

语音信号处理:

第2章作业思路提示



第2章作业

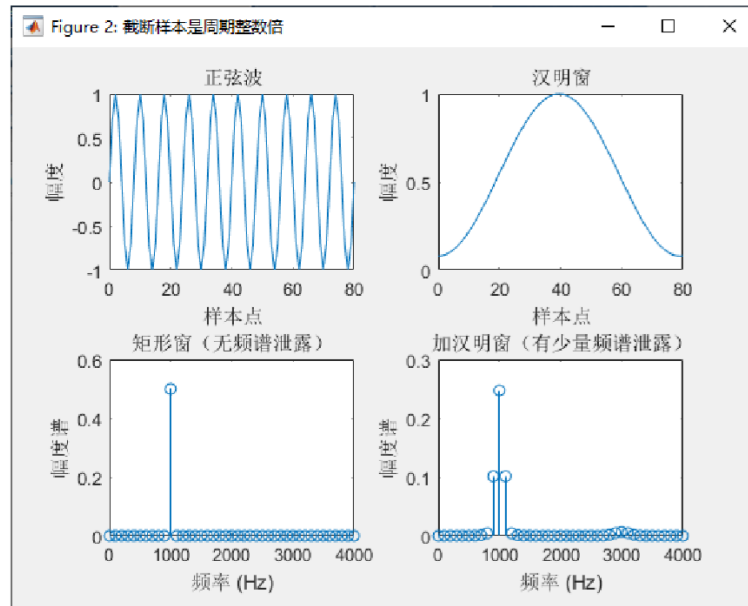
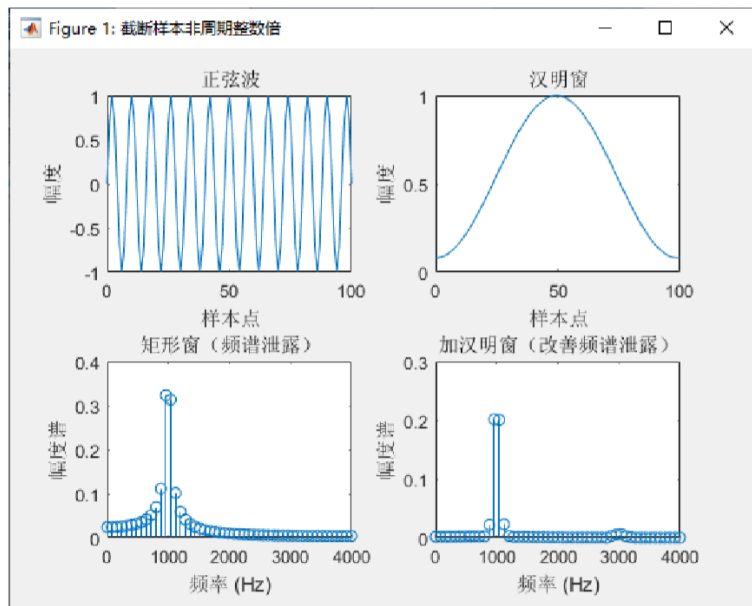
1、思考题

1.1 窗函数比较

(1) 请比较2种窗函数，矩形窗和汉明窗。在对语音信号进行分帧加窗的过程中，哪一种窗函数更好？请说明原因。

以1000hz的正弦波为例进行说明：

- 非整数周期倍数截断，产生频谱泄露
- 整数周期截断，不加窗不会出现频谱泄露



语音信号帧无法满足所有的频率都是周期的整数倍。所以，一定会出现频谱泄露，只能通过加窗的方法，来减少频谱泄露。

第2章作业

1.2 证明题

(2) 对于一个长度为N的实数序列 $x(n)$, 离散傅里叶变换为 $X(k)$. ①请写出 $X(0)$ 与 $X(N/2)$ 的值的表达式; ②请证明 $X(k)$ 的共轭对称性, 即: $X(N-i) = X^*(i)$ $0 \leq i < N/2$

对于一个长度为 N 的实数序列 $x(n)$, 它的离散傅里叶变换为 $X(k)$ 。我们知道离散傅里叶变换可以表示为以下公式:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N}$$

1. 计算 $X(0)$ 和 $X(N/2)$ 的值: 把 $k=0$ 带入到上面的公式

◦ 把 $k=0$ 带入到上面的公式:

$$X(0) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)$$

◦ 把 $k=N/2$ 带入公式:

$$\begin{aligned} X(N/2) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\pi n} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)(\cos(-\pi n) + j\sin(-\pi n)) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)(-1)^n \end{aligned}$$

2. 证明 $X(k)$ 的共轭对称性

$$\begin{aligned} X(N-i) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi(N-i)n/N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{j2\pi in/N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi(-i)n/N} \\ &= X^*(i) \end{aligned}$$

因为 $X(i) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi in/N}$, 与 $\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi(-i)n/N}$ 互为共轭关系。

这里要注意的是, 当 $i = 0$ 或 $i = N/2$ 时, $X(N-i)$ 和 $X(i)$ 实际上是同一个元素, 即 $X(0)$ 和 $X(N/2)$ 。且他们2个的虚部为0, 因此, 上述共轭对称性结论成立。

第2章作业

2、计算题

给定两个有限长序列：

$$x_1(n) = \{1, 5, 7, 3, 2, 1, 6, 9\} \quad 0 \leq n \leq 7 \quad N_1 = 8$$

$$x_2(n) = \{2, 4, 6, 1, 3\} \quad 0 \leq n \leq 4 \quad N_2 = 5$$

分别计算 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的线性卷积和圆周卷积（点数为8）结果，观察二者在哪些位置具有相同的值。

根据线性卷积的公式：

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n-m)h(m) = x(n) * h(n)$$

- 先对 x_1 的左右两边各补 $(N_2 - 1) = 4$ 个零，新的 $x_1(n) = \{0, 0, 0, 0, 1, 5, 7, 3, 2, 1, 6, 9, 0, 0, 0\}$
- 写成向量形式（索引从右到左实现翻折），卷积= 对应位置相乘再相加，每个卷积值的求解可以用向量的内积表示，因此对 n 个卷积值，可以用矩阵的乘法表示如下：矩阵size= $(m+n-1, m)$ 即 $(12, 5)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 7 & 5 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 7 & 5 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 7 \\ 9 & 6 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 9 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 9 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ y(5) \\ y(6) \\ y(7) \\ y(8) \\ y(9) \\ y(10) \\ y(11) \end{bmatrix}$$

根据圆周卷积的公式：

$$X_1(k) = DFT[x_1(n)]$$

$$X_2(k) = DFT[x_2(n)]$$

$$Y(k) = X_1(k)X_2(k)$$

$$y(n) = IDFT[Y(k)]$$

计算圆周卷积的步骤：

- 首先确认点数 N
- 对于序列长度小于 N 的，在其后面补0，使序列长度达到 N
- 然后计算2个序列的FFT
- 2个序列的FFT结果再相乘
- 对相乘的结果再IFFT得到圆周卷积结果

线性卷积结果： $y(n) = \{2, 14, 40, 65, 66, 50, 52, 59, 79, 63, 27, 27\}$

圆周卷积结果： $y(n) = \{81, 77, 67, 92, 66, 50, 52, 59\}$

对比可知：最后面的4个点是一致的。即圆周卷积的后面 $N_1 - N_2 + 1 = (8 - 5 + 1) = 4$ 个点的结果与线性卷积的结果一致。

感谢各位聆听

Thanks for Listening

