

6. RESOLUCIÓN DE PROGRAMAS LINEALES MEDIANTE LINDO

6.1 INTRODUCCIÓN

LINDO (Linear, INteractive and Discrete Optimizer) es un programa desarrollado por *LINDO Systems, Inc.* para resolver modelos de programación lineal, entera y cuadrática. *LINDO Systems, Inc.* permite descargar de su sitio web (www.lindo.com) una versión gratuita de demostración que tolera hasta 150 restricciones y 300 variables. La versión profesional es capaz de trabajar con 64.000 restricciones y 100.000 variables.

LINDO ofrece tres posibilidades de uso. Para desarrollar y resolver modelos de pequeño a mediano tamaño, el ingreso interactivo desde el teclado es lo más conveniente. Sin embargo, cuando la dimensión del problema aumenta dicha modalidad resulta engorrosa y los usuarios suelen optar por construir sus modelos con editores de texto externos. *LINDO* provee una interfase apta para trabajar con tales editores. Como tercera alternativa, las subrutinas creadas por los usuarios pueden incorporar un acceso directo a las bibliotecas de optimización de *LINDO*. En este capítulo nos ocuparemos sólo del primer caso.

6.2 INGRESO DEL MODELO

Trabajaremos sobre el problema planteado en el Ejemplo 1-1.

$$\text{Max } z = 20x_1 + 45x_2$$

s. a

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + 1,5x_2 \leq 75$$

$$x_2 \leq 15$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Al iniciar *LINDO* (versión para Windows) se visualizará en pantalla la ventana principal, con la etiqueta *LINDO*, y una ventana secundaria denominada *<untitled>*. La ventana principal contiene todos los menús de comandos y la barra de herramientas, las demás ventanas que vayan apareciendo estarán contenidas dentro de ella. En la ventana secundaria formularemos nuestro problema, según se indica en la Figura 6-1.

Lo primero que debemos definir es el objetivo (*MAX* o *MIN*) y su correspondiente función. Luego escribimos *SUBJECT TO* (o las letras *ST*) y a continuación ingresamos las restricciones.

En lo que respecta al nombre de las variables *LINDO* tiene un límite de 8 caracteres para nombrarlas. El nombre debe ser un carácter alfabético (*A-Z*) seguido de cualquier carácter excepto *!,) +, -, <, > e =*.

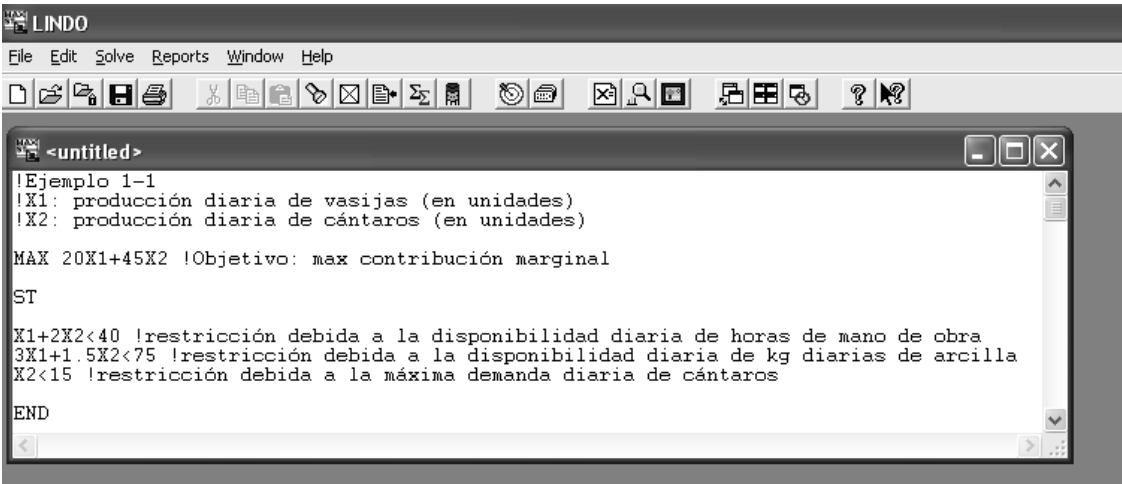
LINDO interpreta los signos *<* y *>* como menor o igual y mayor o igual, respectivamente. Sin embargo, si así lo preferimos nos permite escribir alternativamente *<=* o *>=*. Además, sólo acepta cinco operadores: *+, -, <, > e =*; es decir, en la formulación del modelo no podremos utilizar ningún otro operador (**, /, etc.*) ni tampoco paréntesis asociativos.

En el lado izquierdo de una restricción sólo se admiten expresiones lineales de las variables y sus coeficientes, y en el lado derecho sólo valores numéricos. No es necesario incluir la condición de no negatividad de las variables.

Opcionalmente también se les puede dar nombres a las restricciones lo que facilita la lectura del reporte de solución. Para los nombres de las restricciones se sigue las mismas reglas que para las variables. Para hacerlo se debe comenzar la restricción con su nombre, seguido de un paréntesis; luego del mismo se comienza con la formulación de la restricción.

Cualquier comentario que deseemos agregar deberá ir precedido por el signo *!*. Finalmente concluimos la formulación escribimos *END*.

Figura 6-1

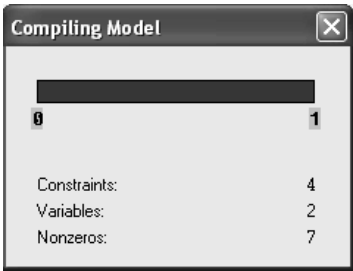


6.3 OPTIMIZACIÓN

Para comenzar el proceso de solución hacemos clic en el botón *Solve* (🎯), o bien seleccionamos esta opción en el menú *Solve* de la barra de menús.²⁶

LINDO intentará compilar el modelo para comprobar si está matemáticamente bien planteado y si se satisfacen los requerimientos sintácticos. Mientras esto ocurre se visualizará una ventana como la de la Figura 6-2 que muestra el avance del proceso, el número de restricciones (incluyendo el funcional), la cantidad de variables y la cantidad de coeficientes (económicos y tecnológicos) distintos de cero. Cuando la formulación sea incorrecta devolverá un mensaje indicando el error y el cursor se posicionará en la línea de ocurrencia del mismo.

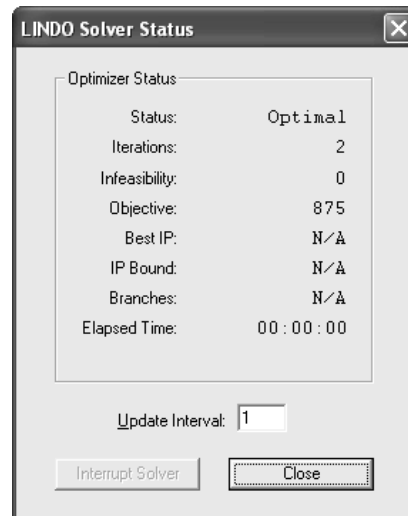
Figura 6-2



²⁶ En la opción *Contenido* del *Menú de Ayuda* de LINDO (bajo el título *LINDO for Windows*) puede obtenerse la descripción de cada uno de los comandos correspondientes a los botones incluidos en la barra de herramientas.

De no detectarse errores durante la fase de compilación, se iniciará la resolución efectiva del problema y aparecerá en pantalla una ventana similar a la de la Figura 6-3, que permite monitorear el progreso en el proceso de solución hasta arribar al resultado final.

Figura 6-3

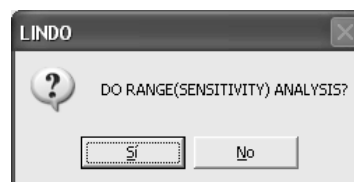


El campo denominado *Status*, en la Figura 6-3, indica el estado de la solución actual (los estados posibles son: *óptima*, *factible*, *no factible* o *no acotada*). *Iterations* da el número de iteraciones que fueron necesarias para arribar dicha solución; *Infeasibility*, la cantidad en la cual las restricciones han sido excedidas o violadas; *Objective*, el valor de la función objetivo; *Elapsed time*, el tiempo transcurrido (en segundos) desde el inicio de la resolución y *Update interval*, la frecuencia (en segundos) en que la ventana es renovada. Los restantes campos contienen información relevante para los modelos de programación entera.

El botón *Interrupt* nos permite interrumpir el proceso en cualquier punto y observar la solución. Presionando el botón *Close* la optimización continúa.²⁷

Cuando la resolución haya concluido, un cuadro de diálogo como el de la Figura 6-4 nos preguntará si queremos un análisis de sensibilidad.

Figura 6-4

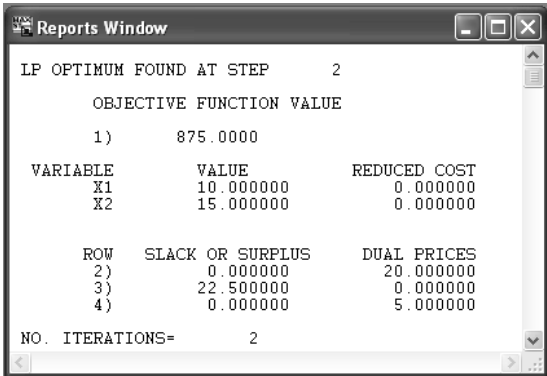


6.4 INFORMES

Hallada la solución óptima una nueva ventana denominada *Reports Window*, semejante a la de la Figura 6-5, nos dará más detalles sobre dicha solución. El informe nos indica que, para nuestro problema, se necesitaron 2 iteraciones para llegar al óptimo y que el correspondiente valor de la función objetivo es de 875. A continuación se listan las variables de decisión con sus respectivas cantidades y costos reducidos, y por último, los valores de las variables de holgura y/o exceso (*SLACK or SURPLUS*) y los valores implícitos (o precios duales) asociados a cada restricción.

²⁷ Observar que para problemas tan pequeños como el del Ejemplo 1-1, los procesos de compilación y resolución resultan prácticamente instantáneos.

Figura 6-5



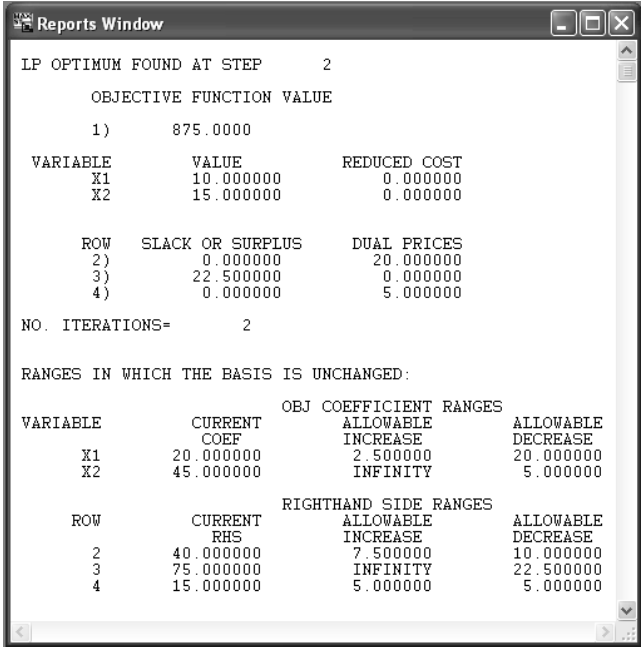
Notemos que LINDO referencia con “1)” a la función objetivo y a las restricciones las numera del “2)” en adelante, según el orden en que fueron ingresadas. De esta forma el término *SLK n*, que veremos en breve, representará la holgura correspondiente a la *n-ésima menos uno* restricción ingresada. En cuanto a los costos reducidos y los precios duales de este informe, corresponden las siguientes interpretaciones.

Costo Reducido. La cantidad en la cual el coeficiente económico de una variable tendría que mejorar para que ésta tuviese oportunidad de integrar la base (para un problema de maximización mejorar significa aumentar mientras que para uno de minimización, disminuir).

Precio Dual. Para problemas de maximización: indica el “aumento” que sufriría la función objetivo si se incrementara en una unidad el término independiente correspondiente, *siempre que dicho cambio mantenga la base óptima* (un precio sombra negativo implica disminución en el funcional). Para problemas de minimización: denota la “disminución” que sufriría la función objetivo si se incrementara en una unidad el término independiente correspondiente (un precio sombra negativo implica aumento en el funcional).

Si en el cuadro de diálogo de la Figura 6-4 hubiésemos solicitado el análisis de sensibilidad, LINDO presentará el informe de solución y un reporte adicional como el de la Figura 6-6.

Figura 6-6



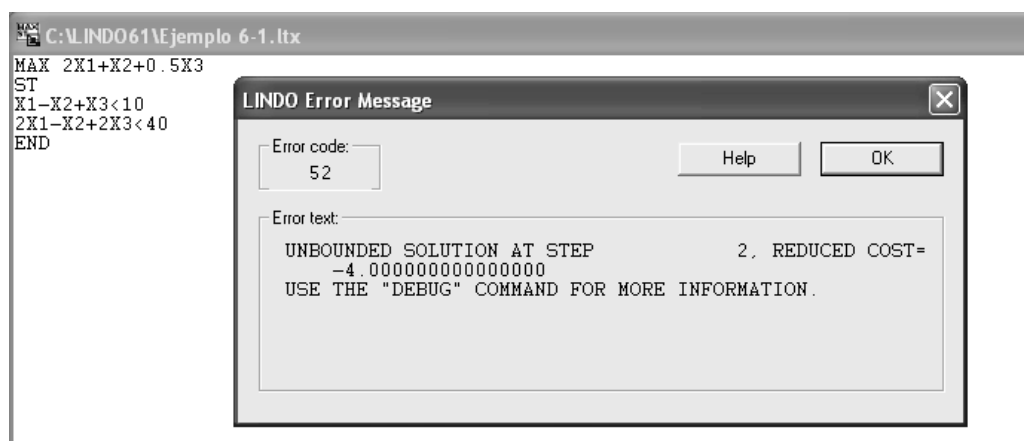
La primera parte de este reporte nos dice que la solución básica actual permanecerá óptima mientras los coeficientes económicos de las variables se incrementen o reduzcan, en cualquier valor comprendido dentro de los límites establecidos por *[ALLOWABLE INCREASE; ALLOWABLE DECREASE]*.

En forma similar, en la segunda parte, se presentan los intervalos de variación de los términos independientes de las restricciones, que conservan la base óptima.

Todo el análisis supone que los coeficientes varían *sólo uno a la vez*.

Ejemplo 6-1 Interpretación de resultados

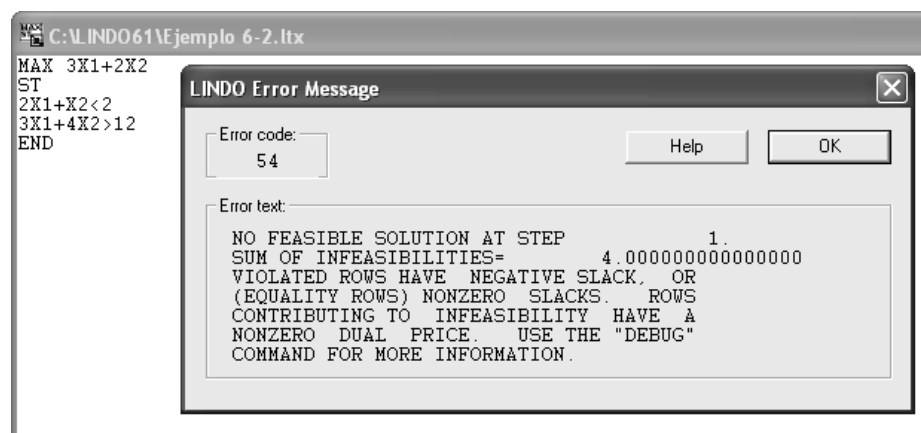
Dados el siguiente programa lineal y su correspondiente solución suministrada por LINDO, interprete el resultado obtenido.



La ventana precedente nos indica que la solución del problema ingresado no está acotada.

Ejemplo 6-2 Interpretación de resultados

Dados el siguiente programa lineal y su correspondiente solución suministrada por LINDO, interprete el resultado obtenido.



En este caso el problema ingresado no es factible.

Ejemplo 6-3 Interpretación de resultados

Dados el siguiente programa lineal y su correspondiente reporte de solución suministrado por LINDO.

MAX

Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 0

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 688.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	16.666666	0.000000
X2	0.000000	20.000000
X3	12.000000	0.000000
X4	0.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	-4.000000
3)	0.000000	-12.000000

NO. ITERATIONS= 0

C:\INDO61\ejemplo 6-3.ltx

MIN 24X1+36X2+24X3+36X4

ST

6X1+4X2=100

2X3+3X4=24

END

```

C:\LINDO61\Ejemplo 6-3.ltx
MIN 24X1+36X2+24X3+36X4
ST
6X1+4X2=100
2X3+3X4=24
END

```

- a) Interprete los resultados obtenidos.
b) ¿Cómo detecta si hay múltiples soluciones?

a) La solución óptima está dada por $x_1^* = 16, x_2^* = 0, x_3^* = 12, x_4^* = 0, SLK\ 2 = 0, SLK\ 3 = 0$ y $w^* = 688$. El costo reducido de x_2 revela que para que esta variable integre la base óptima, su coeficiente económico debe disminuir en 20 unidades, es decir $c_2 \leq 16$.

El precio dual asociado a la primera restricción nos indica que un aumento de 1 unidad en b_1 provocará un incremento de 4 unidades en w^* , ocurriendo lo mismo con b_2 sólo que en este caso w^* crecerá en 12 unidades.

b) LINDO no envía mensaje alguno que advierta que un problema tiene infinitas soluciones. Este caso se detecta comprobando, en el informe de solución, si alguno de los costos reducidos o precios duales, de las variables no básicas, tiene valor nulo ($z_j - c_j = 0$). En el ejemplo, x_4 es no básica y su valor implícito es nulo, por lo tanto hay múltiples soluciones óptimas.

Ejemplo 6-4 Interpretación de resultados

Dados el siguiente programa lineal y su correspondiente reporte de solución suministrado por LINDO, ¿cómo detecta si la solución es degenerada?

MAX Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2			
OBJECTIVE FUNCTION VALUE			
1)	26.00000		
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST	
X1	0.000000	6.000000	
X2	1.714286	0.000000	
X3	0.000000	4.000000	
X4	4.857143	0.000000	
ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES	
2)	0.000000	0.000000	
3)	0.000000	2.000000	
4)	0.000000	1.000000	

NO. ITERATIONS= 2

C:\INDO61\ejemplo 6-4.ltx

MAX 2X1+X2-3X3+5X4

ST

X1+7X2+3X3+7X4<46

3X1-X2+X3+2X4<8

2X1+3X2-X3+X4<10

END

```

C:\LINDO61\Ejemplo 6-4.ltx
MAX 2X1+X2-3X3+5X4
ST
X1+7X2+3X3+7X4<46
3X1-X2+X3+2X4<8
2X1+3X2-X3+X4<10
END

```

LINDO no nos avisará que la solución es degenerada. Para detectar esta situación hay que tener en cuenta que toda solución básica posee, a lo sumo, m componentes mayores que cero.

En el ejemplo, $m = 3$ y las variables básicas mayores que cero son x_2 y x_4 , por lo tanto se trata de un caso de degeneración. Además, la $SLK\ 2$ tiene valor nulo y su correspondiente precio dual es 0, lo cual nos indica que $SLK\ 2$ integra la base óptima.

Ejemplo 6-5 Interpretación de resultados

Una pequeña industria produce tres componentes (1, 2 y 3), que requieren la utilización de dos máquinas (A y B). Se sabe que la demanda mensual del componente 3 no supera las 200 unidades, mientras que la de cada uno de los restantes componentes no excede las 1.000 unidades. Durante el próximo mes la máquina A estará disponible 120 horas y la B, 110 horas y ya se han recibido órdenes por 600 unidades de componente 1 que deben ser satisfechas. Las contribuciones marginales unitarias de los componentes 1, 2 y 3 son de \$8, \$6 y \$9 respectivamente. Los tiempos en minutos necesarios para elaborar cada componente en cada máquina son:

Componente	Máquina A	Máquina B
1	6	4
2	4	5
3	4	2

- Formule el modelo lineal que le permita a la empresa obtener la máxima contribución y obtenga, mediante LINDO, el plan óptimo de producción.
- Si se dispusiera de 3 horas adicionales en la máquina A ¿qué variación experimentaría z^* ?
- ¿Cuánto debería estar la empresa dispuesta a pagar por disponer de 1 hora adicional en la máquina B?
- ¿En qué intervalo puede variar la contribución del componente 3 sin que cambie la base óptima?
- Si la demanda máxima del componente 2 baja a 800 unidades ¿qué variación sufrirán x^* y z^* ?

a) Formulación y solución del modelo

```
!Xi: producción mensual del componente i, i=(1;2;3)
MAX      8 X1 + 6 X2 + 9 X3
SUBJECT TO
          6 X1 + 4 X2 + 4 X3 <=  7200
          4 X1 + 5 X2 + 2 X3 <=  6600
          X3 <=    200
          X1 <=   1000
          X2 <=   1000
          X1 >=    600
END
```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

OBJECTIVE FUNCTION VALUE
1) 10800.00

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	600.000000	0.000000
X2	700.000000	0.000000
X3	200.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	1.500000
3)	300.000000	0.000000
4)	0.000000	3.000000
5)	400.000000	0.000000
6)	300.000000	0.000000
7)	0.000000	-1.000000

El informe suministrado por LINDO indica que produciendo 600 unidades mensuales del componente 1, 700 del 2 y 200 del 3, se alcanza la máxima contribución marginal y que ésta será igual a \$10.800. Con la ejecución de este plan quedarán 5 horas ociosas al mes de la máquina B (SLK 3) y la producción de componentes 1 y 2 estará 400 y 300 unidades, respectivamente (SLK 5 y SLK 6), por debajo de sus demandas máximas.

b) Análisis de sensibilidad

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

VARIABLE	CURRENT COEF	OBJ COEFFICIENT RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	8.000000	1.000000	INFINITY
X2	6.000000	3.000000	0.666667
X3	9.000000	INFINITY	3.000000

ROW	CURRENT RHS	RIGHTHAND SIDE RANGES	
		ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
2	7200.000000	240.000000	2800.000000
3	6600.000000	INFINITY	300.000000
4	200.000000	700.000000	100.000000
5	1000.000000	INFINITY	400.000000
6	1000.000000	INFINITY	300.000000
7	600.000000	400.000000	85.714287

El precio dual asociado a la primera restricción (minutos disponibles de la máquina A) indica que si el término independiente de ésta aumenta en 1 minuto, z^* se incrementa en \$1,5. Además, en base al informe de sensibilidad sabemos que, para $4.400 \leq b_1 \leq 7.440$ la base actual se mantiene óptima. En consecuencia, si se dispusiese de 180 minutos adicionales en la máquina A, el nuevo valor de z^* sería \$11.070 ($10.800 + 1,5 \cdot 180 = 11.070$).

c) La empresa no debe pagar por horas adicionales de máquina B. Las horas disponibles en dicha máquina no están utilizadas a pleno (hay recurso ocioso).

d) Del informe de sensibilidad $-3 \leq \Delta c_3 \leq +\infty$. Para $6 \leq b_3 \leq +\infty$ la base se mantiene óptima.

e) Una disminución de 200 unidades en la demanda máxima del componente 2 no altera el plan de óptimo producción (ver apartado a)).

6.5 LOS COMANDOS TABLEAU Y PIVOT

Para observar los sucesivos pasos del método Simplex pueden utilizarse en forma alternada los comandos *Tableau* y *Pivot*. *Tableau* muestra la tabla Simplex de la solución actual. *Pivot* nos indica la variable que entra a la base, su valor y la variable saliente. La Figura 6-7 muestra los resultados devueltos por ambos comandos para cada una de las soluciones alcanzadas en el ejemplo planteado.

Figura 6-7

THE TABLEAU

ROW (BASIS)		X1	X2	SLK	2	SLK	3	SLK	4	
1	ART	-20.000	-45.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
2	SLK	2	1.000	2.000	1.000	0.000	0.000	0.000	40.000	
3	SLK	3	3.000	1.500	0.000	1.000	0.000	0.000	75.000	
4	SLK	4	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	15.000	
ART	ART	-20.000	-45.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

X2 ENTERS AT VALUE 15.000 IN ROW 4 OBJ. VALUE= 675.00

THE TABLEAU

ROW (BASIS)		X1	X2	SLK	2	SLK	3	SLK	4	
1	ART	-20.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	45.000	675.000	
2	SLK	2	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	-2.000	10.000	
3	SLK	3	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	-1.500	52.500	
4	X2	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000	15.000	

X1 ENTERS AT VALUE 10.000 IN ROW 2 OBJ. VALUE= 875.00

THE TABLEAU

ROW (BASIS)		X1	X2	SLK	2	SLK	3	SLK	4	
1	ART	0.000	0.000	20.000	0.000	0.000	5.000	0.000	875.000	
2	X1	1.000	0.000	1.000	0.000	0.000	-2.000	0.000	10.000	
3	SLK	3	0.000	0.000	-3.000	1.000	4.500	0.000	22.500	
4	X2	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	15.000	

Formulado el modelo, seleccionamos la opción *Tableau* del menú *Reports*. LINDO nos devolverá la primera tabla de la Figura 6-7, cuyo contenido se describe en la Figura 6-8.

Figura 6-8

THE TABLEAU		Coeficientes de las Variables		Costos Reducidos $(z_j - c_j)$		Valor de la Función Objetivo	
ROW	(BASIS)	X1	X2	SLK	2	3	4
1	ART	-20.000	-45.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	SLK 2	1.000	2.000	1.000	0.000	0.000	40.000
3	SLK 3	3.000	1.500	0.000	1.000	0.000	75.000
4	SLK 4	0.000	1.000	0.000	0.000	1.000	15.000
ART	ART	-20.000	-45.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Cuando se hace necesario incorporar variables ficticias (o artificiales) LINDO las agrega automáticamente y utiliza el método de las dos fases para obtener la solución de arranque del problema original.

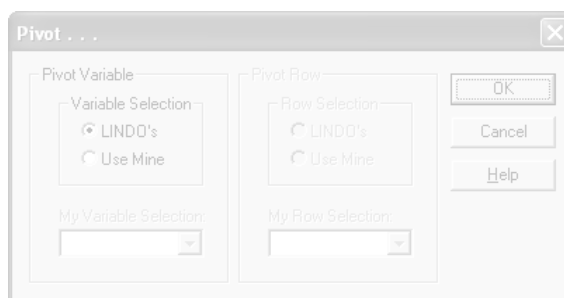
En estos casos, en el último renglón de la tabla se ubican los costos reducidos correspondientes a la primera fase y el respectivo valor de la función objetivo. Puesto que en nuestro problema la base inicial es inmediata, se prescinde de tales variables y dicho renglón es coincidente con el rotulado con “1”.

Si seleccionamos ahora el comando *Pivot* del menú *Solve*, se nos informará que ingresará a la base la variable x_2 con un valor igual a 15, en la fila 4 (es decir la variable saliente es la *SLK* 4), y que el nuevo valor del funcional será 675. En forma similar, repitiendo la secuencia *Tableau* y *Pivot*, podremos observar las restantes iteraciones del Simplex.

Si sólo estamos interesados en la tabla correspondiente a la solución óptima, bastará con resolver el modelo y luego seleccionar el comando *Tableau*.

El comando *Pivot* también nos permite, en una iteración cualquiera, ejecutar pivotes individuales. Concretamente, elegir una variable entrante y una variable saliente a los fines de investigar la nueva solución. Cuando utilicemos este comando aparecerá un cuadro de diálogo como el de la Figura 6-9. Podemos ahora dejar que LINDO escoja la variable y la fila del pivote (haciendo clic en *OK*), o bien indicarle una variable de entrada, en cuyo caso LINDO seleccionará la fila del pivote y nos devolverá la solución. Opcionalmente también es posible indicar la fila del pivote pero, de no haber efectuado bien el cálculo, puede presentarse una solución inadmisibles o una no acotada aún cuando el problema ingresado posea una solución óptima finita.

Figura 6-9



Ejemplo 6-6 Interpretación de resultados

Las tablas siguientes son las correspondientes al programa del Ejemplo 6-4. Se utilizaron los comandos *Tableau* y *Pivot* de LINDO. ¿Cuándo y por qué se produjo la degeneración?

Capítulo 6

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	X4	SLK 2	SLK 3
1	ART	-2.000	-1.000	3.000	-5.000	0.000	0.000
2	SLK 2	1.000	7.000	3.000	7.000	1.000	0.000
3	SLK 3	3.000	-1.000	1.000	2.000	0.000	1.000
4	SLK 4	2.000	3.000	-1.000	1.000	0.000	0.000
ART	ART	-2.000	-1.000	3.000	-5.000	0.000	0.000

ROW	SLK 4	
1	0.000	0.000
2	0.000	46.000
3	0.000	8.000
4	1.000	10.000
ART	0.000	0.000

X4 ENTERS AT VALUE 4.0000 IN ROW 3 OBJ. VALUE= 20.000

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	X4	SLK 2	SLK 3
1	ART	5.500	-3.500	5.500	0.000	0.000	2.500
2	SLK 2	-9.500	10.500	-0.500	0.000	1.000	-3.500
3	X4	1.500	-0.500	0.500	1.000	0.000	0.500
4	SLK 4	0.500	3.500	-1.500	0.000	0.000	-0.500

ROW	SLK 4	
1	0.000	20.000
2	0.000	18.000
3	0.000	4.000
4	1.000	6.000

X2 ENTERS AT VALUE 1.7143 IN ROW 4 OBJ. VALUE= 26.000

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	X4	SLK 2	SLK 3
1	ART	6.000	0.000	4.000	0.000	0.000	2.000
2	SLK 2	-11.000	0.000	4.000	0.000	1.000	-2.000
3	X4	1.571	0.000	0.286	1.000	0.000	0.429
4	X2	0.143	1.000	-0.429	0.000	0.000	-0.143

ROW	SLK 4	
1	1.000	26.000
2	-3.000	0.000
3	0.143	4.857
4	0.286	1.714

En la segunda tabla (primera iteración del Simplex) la variable entrante es x_2 . Para determinar cuál la variable que sale de la base debemos calcular

$$\min_i \left\{ \frac{x_i}{y_{i2}}, \text{ con } y_{i2} > 0 \right\} = \min \left\{ \frac{\text{SLK 2}}{10,5}, \frac{\text{SLK 4}}{3,5} \right\} = \min \left\{ \frac{18}{10,5}; \frac{6}{3,5} \right\}$$

Puesto que $(18/10,5) = (6/3,5) = 1,714$ se opta por hacer salir a la *SLK 4* y la *SLK 2* queda integrando la base con valor nulo.

Ejemplo 6-7 Interpretación de resultados

Las tablas siguientes son las correspondientes al programa del Ejemplo 6-3. Se utilizaron los comandos *Tableau* y *Pivot* de LINDO.

THE TABLEAU

ROW	(BASIS)	X1	X2	X3	X4	
1	ART	24.000	36.000	24.000	36.000	0.000
2	ART	6.000	4.000	0.000	0.000	100.000
3	ART	0.000	0.000	2.000	3.000	24.000
ART	ART	-6.000	-4.000	-2.000	-3.000	-124.000

X1 ENTERS AT VALUE 16.667 IN ROW 2 OBJ. VALUE= -400.00

```

THE TABLEAU
      ROW (BASIS)      X1      X2      X3      X4
      1 ART           0.000    20.000    24.000    36.000   -400.000
      2              X1      1.000     0.667     0.000     0.000    16.667
      3 ART           0.000     0.000     2.000     3.000    24.000
ART    ART           0.000     0.000    -2.000    -3.000   -24.000

      X3 ENTERS AT VALUE    12.000      IN ROW      3 OBJ. VALUE= -688.00

```

```

THE TABLEAU
      ROW (BASIS)      X1      X2      X3      X4
      1 ART           0.000    20.000     0.000     0.000   -688.000
      2              X1      1.000     0.667     0.000     0.000    16.667
      3              X3      0.000     0.000     1.000     1.500    12.000
ART    ART           0.000    20.000     0.000     0.000     0.000

```

¿Cómo se obtuvo la siguiente tabla?

```

THE TABLEAU
      ROW (BASIS)      X1      X2      X3      X4
      1 ART           0.000    20.000     0.000     0.000   -688.000
      2              X1      1.000     0.667     0.000     0.000    16.667
      3              X4      0.000     0.000     0.667     1.000     8.000

```

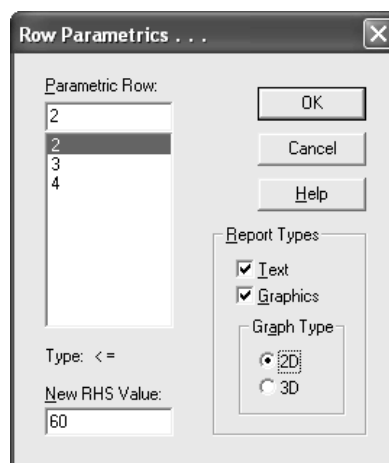
La tercera tabla (segunda iteración del Simplex) es una tabla de óptimo ($z_j - c_j \geq 0 \forall j$). En ella vemos que x_4 es no básica y que $z_4 - c_4$ es nulo, lo cual indica la existencia de múltiples soluciones óptimas. Si ahora utilizamos el comando *Pivot* indicándole a LINDO que queremos que ingrese x_4 , obtendremos la nueva tabla que corresponde a la solución básica óptima alternativa.

6.6 EL COMANDO PARAMETRICS

Este comando es útil para visualizar qué pasa con la solución óptima si el término independiente de una restricción varía en un intervalo más amplio que el indicado en el reporte de sensibilidad. A este tipo de estudio se lo denomina *Programación Lineal Paramétrica*.

Lo primero que debemos hacer es resolver el problema. Luego, seleccionando *Parametrics* en el menú *Reports*, visualizaremos un cuadro de diálogo semejante al de la Figura 6-10.

Figura 6-10



Especificando el número de fila (restricción) que contiene el término independiente de interés y el nuevo valor de dicho término obtendremos, *para cada cambio de base que se produzca en el intervalo comprendido entre el valor original y el nuevo valor del término independiente*, las variables entrante y saliente, el valor del término independiente para el cual se produce el cambio de base, los respectivos precios duales y los valores de la función objetivo.

Además de este informe podemos solicitarle a *Parametrics* el gráfico correspondiente. Las Figuras 6-11 y 6-12 muestran los resultados obtenidos cuando el valor del término independiente de la tercera restricción del problema planteado, cambia de 40 a 60.

Figura 6-11

Reports Window

RIGHTHANDSIDE PARAMETRICS REPORT FOR ROW: 2

VAR OUT	VAR IN	PIVOT ROW	RHS VAL	DUAL PRICE BEFORE PIVOT	OBJ VAL
SLK	3	SLK	2	3	
			40.0000	20.0000	875.000
			47.5000	20.0000	1025.00
			60.0000	0.000000E+00	1025.00

Figura 6-12

