



Teoría de Control - Práctica

Transformada de Laplace

1. Hallar $x(s)$ para las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $x' + 3x = 0$

$x(0) = 2$

b) $x''' + x = 1$

$x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$

c) $x'' + 3x' + 2x = 0$

$$\begin{cases} x(0) = a \\ x'(0) = b \end{cases}$$

d) $x''' + 4x'' + 5x' + 2x = 2$

$x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$

e) $x'' + 2x' + 5x = 3$

$x(0) = x'(0) = 0$

2. Determinar $x(t)$ o $f(t)$ para las siguientes ecuaciones:

a) $x' + x = 1$

$x(0) = 0$

b) $x' + 3x = 0$

$x(0) = 2$

c) $x''' + 2x'' - x' - 2x = 4 + e^{2t}$

$$\begin{cases} x(0) = 1 \\ x'(0) = 0 \\ x''(0) = -1 \end{cases}$$

d) $f(s) = \frac{1}{s(s^2 + 2s + 2)}$

e) $f(s) = \frac{1}{s(s^2 + w^2)}$

Expansión en fracciones parciales cuando $f(s)$ involucra polos múltiples

3. Determinar $f(t)$ para las siguientes transformadas:

a) $f(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s + 1)^3}$

b) $f(s) = \frac{5(s + 2)}{s^2(s + 1)(s + 3)}$

Teorema del valor final

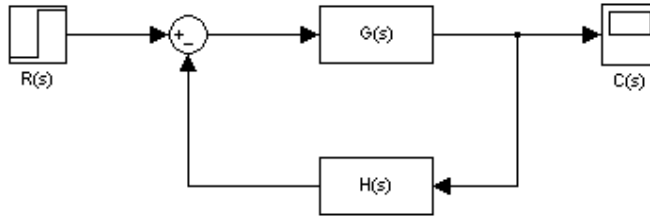
4. Determinar $f(t = \infty)$

a) $f(s) = \frac{1}{s(s + 1)}$

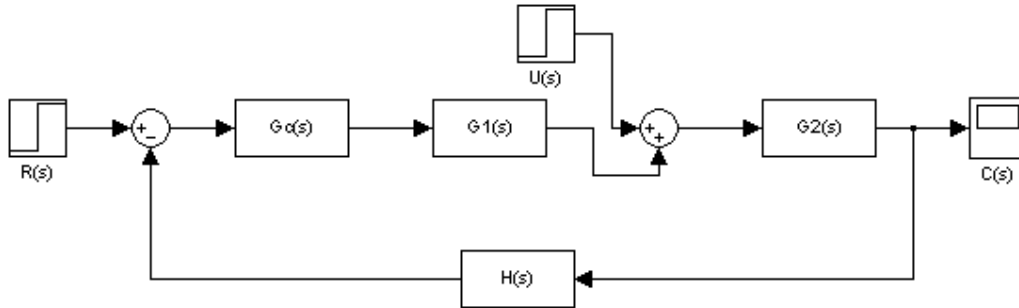
Diagramas de Bloques

5. Reducir los siguientes diagramas de bloques:

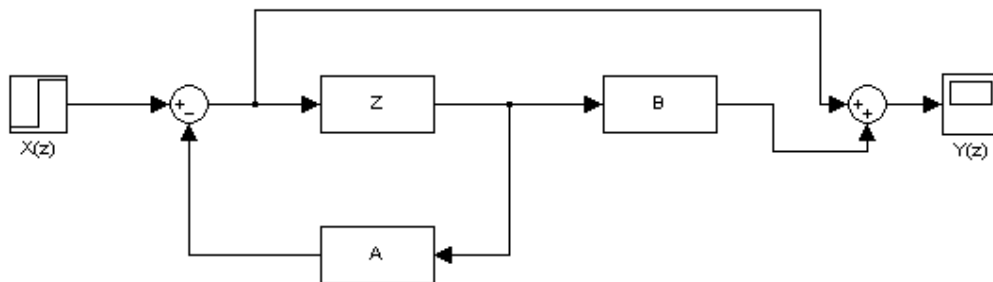
a) Hallar $\frac{C(s)}{R(s)}$



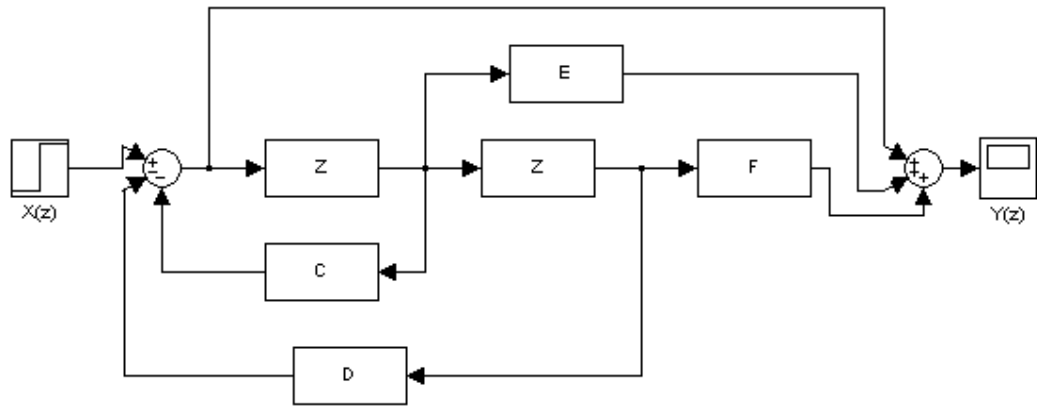
b) Hallar $\frac{C(s)}{R(s)}$ y $\frac{C(s)}{U(s)}$



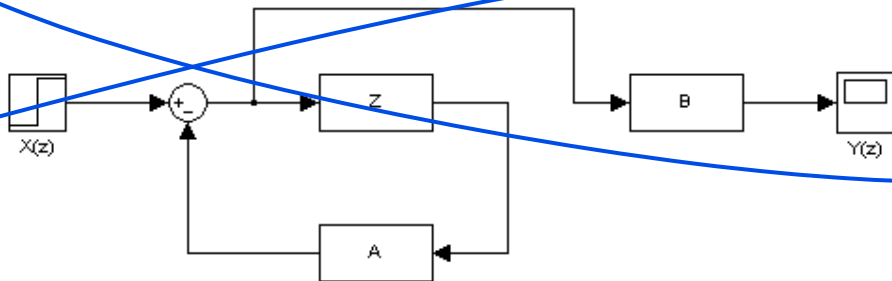
c) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



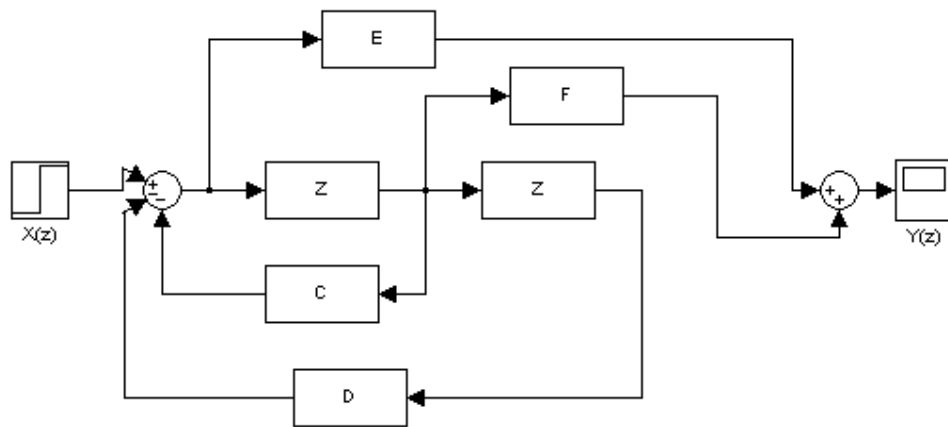
d) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



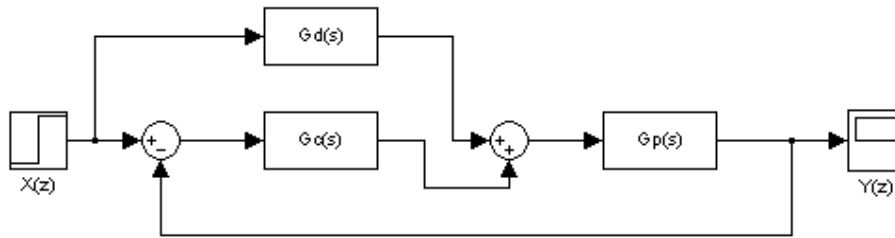
e) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



f) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



g) Hallar $\frac{Y(z)}{X(z)}$



Respuestas de sistemas de Primer Orden

6. Determinar la respuesta de un sistema de primer orden para las siguientes entradas:

- a) Escalón
- b) Impulso
- c) Senoidal

Respuestas de sistemas de Segundo Orden

7. Determinar para un sistema de segundo orden ante una entrada impulso:

- A. Polos
- B. M_p - (Overshoot)
- C. $T_s(2\%)$ - Tiempo de asentamiento
- D. Período de oscilación
- E. T_p - Tiempo Pico máximo

Para: $\zeta = 0.1$ y $\omega = 2$.

$\zeta = 0.7$ y $\omega = 2$.

$\zeta = 2$ y $\omega = 2$.

8. (Matlab) Analizar en conjunto la respuesta del SSO ante la entrada impulsional, variando ζ y ω :

- A. $-2.5 \pm 3.5824i$
- B. $-1.5 \pm 3.5824i$
- C. $-0.5 \pm 3.5824i$
- D. $-2 \pm 3.5i$
- E. $-2 \pm 5i$
- F. $-2 \pm 6.5i$

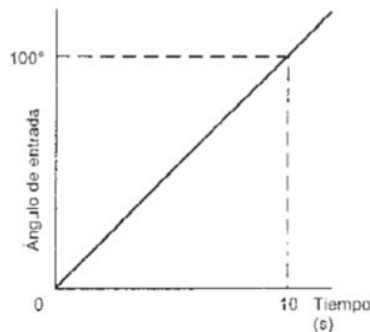
Error en Estado Estacionario

9. Se requiere un sistema de control para un manejador de disco de computadora que se desea opere con un error en estado estable cero cuando se aplica una señal de rampa. ¿Qué tipo de sistema debe ser?

10. Un brazo robot tiene la siguiente función de Transferencia en lazo abierto para su posición angular:

$$G(s) = \frac{100}{s(s+5)(s+2)}$$

¿Cuál será el error en estado estable para una entrada como la de la figura?



11. Calcular el error en estado estable para un sistema cuya función de transferencia a lazo abierto es

$$G(s) = \frac{s * 2}{(s+5)}$$

cuando está sujeto a una entrada escalón unitario si K toma los valores:

- A. K=1
- B. K=10

¿Qué concluye?

12. El sistema de guiado de un automóvil tiene una función de transferencia de lazo abierto de

$$G(s) = \frac{k}{s(s+a)(s+b)}$$

¿Cuáles serán los errores en estado estable cuando el sistema de guiado esté sujeto a las siguientes entradas?

- A. una entrada escalón de magnitud A

B. una entrada rampa que cambia a razón de A

13. Determinar el error en estado estable que se presentará con un sistema lineal que tiene una función de transferencia en lazo abierto de

$$\frac{10}{s(s+5)}$$

cuando está sujeto a una entrada de $\frac{2}{s} - \frac{3}{s^2}$

Naturaleza Cualitativa de las Soluciones

14. Hallar $y(t)$ ante una entrada **Impulso**, a partir de las siguientes ecuaciones diferenciales, graficar las salidas y ubicar los polos de la función de transferencia en el plano complejo:

- | | |
|-------------------------------------|--------------------|
| a) $y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = x(t)$ | $y(0) = y'(0) = 0$ |
| b) $y'(t) + y(t) = x(t)$ | $y(0) = 0$ |
| c) $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = x(t)$ | $y(0) = y'(0) = 0$ |
| d) $y'(t) - y(t) = x(t)$ | $y(0) = 0$ |
| e) $y''(t) + y(t) = x(t)$ | $y(0) = y'(0) = 0$ |

Estabilidad. Criterio de Routh

15. Dados los sistemas cuya función de transferencia en lazo cerrado esta definida por:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Determinar si los sistemas siguientes son estables y en caso contrario, determinar cuantos polos inestables poseen:

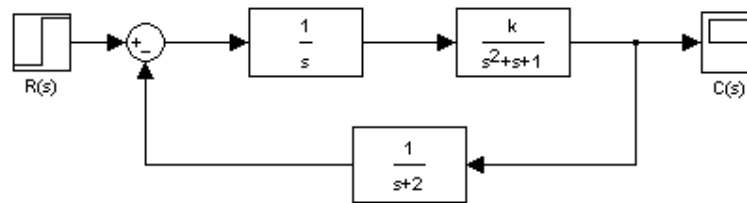
- a) $A(s) = s^4 + 3s^3 + 5s^2 + 4s + 2$
- b) $A(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5$
- c) $A(s) = s^3 + 2s^2 + s + 2$
- d) $A(s) = s^3 - 3s + 2$
- e) $A(s) = s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 - 25s - 50$

16. Determinar los valores de k para los cuales el sistema es estable, cuya ecuación característica es la siguiente:

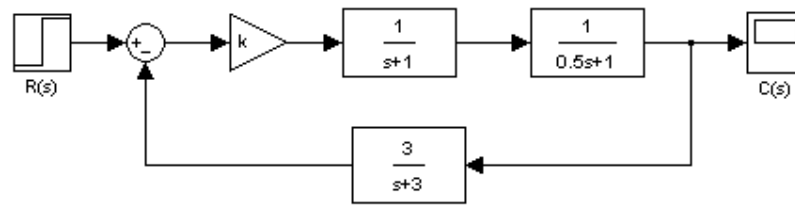
a) $A(s) = \frac{1}{6}s^3 + s^2 + \frac{11}{6}s + (1+k)$

17. Determinar los valores de k para los cuales el sistema modelado por el siguiente diagrama de bloques es estable:

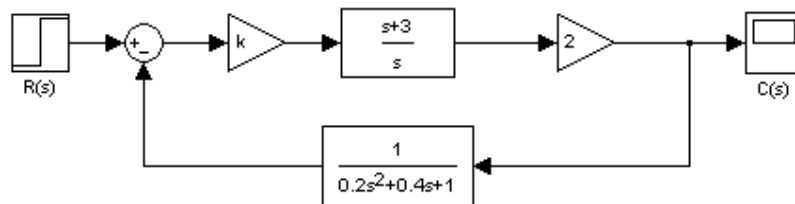
a)



b)



c)



Lugar Geométrico de las Raíces

18. (BE 1) Para un sistema de primer orden con una función de transferencia en lazo abierto

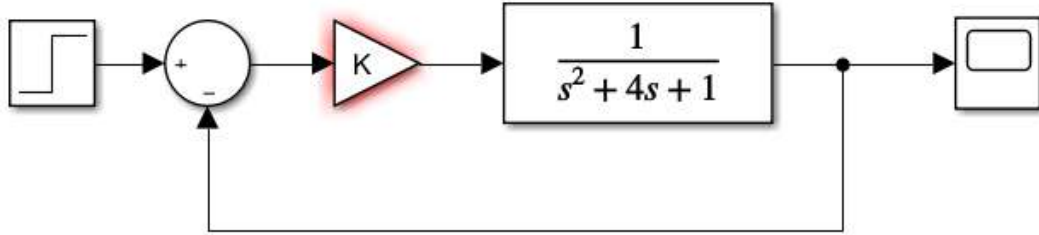
$$\frac{k}{(s+2)}$$

y realimentación unitaria:

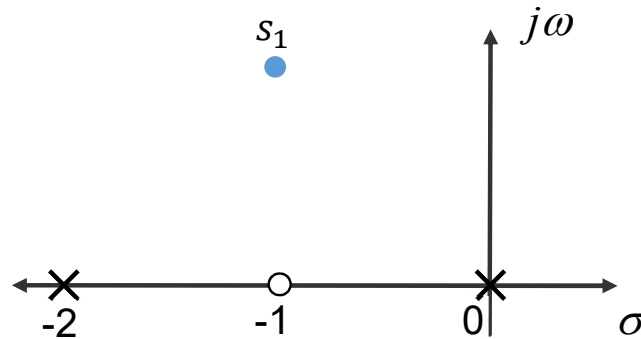
a) esbozar la gráfica del lugar geométrico de las raíces y

b) obtener la respuesta general del sistema a una entrada escalón unitario

19. (BE 2) Para el sistema de la figura esbozar el diagrama de los lugares geométricos de las raíces y especificar los valores de la ganancia K en los que el sistema empieza a oscilar



20. (BE 3) Muestre que el punto S_1 de la figura está sobre el lugar geométrico de las raíces y determinar el valor de K para el punto



21. (BE 4) Esbozar los lugares geométricos de las raíces para un sistema con una función de transferencia en lazo abierto de

$$\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

22. (BE 5) Esbozar los lugares geométricos de las raíces para un sistema con una función de transferencia en lazo abierto de

$$\frac{k(s+1)}{(s+2+3i)(s+2-3i)}$$

23. (BE 6) ¿Cuál es la frecuencia angular natural y el factor de amortiguamiento relativo para un sistema que tiene una función de transferencia en lazo cerrado con la siguiente ecuación característica?

$$s^2 + 2s + 4 = 0$$

24. (BE 7) Un sistema tiene una función de transferencia en lazo abierto de

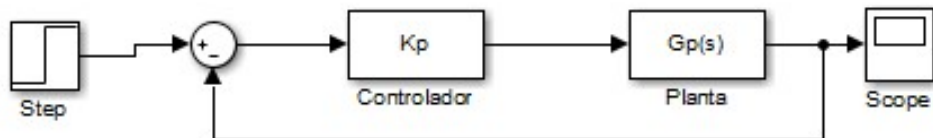
$$FTLA(s) = \frac{k}{(s + 2 + 2i)(s + 2 - 2i)}$$

- A. Esbozar el diagrama del lugar geométrico de las raíces
- B. ¿Cuál es?
 - i. la frecuencia angular,
 - ii. el factor de amortiguamiento relativo,
 - iii. el tiempo de levantamiento y
 - iv. el tiempo de asentamiento para 2% con K=10
- C. El sistema produce un error en estado estable que se sugiere eliminar mediante la inclusión de un bloque con una función de transferencia de $1/s$ en la trayectoria directa. ¿Cuál será ahora el diagrama del lugar geométrico de las raíces?
- D. ¿Cuál será el tiempo de asentamiento de 2% modificado cuando K=10?
- E. ¿Cómo afecta la modificación a la estabilidad relativa para K=10?

Controladores

25. (BE 1) Si la planta de la figura tiene función de transferencia $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ y se usa control proporcional:

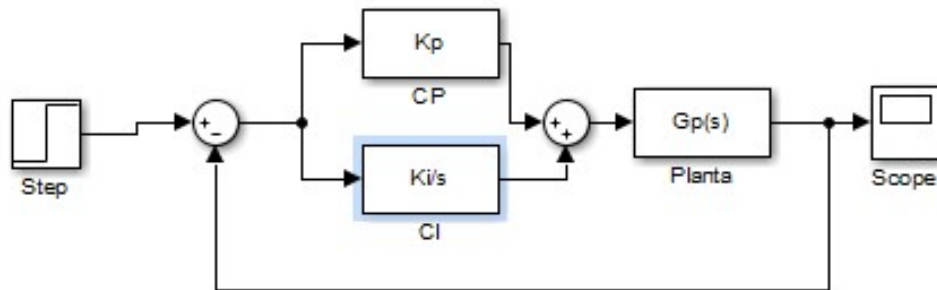
- i. ¿Cuál es el tipo de sistema?
- ii. ¿Cuál es el ess cuando se usa?:
 - a. entrada escalón
 - b. entrada rampa



26. (BE 3) Si la planta de la figura tiene función de transferencia $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ y se usa control proporcional integral:

- ¿Cuál es el tipo de sistema?
- ¿Cuál es el ess cuando se usa?:
 - entrada escalón
 - entrada rampa

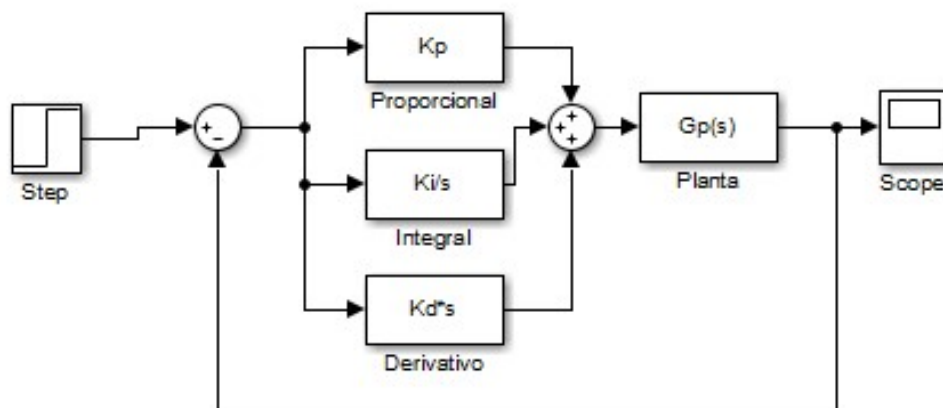
La constante de tiempo integral es 2 s.



27. (BE 5) Si la planta tiene función de transferencia $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ y se usa control PID:

- ¿Cuál será el tipo de sistema?
- Analice estabilidad.
- Identifique polos y ceros en Lazo Abierto.
- ¿Cuál será el ess para?:
 - entrada escalón
 - entrada rampa

$T_d = 0,5 \text{ s}$ $T_i = 2 \text{ s}$

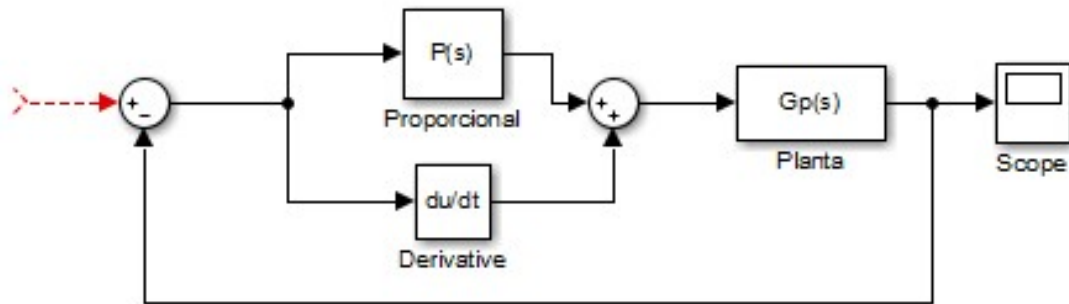


28. (BE 4) Si la planta de la figura tiene función de transferencia $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ y se usa control proporcional derivativo:

- ¿Cuál es el tipo de sistema?

- ii. ¿Cuál es la condición para la estabilidad?
- iii. ¿Cuál es el ess cuando se usa
 - a. entrada escalón
 - b. entrada rampa

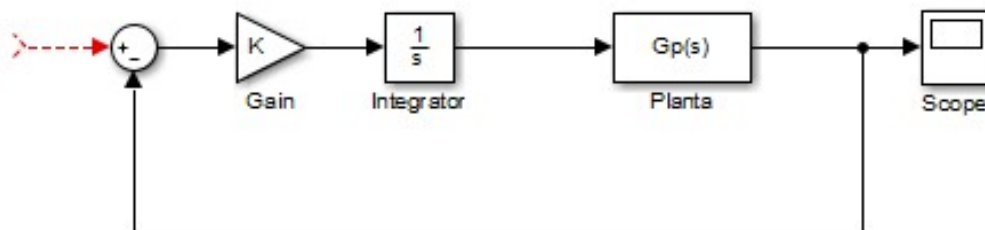
La constante de tiempo derivativa es 2 s.



29. (BE 2) Si la planta de la figura tiene función de transferencia $G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ y

se usa control integral:

- i. ¿Cuál es el tipo de sistema?
- ii. ¿Cuál es la condición para la estabilidad?
- iii. ¿Cuál es el ess cuando se usa?:
 - a. entrada escalón
 - b. entrada rampa
- iv. Compare la estabilidad con la que se presenta en el ejercicio 25 (Control Proporcional)

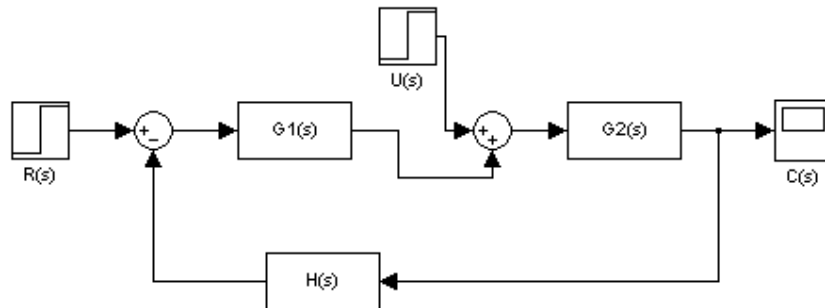


30. Determinar la función de transferencia de los controladores:

- a) Proporcional
- b) Proporcional Integral

- c) Proporcional Derivativo
- d) Proporcional Integral Derivativo

31. Dado el siguiente diagrama de bloques:



Y siendo:

- $G_1(s)$: función de transferencia del controlador
- $G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 20}$
- $H(s) = 1$
- Problema Servo
- Entrada Escalón unitaria

Determinar el error en estado estacionario para los siguientes controladores:

- a) Proporcional
- b) Proporcional Integral
- c) Proporcional Derivativo
- d) Proporcional Integral Derivativo

Trabajando con los siguientes parámetros:

Controlador	Función de transferencia	k_p	k_p / τ_i	$k_p \tau_d$
P	k_p	300	-	-
PI	$k_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s}\right)$	30	70	-
PD	$k_p (1 + \tau_d s)$	300	-	10
PID	$k_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s\right)$	350	300	50

Sintonización**32.** Método de la curva de reacción del Proceso:

Determinar los valores de K_p , K_i , K_d para un controlador de tres modos a partir de la curva de reacción del proceso, para un sistema de realimentación unitaria con una planta cuya función de transferencia es:

$$G_p = \frac{1}{(s + 2)(s + 3)(s + 4)}$$

¿Qué valores de K_p , K_i y K_d mejoran el tiempo de respuesta?

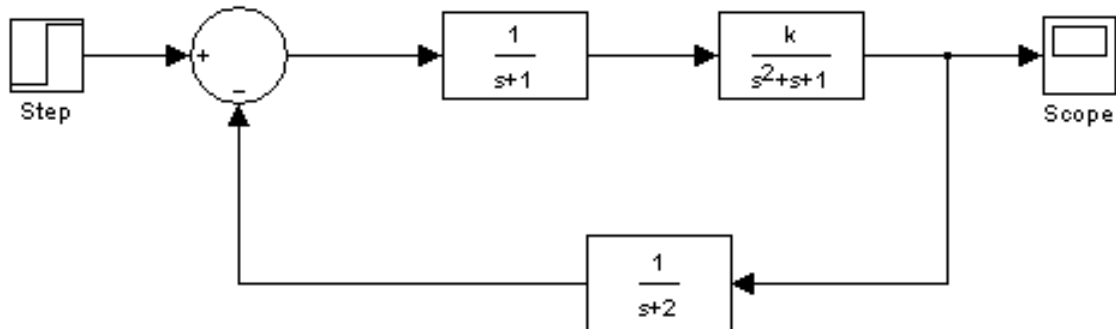
33. Método de la última ganancia:

Determine los parámetros del controlador PID para el sistema de control cuya Función de Transferencia en Lazo Cerrado es:

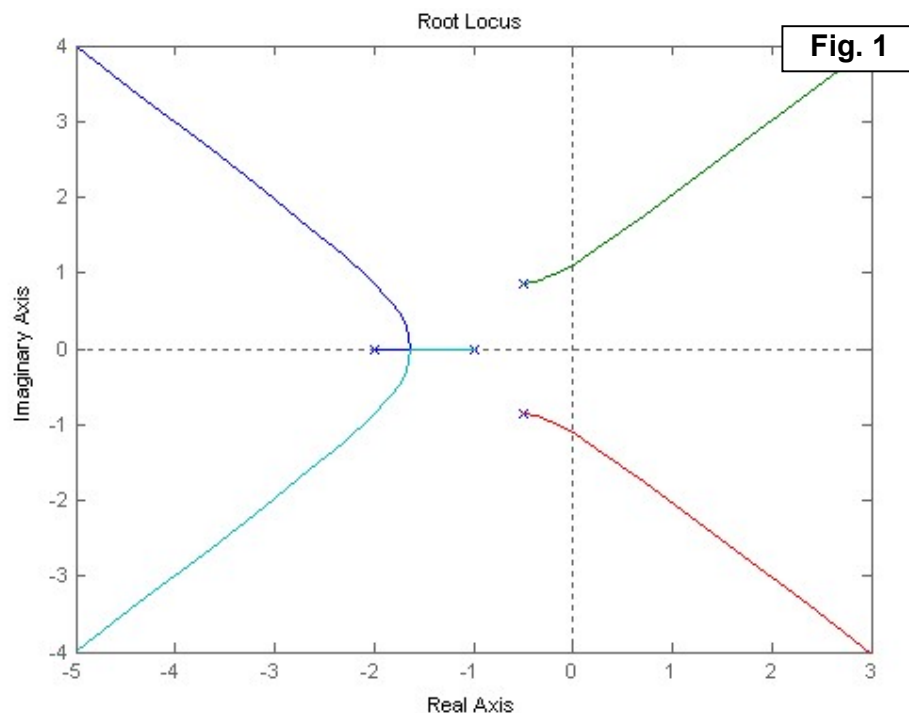
$$FTLC = \frac{1}{\frac{1}{6}s^3 + s^2 + \frac{11}{6}s + 1 + K_c}$$

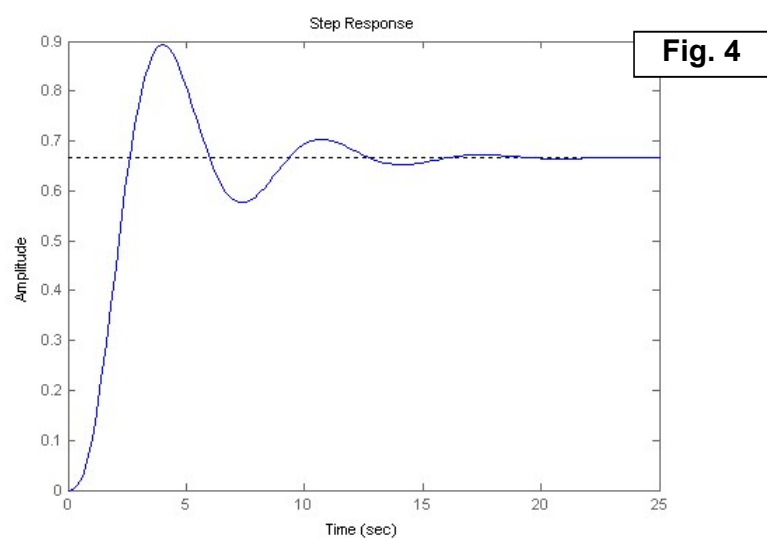
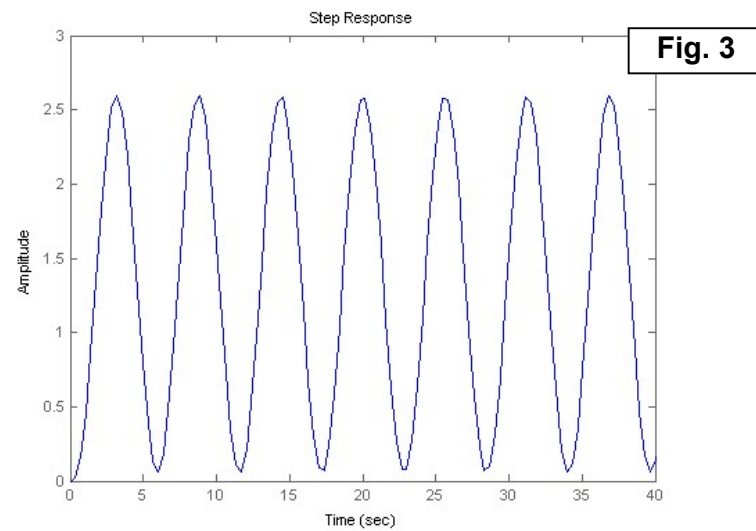
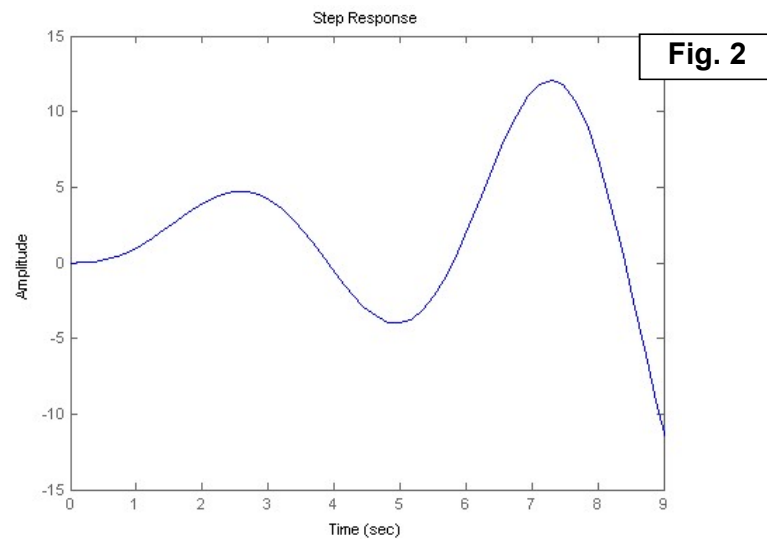
Análisis de Gráficas

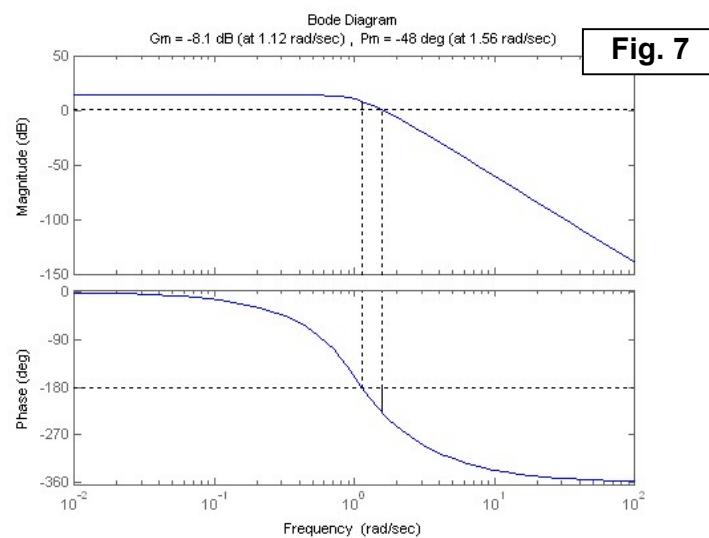
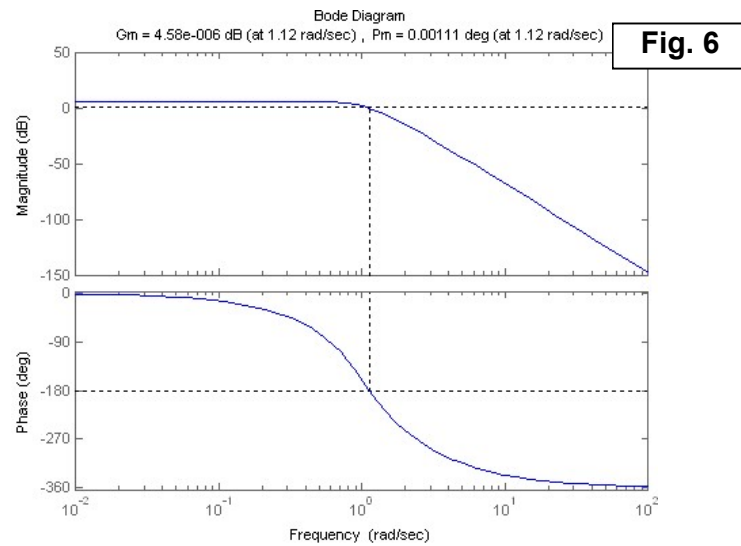
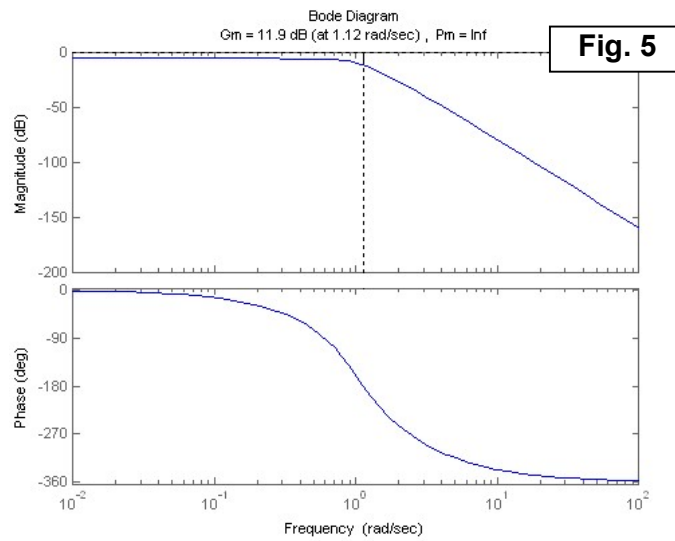
1. Dado el sistema modelado por el siguiente diagrama de bloques:

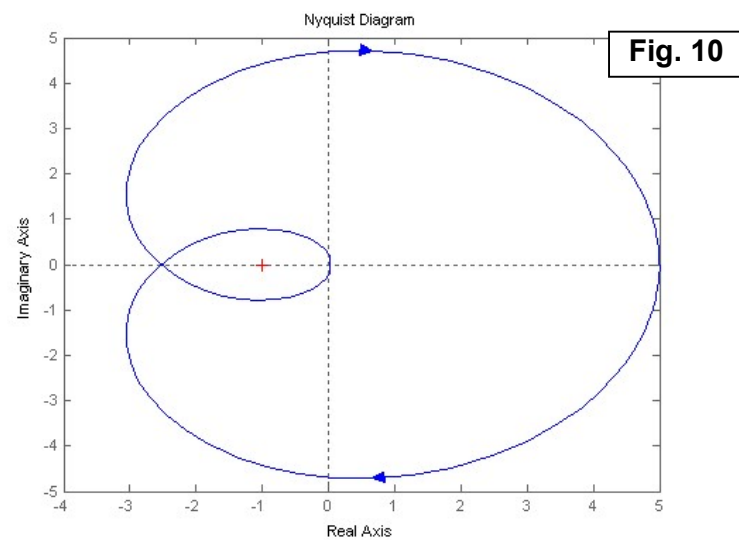
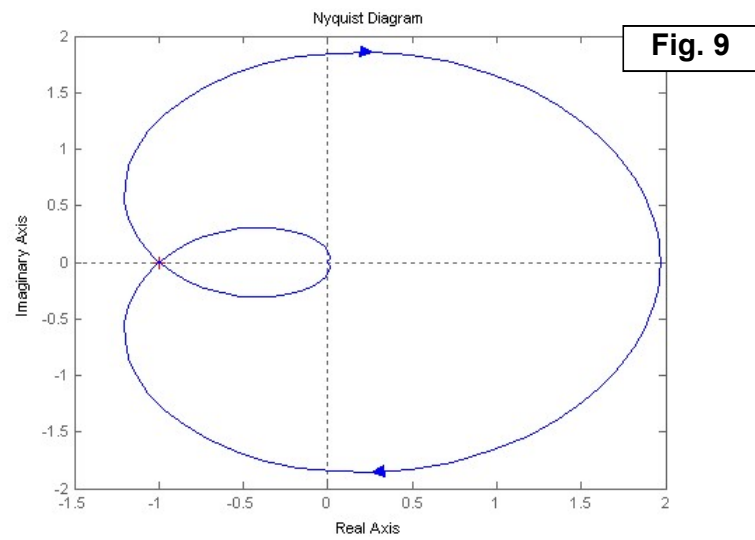
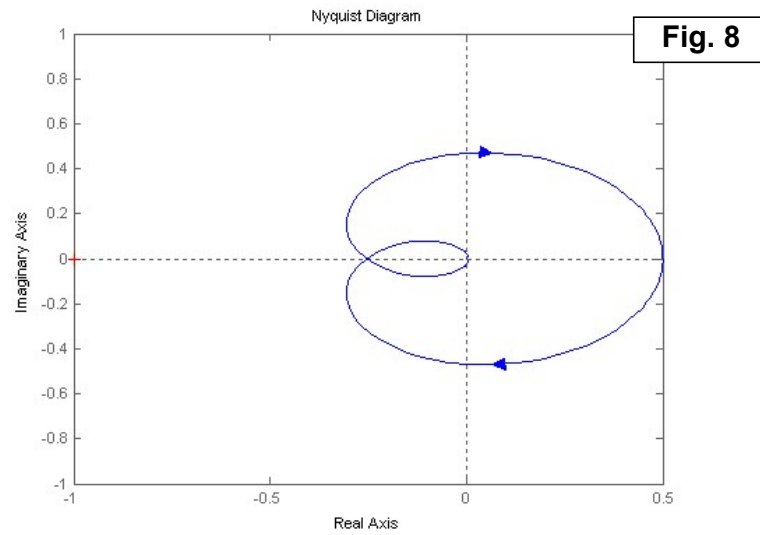


- A. Hallar la función de transferencia en lazo abierto
- B. Hallar la función de transferencia en lazo cerrado
- C. Lugar Geométrico de las Raíces
- D. Determinar el valor de k que hace al sistema inestable
- E. Analizar estabilidad, variando el parámetro k
 - i. Diagrama de BODE
 - ii. Diagrama de Nyquist
 - iii. Obtener la salida $C(t)$ para distintos valores de k
 - iv. Hallar los polos de la FTLC en cada caso del punto c.

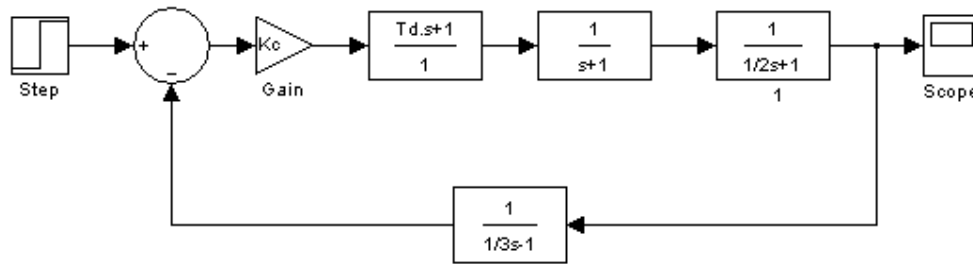








2. Dado el sistema modelado por el siguiente diagrama de bloques:



A. Siendo $T_d = 1/9$

- i. Hallar la función de transferencia en lazo abierto
- ii. Hallar la función de transferencia en lazo cerrado
- iii. Graficar el Lugar Geométrico de las Raíces
- iv. Determinar el valor de k que hace al sistema inestable
- v. Diagrama de BODE
- vi. Diagrama de Nyquist
- vii. Analizar estabilidad, variando el parámetro k
- viii. Obtener la salida $C(t)$ para distintos valores de k

B. Repetir el análisis para $T_d = 2/3$

