

Bewijsopdracht 1

1.

Bewijs: $X \sim Y \iff |X| = |Y|$

--> Wederzijdse implicatie

$$1. x \sim y \Rightarrow |x| = |y|$$

$$2. x \sim y \Leftarrow |x| = |y|$$

1. $x \sim y \Rightarrow |x| = |y|$

--> Contradictie

$$x \sim y \Rightarrow |x| \neq |y|$$

Als de twee verzamelingen niet hetzelfde zijn dan voldoet $x \sim y$ niet aan de equivalentierelatie dus geldt: $x \sim y \Rightarrow |x| = |y|$

2. $x \not\sim y \Leftarrow |x| = |y|$

--> Contradictie

Als x en y geen equivalentierelatie hebben dan gaan de verzamelingen niet dezelfde zijn dus geldt: $x \sim y \Leftarrow |x| = |y|$

\Rightarrow Dus geldt $x \sim y \iff |x| = |y|$

2.

$$\neg(x \sim y \iff |x| = |y|)$$

$$\neg(x \sim y \Rightarrow |x| = |y| \wedge x \sim y \Leftarrow |x| = |y|)$$

$$\neg(x \sim y \Rightarrow |x| = |y|) \vee \neg(x \sim y \Leftarrow |x| = |y|)$$

$$(x \sim y \wedge \neg |x| = |y|) \vee (x \not\sim y \wedge \neg |x| = |y|)$$

Als we hiervan naar de waarheidstabel gaan kijken komen we uit op de XOR tabel wat betekent dat we dit kunnen schrijven als

$$(\neg x \sim y) \iff |x| = |y|$$

Dus als de x en y geen equivalentierelatie hebben dan zijn de verzamelingen gelijk en als ze dat wel hebben zijn de verzamelingen niet gelijk.

