Circuito RLC

Notas:

1: Dos mallas

2: Dos variables dependientes: Corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$

3: 1 inductor y 1 capacitor, sistema de segundo orden

$$\frac{V_S(s)}{V_E(s)} = \frac{?s^2 + ?s + ?}{as^2 + bs + c}$$

Ecuaciones principales:

- $V_e(t) = Ri_1(t) + L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} + R[i_1(t) - i_2(t)]$
- $L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} + R[i_1(t) - i_2(t)] = Ri_2(t) + Ri_2(t) + \frac{1}{C}\int i_2(t)dt$
- $V_s(t) = Ri_2(t) + \frac{1}{C}\int i_2(t)\,dt$

Transformada de Laplace

- $V_e(s) = RI_1(s) + Ls[I_1(s) - I_2(s)] + R[I_1(s) - I_2(s)]$
- $Ls[I_1(s) - I_2(s)] + R[I_1(s) - I_2(s)] = 2RI_2(s) + \frac{I_2}{Cs}$
- $V_s(s) = RI_2(s) + \frac{I_2(s)}{Cs}$

Procedimiento algebraico

Se realiza la suma algebraica en el voltaje de salida:

$$V_s(s) = I_2(s)\left(\frac{CRs+1}{Cs}\right)$$

Se despeja $I_1(s)$ y se agrupa $I_2(s)$ en la ecuación de la segunda malla:

Date / /

$$LsI_1(s) - LsI_2(s) + RI_1(s) - RI_2(s) = 2RI_2(s) + \frac{I_2}{Cs}$$

$$LsI_1(s) + RI_1(s) = 3RI_2(s) + LsI_2(s) + \frac{I_2}{Cs}$$

$$I_1(s)(Ls+R) = I_2(s)\left(3R + Ls + \frac{1}{Cs}\right)$$

$$I_1(s)(Ls+R) = I_2(s)\left(\frac{3CRs + CLs^2 + 1}{Cs}\right)$$

$$I_1(s) = I_2(s)\left(\frac{3CRs + CLs^2 + 1}{Cs(Ls+R)}\right)$$

Se sustituye $I_1(s)$ en la ecuación de la primera malla.

$$V_e(s) = RI_1(s) + LsI_1(s) - LsI_2(s) + RI_1(s) - RI_2(s)$$

$$= I_1(s)(R + R + Ls) - I_2(s)(Ls + R)$$

$$= I_2(s)\left(\frac{3CRs + CLs^2 + 1}{Cs(Ls+R)}\right)(2R + Ls) - I_2(s)(Ls + R)$$

$$= I_2(s)\left[\left(\frac{3CRs + CLs^2 + 1}{Cs(Ls+R)}\right)(2R + Ls) - (Ls + R)\right]$$

$$= I_2(s)\left[\left(\frac{6CR^2s + 2CRLs^2 + 2R + 3CRLs^2 + CL^2s^3 + Ls}{Cs(Ls+R)}\right) - (Ls+R)\right]$$

$$= I_2(s)\left[\left(\frac{CL^2s^3 + 5CRLs^2 + 6CR^2s + 2R + Ls}{Cs(Ls+R)}\right) - (Ls+R)\right]$$

$$= I_2(s)\left[\frac{CL^2s^3 + 5CRLs^2 + 6CR^2s + 2R + Ls - (CLs^2 + RCs)(Ls+R)}{Cs(Ls+R)}\right]$$

$$= I_2(s)\left[\frac{\cancel{CL^2s^3} + 5CRLs^2 + 6CR^2s + 2R + Ls - (\cancel{CL^2s^3} + CLRs^2 - RCLs^2 - R^2Cs}{Cs(Ls+R)}\right]$$

estrella-X

$$V_e(s) = I_2(s)\left[\frac{3CLRs^2 + 5CR^2s + 2R + Ls}{Cs(Ls+R)}\right]$$

$$V_e(s) = I_2(s)\left[\frac{3CLRs^2 + s(5CR^2 + L) + 2R}{Cs(Ls+R)}\right]$$

Función de transferencia:

$$\frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \frac{\cancel{I_2(s)}\left(\frac{CRs+1}{\cancel{Cs}}\right)}{\cancel{I_2(s)}\left[\frac{3CLRs^2 + s(5CR^2+L) + 2R}{\cancel{Cs}(Ls+R)}\right]}$$

$$= \frac{(CRs+1)(Ls+R)}{3CLRs^2 + s(5CR^2+L) + 2R} = \frac{CLRs^2 + CR^2s + Ls + R}{3CLRs^2 + s(5CR^2+L) + 2R}$$

$$= \frac{CLRs^2 + s(CR^2+L) + R}{3CLRs^2 + s(5CR^2+L) + 2R}$$

$C = 100\,mF$

$L = 6.8\,mH$

$R = 1\,K\Omega$

Modelo de ecuaciones integro-diferencial

Nota: Cuando se organiza el analisis por mallas se despejan las variables independientes (corrientes).
Solo se pueden despejar de terminos que no se estén derivando ni integrando. Voltaje de entrada que sea positivo

Se despeja $i_1(t)$ de la ecuación de la primera malla.

$$i_1(t) = \frac{V_e(t) - L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} + R\,i_2(t)}{2R}$$

∴ Se despeja $i_2(t)$ de la ecuación de la segunda malla:

$$i_2(t) = \frac{L\frac{d[i_1(t) - i_2(t)]}{dt} - \frac{1}{C}\int i_2(t)\,dt + R\,i_1(t)}{3R}$$

Con la siguiente expresión como salida:

$$V_S(t) = R\,i_2(t) + \frac{1}{C}\int i_2(t)\,dt$$

D = Negativo entonces es $\mathbb{Q}$

Modelado Date / /

Error en estado estacionario

Se calcula mediante lo siguiente:

$$\boxed{e(s) = \lim_{s\to 0} s\,V_e(s)\left[1 - \frac{V_s(s)}{V_e(s)}\right]}$$

En este calculo se debe de considerar la entrada como el escalon unitario

$$V_e(t) = 1, \therefore V_e(s) = \frac{1}{s}$$

$$= \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\left[1 - \frac{CLRs^2 + (CR^2+L)s + R}{3CLRs^2 + (5CR^2+L)s + 2R}\right] = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

$$e(t) = 0.5V$$

Análisis de estabilidad

Para determinar la estabilidad en lazo abierto, se calculan los polos de la función de transferencia

$$3CLRs^2 + (5CR^2+L)s + 2R = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 3CLR$

$b = 5CR^2 + L$

$c = 2R$

$\lambda_1 = -245097.3725$

$\lambda_2 = -4$

$\therefore$ El sistema es etable ya que ambas raíces son negativas y reales. El sistema presentará una respuesta sobreamortiguada a un escalón unitario de entrada.