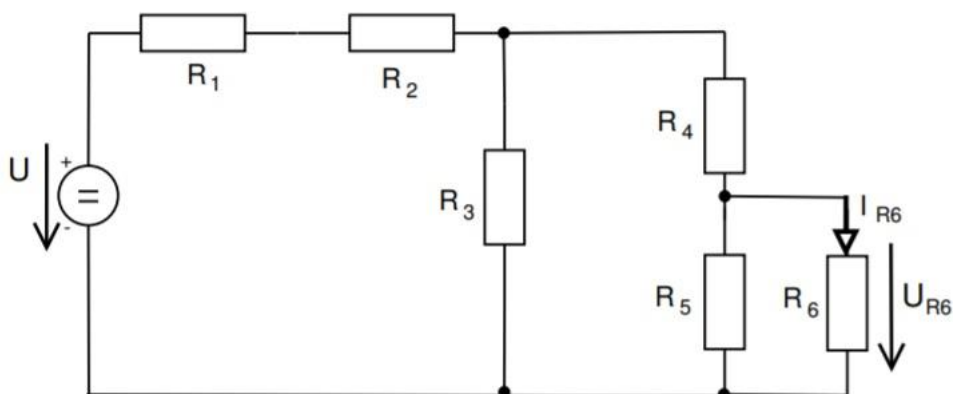
$$U_5 = R_5 \cdot I_5 = 0,1165 \cdot 575 = \mathbf{66,9875V}$$



Príklad č.2 – varianta H

Stanovte napätie U_{R6} a prúd I_{R6} . Použite metódu Théveninovej vety.

sk.	U[V]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$
H	220	190	360	580	205	560	180



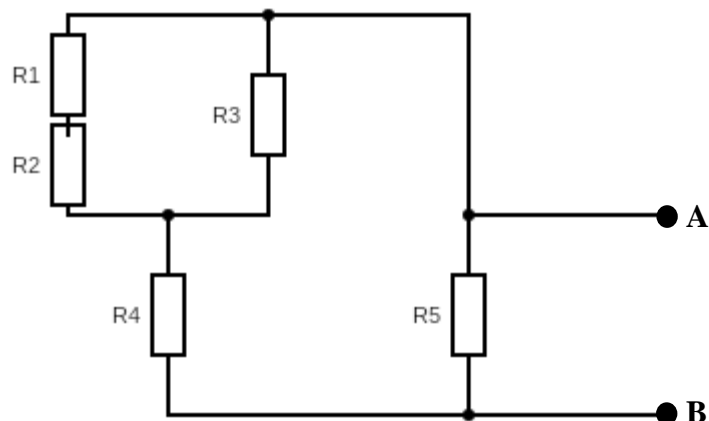
Odpojila som R_6 a skratovala zdroje napätia. Pozmenila som pozíciu rezistorov, aby boli lepšie viditeľné ich vzájomné pozície. R_1 a R_2 sú zapojené sériovo, R_{12} paralelne s R_3 , R_{123} a R_4 voči sebe sériovo a R_{1234} paralelne s R_5 . R_i som teda vypočítala ako:

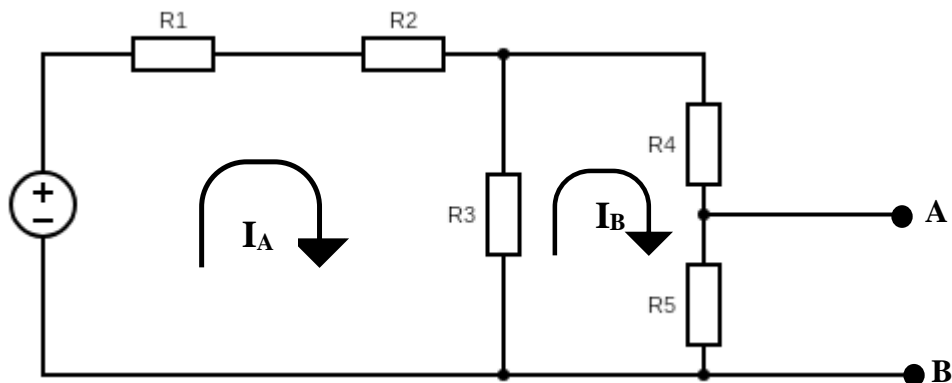
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 550 \, \Omega$$

$$R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = 282,3009 \, \Omega$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 487,3009 \, \Omega$$

$$R_i = \frac{R_{1234} \cdot R_5}{R_{1234} + R_5} = 260,5636 \, \Omega$$





Následne som vypočítala U_i . To je vďaka paralelnému zapojeniu rovnaké ako na R_5 . Na výpočet som si zvolila metódu slučkových prúdov.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1130 & -580 \\ -580 & 1345 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pomocou Cramerovho pravidla som vypočítala I_B .

$$D = \begin{vmatrix} 1130 & -580 \\ -580 & 1345 \end{vmatrix} = 1\,183\,450 \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1130 & 220 \\ -580 & 0 \end{vmatrix} = 127\,600$$

$$I_B = \frac{D_2}{D} = \frac{127\,600}{1\,183\,450} = 0,1078\text{A}$$

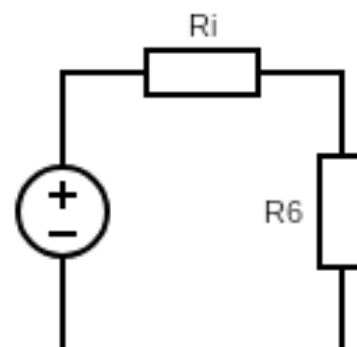
$$U_{R5} = I_B \cdot R_5 = 0,1078 \cdot 560 = 60,368\text{V}$$

$$U_i = U_{R5}$$

Keďže poznám vnútorný odpor zdroja aj svorkové napätie, môžem zostaviť ekvivalentný odpor a dopočítať hľadané hodnoty.

$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{60,368}{260,5636 + 180} = \mathbf{0,1371\text{A}}$$

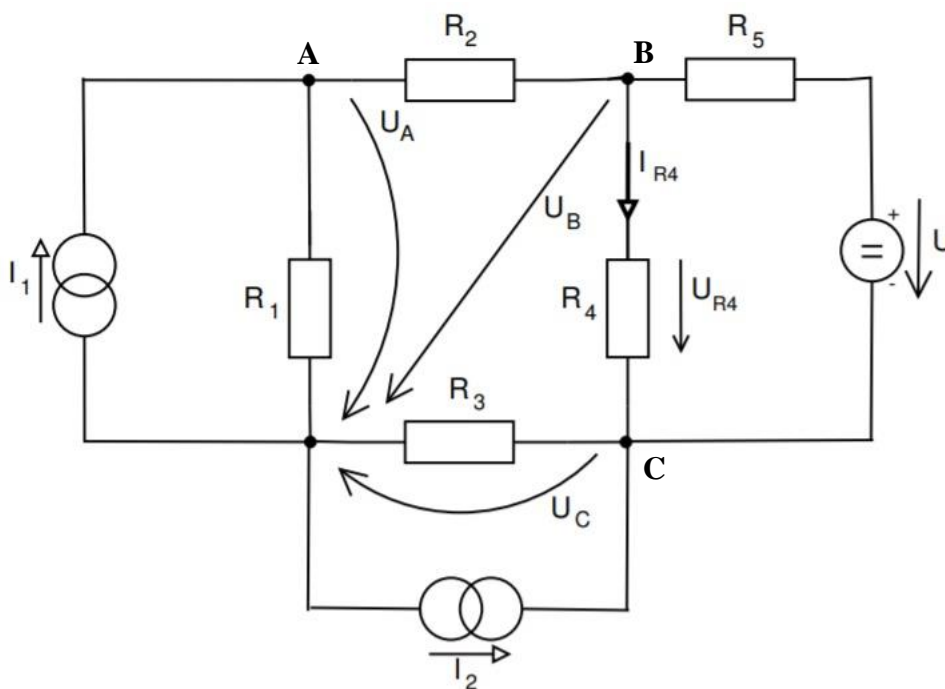
$$U_{R6} = I_{R6} \cdot R_6 = 0,1371 \cdot 180 = \mathbf{24,678\text{V}}$$



Príklad č.3 – varianta D

Stanovte napätie U_{R4} a prúd I_{R4} . Použite metódu uzlových napätí (U_A , U_B , U_C).

sk.	U[V]	I_1 [A]	I_2 [A]	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$
D	115	0,6	0,9	50	38	48	37	28



Označila som dané uzly (A, B, C) a vyjadrila ich pomocou I. Kirchhoffovho zákona.

$$\text{A: } I_1 + I_{R2} - I_{R1} = 0$$

$$\text{B: } I_{R5} - I_{R2} - I_{R4} = 0$$

$$\text{C: } I_2 + I_{R4} - I_{R3} - I_{R5} = 0$$

Pomocou uzlových napätí som vyjadrila aj jednotlivé napätia v obvode.

$$U_{R1} = U_A;$$

$$U_{R2} + U_A = U_B \Rightarrow U_{R2} = U_B - U_A$$

$$U_{R3} = U_C$$

$$U_{R4} + U_C = U_B \Rightarrow U_{R4} = U_B - U_C$$

$$U - U_{R5} = U_{R4} \Rightarrow U_{R5} = U - U_{R4} \Rightarrow U_{R5} = U - U_B + U_C$$

Uzol A:

$$I_1 + R_1 = I_{R1}$$

$$I_1 + \frac{U_{R2}}{R_2} = \frac{U_{R1}}{R_1}$$

$$I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_2} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$U_B R_1 - U_A R_1 - U_A R_2 = -I_1 R_1 R_2$$

$$U_A (-R_1 - R_2) + U_B (R_1) = -1140$$

Uzol B:

$$I_{R5} = I_{R2} + I_{R4}$$

$$\frac{U_{R5}}{R_5} = \frac{U_{R2}}{R_2} + \frac{U_{R4}}{R_4}$$

$$\frac{U - U_B + U_C}{R_5} - \frac{U_B - U_A}{R_2} + \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0$$

$$U R_2 R_4 - U_B R_2 R_4 + U_C R_2 R_4 - U_B R_5 R_4 + U_A R_5 R_4 - U_B R_5 R_2 + U_C R_5 R_2 = 0$$

$$U_A (R_5 R_4) + U_B (-R_1 R_4 - R_5 R_4 - R_5 R_2) + U_C (R_2 R_4 + R_5 R_2) = -161690$$

Uzol C:

$$I_2 + I_{R4} = I_{R3} + I_{R5}$$

$$I_2 + \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{U_{R3}}{R_3} + \frac{U_{R5}}{R_5}$$

$$I_2 + \frac{U_B - U_C}{R_4} - \frac{U_C}{R_3} - \frac{U - U_B + U_C}{R_5} = 0$$

$$U_B R_3 R_5 - U_C R_3 R_5 - U_C R_4 - U R_4 R_3 + U_B R_4 R_3 - U_C R_4 R_3 = -I_2 R_4 R_3 R_5 + U R_4 R_3$$

$$U_B (R_3 R_5 + R_4 R_3) + U_C (-R_3 R_5 - R_4 R_5 - R_4 R_3) = 159484,8$$

Tým som dostala rovnicu o troch neznámych. Hodnoty som vyčísľila a dosadila do matice:

$$\begin{bmatrix} -88 & 50 & 0 \\ 1036 & -3506 & 2470 \\ 0 & 3120 & -4156 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1140 \\ -161690 \\ 159484,8 \end{bmatrix}$$

Podľa Cramerovho pravidla som vypočítala prúdy potrebné k výpočtu U_{R4} , U_B a U_C

$$D = \begin{bmatrix} -88 & 50 & 0 \\ 1036 & -3506 & 2470 \\ 0 & 3120 & -4156 \end{bmatrix} = -388798368$$

$$D_B = \begin{bmatrix} -88 & -1140 & 0 \\ 1036 & -161690 & 2470 \\ 0 & 159484,8 & -4156 \end{bmatrix} = -29377346432$$

$$D_C = \begin{bmatrix} -88 & 50 & -1140 \\ 1036 & -3506 & -161690 \\ 0 & 3120 & 159\,484,8 \end{bmatrix} = -7134237465.6$$

$$U_B = \frac{D_B}{D} = 75,5593\text{V}$$

$$U_C = \frac{D_C}{D} = 18,3494\text{V}$$

Keďže už poznám U_B aj U_C , môžem prostredníctvom nich vypočítať U_{R4} .

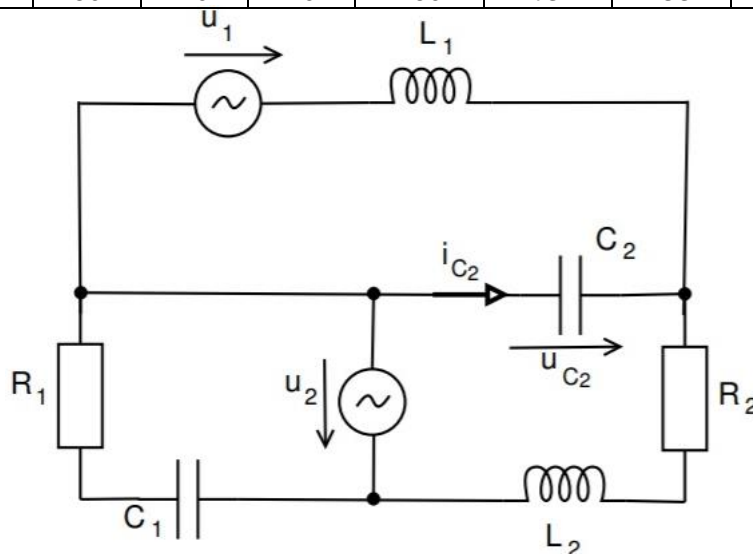
$$U_{R4} = U_B - U_C = \mathbf{57,2098\text{V}}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \mathbf{1,5462\text{A}}$$

Príklad č.4 – varianta H

Pre napájacie napätie platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$. Vo vzťahu pre napätie $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{C2})$ určite $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použite metódu slučkových prúdov. Pozn: Pomocné smery šípok napájacích zdrojov platia pre špeciálny časový okamih ($t = \frac{\pi}{2\omega}$)

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
H	65	60	10	10	160	75	155	70	95



Vypočítala som hodnotu pre ω a následne impedancie jednotlivých komponentov obvodu:

$$\omega = 2\pi f$$

$$\omega = 2\pi \cdot 95 = 596,9026 \text{ rad/s}$$

$$Z_{C1} = \frac{-j}{\omega C_1} = \frac{-j}{596,9026 \cdot 0,000115} = \frac{-j}{0,0925} = -j \cdot \frac{1}{0,0925} = -10,8108j$$

$$Z_{C2} = \frac{-j}{\omega C_2} = \frac{-j}{596,9026 \cdot 0,00007} = \frac{-j}{0,0418} = -j \cdot \frac{1}{0,0418} = -23,9234j$$

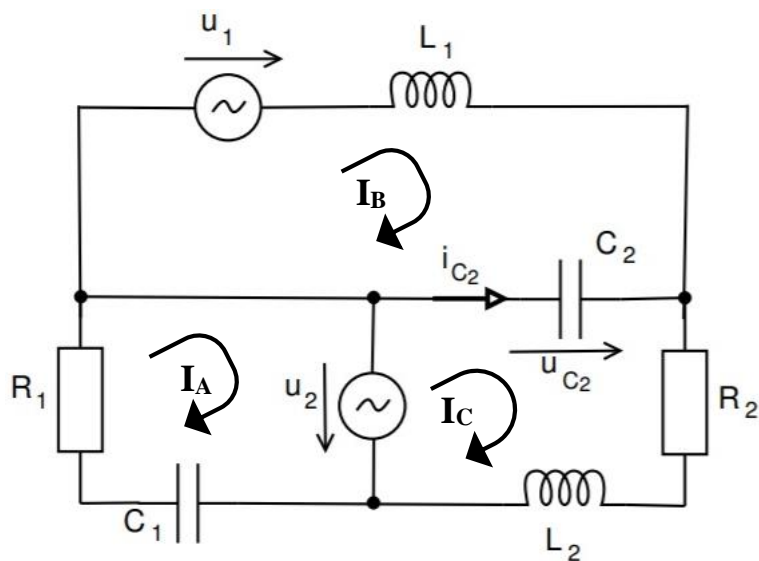
$$Z_{L1} = j\omega L_1 = 596.9026 \cdot 0,16 \cdot j = 95,5044j \text{ } \Omega$$

$$Z_{L2} = j\omega L_2 = 596.9026 \cdot 0,075 \cdot j = 44,7677j \text{ } \Omega$$

Vyjadřila som U v okamihu $t = \frac{\pi}{2\omega}$

$$u_1 = U_1 \cdot \sin\left(2\pi f \frac{\pi}{2\omega}\right) = U_1 \cdot \sin\left(\omega \frac{\pi}{2\omega}\right) = U_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U_1 \cdot 1 = U_1$$

$$u_2 = U_2 \cdot \sin\left(2\pi f \frac{\pi}{2\omega}\right) = U_2 \cdot \sin\left(\omega \frac{\pi}{2\omega}\right) = U_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U_2 \cdot 1 = U_2$$



Na základe slučiek som zostavila nasledujúce rovnice o troch neznámych:

I_A :

$$I_A R_1 + U_2 + I_A Z_{C1} = 0$$

$$I_A (R_1 + Z_{C1}) = -U_2$$

I_B :

$$U_1 + I_B Z_{L1} + I_B Z_{C2} - I_C Z_{C2} = 0$$

$$I_B (Z_{L1} + Z_{C2}) - I_C (Z_{C2}) = -U_1$$

I_C :

$$-U_2 + I_C Z_{C2} + I_C R_2 + I_C Z_{L2} - I_B Z_{C2}$$

$$-I_B (Z_{C2}) + I_C (Z_{C2} + R_2 + Z_{L2}) = U_2$$

Hodnoty som dosadila do matice a Cramerovým pravidlom vypočítala I_C a I_B

$$\begin{bmatrix} R_1 + Z_{C1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{L1} + Z_{C2} & -Z_{C2} \\ 0 & -Z_{C2} & Z_{C2} + R_2 + Z_{L2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60 \\ -65 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 - 10,8108j & 0 & 0 \\ 0 & 71,581j & 23,9234j \\ 0 & 23,9234j & 10 + 20,8443j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60 \\ -65 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$I_B = -1,0303 - 2,9909jA$$

$$I_C = 3,0829 - 3,9611jA$$

$$I_{C2} = I_C - I_B = 4,1132 - 6,1930jA$$

$$U_{C2} = I_{C2}Z_{C2} = -148,158 - 98,4017jV$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{Re(U_{C2})^2 + Im(U_{C2})^2} = \mathbf{177,859V}$$

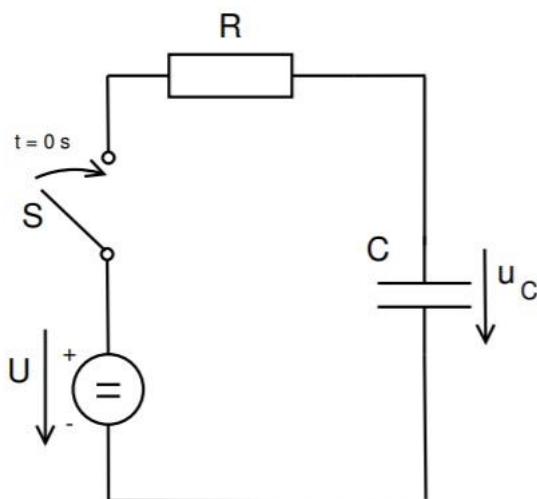
Fázový posun som previedla do správneho kvadrantu:

$$\varphi_{C2} = \arctan \frac{Im U_{C2}}{Re U_{C2}} + 180^\circ = 33,59^\circ + 180^\circ = \mathbf{213,59^\circ}$$

Príklad č.5 – varianta H

V obvode na obrázku nižšie v $t = 0[s]$ sepne spínač S. Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie $u_C = f(t)$. Vykonajte kontrolu výpočtu dosadením do zostavenej diferenciálnej rovnice.

sk.	U[V]	C[F]	R[Ω]	$U_C(0)[V]$
H	18	50	40	5



$$1) \quad I = \frac{U_R}{R}$$

$$I = I_C = I_R$$

$$2) \quad (U_R + U_C) - U = 0$$

$$3) \quad U'_C = \frac{1}{C} \cdot I_C = \frac{1}{C} \cdot I = \frac{I}{C}$$

a) Dosadila som hodnoty z 1) do 3) :

$$U'_C = \frac{1}{C} \cdot I$$

$$U'_C = \frac{1}{C} \cdot \frac{U_R}{R}$$

$$U'_C = \frac{U_R}{RC}$$

b) Vyjadrila som U_R z 2)

$$U_R = U - U_C$$

c) Dosadila som b) do a)

$$U'_C = \frac{U - U_C}{RC}$$

$$U'_C = \frac{U}{RC} - \frac{U_C}{RC}$$

$$U'_C + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

Očakávané riešenie:

$$U_C(t) = k(t) \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

$$U'_C + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

$$\lambda + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{40.50} = -0,0005$$

Derivácie:

$$U_C(t) = K(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$U'_C(t) = K'(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + k(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \cdot -0,0005$$

$$U'_C + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC}$$

$$K'(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} + K(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \cdot -0,0005 + 0,0005 \cdot K(t) \cdot e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{U}{RC}$$

$$K'(t) = -e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{U}{RC}$$

$$K'(t) = \frac{U \cdot e^{\frac{t}{RC}}}{RC}$$

Integrácie

$$K'(t) = \frac{U}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

$$K'(t) = \frac{U}{RC} \cdot \frac{RC}{1} \cdot e^{\frac{t}{RC}} + k$$

$$K'(t) = U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + k$$

Dosadila som do očakávaného riešenia:

$$U_C(t) = (U \cdot e^{\frac{t}{RC}} + k) \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$U_C(t) = U + k \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

Dosadím začiatočnú podmienku:

$$U_C(0) = 5$$

$$5 = U + k \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$5 = U + k \cdot e^{\frac{0}{RC}}$$

$$5 = U + k$$

$$k = 5 - U$$

Dosadila som do očakávaného riešenia:

$$U_C(t) = U + (5 - U) \cdot e^{-0,0005t}$$

$$U_C(t) = 18 - 13 \cdot e^{-0,0005t}$$

Kontrola:

$$U_C(0) = 18 - 13 \cdot e^{-0,0005 \cdot 0}$$

$$5 = 5$$

Súhrn výsledkov

Úloha	Varianta	výsledky
1	H	$I_5 = 0,1165A$ $U_5 = 66,9875V$
2	H	$I_{R6} = 0,1371A$ $U_{R6} = 24,678V$
3	D	$U_{R4} = 57,2098V$ $I_{R4} = 1,5462A$
4	H	$ U_{C2} = 177,859V$ $\varphi_{C2} = 213,59^\circ$
5	H	$U_C(t) = 18 - 13 \cdot e^{-0,0005t}$