Đại học Công nghệ Thông tin HKI 2018-2019

Khoa Khoa học Máy tính

ĐỀ THI MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN
Thời gian: 90 phút
(Không được sử dụng tài liệu)

ĐỀ 1

Câu 1: (1.5 điểm) Ký hiệu tiệm cận

a) Chứng minh (0.5đ):

f(n) + g(n) = Θ (max (f(n), g(n))) Lưu ý: Θ là Big – Theta

b) Với mỗi nhóm hàm bên dưới, hãy sắp xếp các hàm số theo thứ tự tăng dần của "order of growth" và có giải thích ngắn gọn cách thực hiện (1 điểm):

Group 1: $f_1(n)=\binom{n}{n-2}$ $f_2(n)=\sqrt{n}(\log n)^4$ $f_3(n)=n^{5(\log n)^2}$ $f_4(n)=4\,logn+10\log(logn)$	**Group 2:** $f_5(n)=n2^{n/2}$ $f_6(n)=n^{\log n}$ $f_7(n)=n^{\sqrt{n}}$ $f_8(n)=2^n$

(Lưu ý ký hiệu: log là log cơ số 2, $\binom{n}{k}$ là tổ hợp chập k của n)

Câu 2: (3.5 điểm) Đánh giá độ phức tạp

a) Đếm số phép gán, số phép so sánh được thực hiện trong đoạn chương trình sau, suy ra độ phức tạp thuật toán (2 điểm). Lưu ý: không cần rút gọn Gán (n), Sosánh(n).

```
i= 1;count = 0;
while (i ≤ 3*n)
{
      x = i - 2*n;
      y = n - i ;
      j = 1;
      while (j ≤ x)
      {
            count = count - 1;
            j = j+2;
      }
      if (y > 0)
            if (x > 0)
                  count = count + 1;
      i = i+1;
}
```

SV CHỌN LÀM 1 TRONG 2 CÂU SAU: 2b hoặc 2c

b) Giải phương trình đệ quy sau dùng **hàm sinh** (1.5 điểm)

$$\begin{cases} T(n) = 2T(n-1) + 7 & \text{nếu } n > 0 \\ T(0) = 1 \end{cases}$$

c) Đánh giá độ phức tạp của hàm f được cho bên dưới:

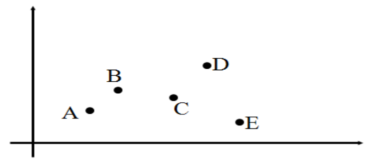
```
int f (int n)
{
        if (n==1)        return 2;
        return  3^(f(n/2)) + 2*log(f(n/2)) – f(n/2) +1;
}
```

Yêu cầu: Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn) và giải phương trình để xác định độ phức tạp của giải thuật dùng **phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế) (1.5 điểm)**.

Câu 3: (5 điểm):

a) Bài toán "Sắp hạng trong không gian 2 chiều" được mô tả như sau: Cho 2 điểm $A(a_1, a_2)$ và $B(b_1, b_2)$, A được gọi là "trội hơn" B nếu $a_1 > b_1$ và $a_2 > b_2$. Cho tập S có n điểm trong không gian 2 chiều, hạng của điểm X là số lượng các điểm mà X trội hơn. Hãy sắp hạng các điểm trong tập S.

Ví dụ: tập S = {A, B, C, D, E} như hình bên dưới và hạng của các điểm là:



rank(A)= 0 rank(B) = 1 rank(C) = 1

rank(D) = 3 rank(E) = 0

Yêu cầu: Thiết kế một <u>thuật toán</u> để giải bài toán trên và không dùng phương pháp Brute Force là so sánh trực tiếp từng cặp điểm.

b) Bài toán "Các dãy con **tăng** có tổng cho trước" được mô tả như sau: Cho dãy số nguyên dương $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ và một số nguyên dương M. Tìm tất cả các dãy con **tăng** của dãy a (có ràng buộc bảo toàn tính thứ tự) sao cho tổng của các phần tử trong dãy con bằng M. Ví dụ: cho dãy (7, 1, 4, 3, 5, 6) và M = 11, các dãy con thỏa mãn ràng buộc là: (1, 4, 6); (5, 6).

Yêu cầu: Thiết kế một <u>thuật toán</u> để giải bài toán trên.

Lưu ý: Các thuật toán phải được trình bày dưới dạng mã giả và có chú thích cho người đọc dễ hiểu.

______________________HẾT______________________

Gợi ý: Một số công thức tính tổng quan trọng

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \approx \frac{1}{2}n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \approx \frac{1}{3}n^3$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k \approx \frac{1}{k+1}n^{k+1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = 1 + a + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \ (a \neq 1);$$

$$\sum_{i=1}^{n} i2^i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772$$

$$\sum_{i=1}^{n} \log i \approx n \log n$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} (n)\, x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\, x^n = \frac{1}{(1-x)^2}$$