



TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH BÀI TẬP MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN Bài tập quá trình bắt buộc :

QUY HOẠCH ĐỘNG VỚI KNAPSACK

Sinh viên thực hiện: Trần Văn Lực 20521587

TP.HCM, ngày 1 tháng 6 năm 2022

Knapsack

Bài toán:

Cho 4 đồ vật và một cái ba lô có thể đựng trọng lượng tối đa 10, mỗi đồ vật i có trọng lượng w_i và giá trị là p_i .

Chọn một cách lựa chọn các đồ vật cho vào túi sao cho trọng lượng không quá \underline{M} và tổng giá trị là lớn nhất. Mỗi đồ vật hoặc là lấy đi hoặc là bỏ lai.

Item	1	2	3	4
Weight	4	5	3	2
Price	4	2	8	6

1) Phân tích đặc trưng "Optimal substructure";

Với mỗi đồ vật nếu theo giải thuật vét cạn để tìm ra cách chọn các đồ vật sao cho tốt ưu thì độ phức tạp sẽ là $O(2^n)$

Ta nhận thấy giải pháp tối ưu của bài toán knapsack trên với trọng lượng tối đa là 10 có thể được xây dựng từ giải pháp tối ưu của bài toán con tối ưu ví dụ:

$$F_{4,10}$$
 tối ư $u = \max(F_{3,10}$ tối ư $u, v_4 + F_{3,10-w_4}$ tối ư $u)$

⇒ Bài toán này có Optimal substructure

Ta nhận thấy rằng: Giá trị của cái túi phụ thuộc vào 2 yếu tố: Có bao nhiều vật đang được xét và trọng lượng cái túi có thể chứa được, do vậy chúng ta có 2 đại lượng biến thiên. Cho nên hàm mục tiêu sẽ phụ thuộc vào hai đại lượng biến thiên. Do vậy bảng phương án của chúng ta sẽ là bảng 2 chiều F[i,m] là một cấu trúc tối ưu cho bài toán này.

Mỗi trạng thái: $F_{i,m} = v$

- + Trong đó:
 - i: giai đoạn đưa ra quyết định chọn hay không chọn vật thứ i
 - *m*: sức chứa của túi trước khi đưa ra quyết định.
 - v: giá trị lớn nhất của chiếc túi sau khi đưa ra quyết định với sức chứa của túi = m

Mối quan hệ giữa các trạng thái là : $F_{i, m} = max(F_{i-1, m}, v_i + F_{i-1, m-w_i})$

2) Xác định phương trình quy hoạch động

Phương trình quy hoạch động:

$$F_{i,m} = \begin{cases} 0 & \text{n\'eu } i = 0 \text{ or } m = 0 \\ max(F_{i-1,m}, v_i + F_{i-1,m-w_i}) \end{cases}$$

3) Tạo bảng lưu trữ kết quả của các bài toán con khi giải lần đầu;

Tạo bảng có i+1 dòng và m+1 cột để lưu trữ kết quả của các bài toán con ,có F[0,j]=0

_	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1											
2											
3											
4											

4) Xây dựng lời giải của bài toán ban đầu;

Khởi tạo mảng kết quả ans[] có i + 1 phần tử đều =0 (chưa chọn)

Khởi tạo phần tử D = F[I,m] = phần tử cuối cùng trong bảng lưu trữ kết quả For(k := i-1 đến 0)

Nếu D == 0 : dừng vòng lặp

Nếu D == F[k,m]: (đồ vật thứ k+1 không được chọn) continue

Nếu D != F[k,m] :(đồ vật thứ k+1 được chọn)⇔ ans[k+1] =1

$$D=F[k,m], m-=w[k+1]$$

5) Minh họa áp dụng bằng cách điền giá trị vào bảng và truy xuất lời giải theo Ví dụ bên dưới

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	4
2	0	0	0	0	4	4	4	4	4	6	6
3	0	0	0	8	8	8	8	12	12	12	12
4	0	0	6	8	8	14	14	14	14	18	18

Truy xuất lời giải: D = F[4,10]=18:

ta có D =
$$F[4,10] = 18 != F[3,10] = 12 => vật thứ 4 được chọn ,D = 12,m = 8$$

xét phần tử tiếp theo là D = 12 != $F[2,8] = 4 => vật thứ 3 được chọn,D = 4,m = 5$
xét phần tử tiếp theo là D = $4 == F[2,8] => vật thứ 2 không được chọn$
xét phần tử tiếp theo là D = $4 != F[0,5] = 0 => vật thứ 1 được chọn D = 0,m = 1$
D == 0: dừng

⇒ Các đồ vật cho vào túi là: 1, 3, 4 và tổng giá trị là 18