Đại học Công nghệ Thông tin HKI 2018-2019

Khoa Khoa học Máy tính

ĐỀ THI MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN
CS112.J11.KHTN
Thời gian: 90 phút
(Không được sử dụng tài liệu)

ĐỀ 2

Câu 1: (1.5 điểm)

a) Chứng minh (0.5 điểm):

$$O(f(n)) + O(g(n)) = O(\max\{ f(n), g(n)\})$$

b) Với mỗi nhóm hàm bên dưới, hãy sắp xếp các hàm số theo thứ tự tăng dần của "order of growth" và có giải thích ngắn gọn cách thực hiện (1 điểm):

Group 1:	$f_1(n)=\binom{n}{n-2}$	**Group 2:**	$f_5(n)=n^{\log n}$
	$f_2(n)=\sqrt{n}(\log n)^4$		$f_6(n)=n^{n^{1/5}}$
	$f_3(n)=n^{5(\log n)^2}$		$f_7(n)=5^{5n}$
	$f_4(n)=4\,logn+10\log(logn)$		$f_8(n)=4^{n^4}$

(Lưu ý ký hiệu: log là log cơ số 2, $\binom{n}{k}$ là tổ hợp chập k của n)

Câu 2: (3.5 điểm) Đánh giá độ phức tạp

a) Đếm số phép gán, số phép so sánh được thực hiện trong đoạn chương trình sau, suy ra độ phức tạp thuật toán (2 điểm). Lưu ý: không cần rút gọn Gán (n), Sosánh(n).

```
i = 1; count =0;
while ( i ≤ 4n)
{     x=(n-i)(i-3n) ;
      y=i-2n;
      j=1;
      while (j  ≤ x )
      {     count = count - 2;
            j = j  + 2;
      }
      if (x>0)
            if (y>0)
                  count = count +1;
      i = i + 1;
}
```

SV CHỌN LÀM 1 TRONG 2 CÂU SAU: 2b hoặc 2c

b) Giải phương trình đệ quy sau dùng **hàm sinh** (1.5 điểm)

$$\begin{cases} T(n) = 7T(n-1) - 12T(n-2) & \text{nếu } n > 1 \\ T(0) = 1 \\ T(1) = 2 \end{cases}$$

c) Xét giải thuật "Nhân 2 số nguyên dương lớn có n chữ số" một cách phát thảo như sau:

```
mult (X, Y, n)
{
        if (n = 1) return X*Y;
        // Chia X, Y thành các số nguyên lớn có n/2 chữ số: X = A 10^(n/2) + B và Y = C 10^(n/2) + D
        A = left(X, n/2);
        B = right(X, n/2);
        C = left(Y, n/2);
        D = right(Y, n/2);

        // X.Y = AC 10^n + [ (A-B)(D-C) + AC + BD] 10^(n/2) + BD
        m1 = mult(A,C, n/2);
        m2 = mult(A-B,D-C, n/2);
        m3 = mult(B,D, n/2);

        return ((m1 * 10^n+ (m1+m2+m3)* 10^(n/2) + m3));
}
```

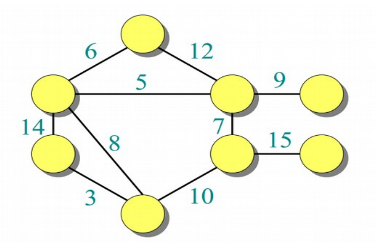
Yêu cầu: Thành lập phương trình đệ quy (kèm giải thích ngắn gọn) và giải phương trình để xác định độ phức tạp của giải thuật dùng **phương pháp truy hồi (còn gọi là thay thế)** (1.5 điểm).

Câu 3: (5 điểm)

a) Cho G = (V, E) là một đồ thị vô hướng liên thông, trong đó V là tập đỉnh, E là tập cạnh và các cạnh đều có trọng số. Cây T = (V, F) với F ⊂ E được gọi là cây khung của G. Cây không có chu trình và có n - 1 cạnh. Cây khung ngắn nhất hay còn gọi là cây khung tối tiểu là cây khung của G có tổng độ dài (trọng số) các cạnh nhỏ nhất. Tìm cây khung tối tiểu của G.

Yêu cầu (3 điểm): - Hãy thiết kế một thuật toán **"quay lui"** để giải bài toán trên (trình bày dưới dạng mã giả và có chú thích cho người đọc dễ hiểu).

- Trình bày một **cách giải khác** (chỉ cần nêu ý tưởng) có độ phức tạp thấp hơn thuật toán quay lui ở trên và minh họa cách giải này cho ví dụ sau:



b) Cho bài toán "Chuỗi con chung dài nhất" được mô tả như sau: Cho 2 chuỗi X = <x_1 x_2 … x_m> và Y = <y_1 y_2 … y_n>. Tìm chuỗi con chung dài nhất (LCS) của X và Y. Chuỗi con của một chuỗi nhận được từ chuỗi ấy bằng cách xóa đi 1 số phần tử.

Yêu cầu (2 điểm): Trình bày ý tưởng giải bài toán trên bằng phương pháp **"Quy hoạch động"** và áp dụng để giải trường hợp cụ thể sau: Tìm chuỗi con chung dài nhất của 2 chuỗi X = <a d c d b> và Y = <d c a b>

____________________HẾT____________________

Gợi ý: Một số công thức tính tổng quan trọng

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \approx \frac{1}{2}n^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \approx \frac{1}{3}n^3$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^k = 1^k + 2^k + \cdots + n^k \approx \frac{1}{k+1}n^{k+1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} a^i = 1 + a + \cdots + a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1} \ (a \neq 1);$$

$$\sum_{i=1}^{n} i2^i = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n2^n = (n-1)2^{n+1} + 2$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} \approx \ln n + \gamma, \text{ where } \gamma \approx 0.5772$$

$$\sum_{i=1}^{n} \log i \approx n \log n$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} & \sum_{n=0}^{\infty} (n)\, x^n = \frac{x}{(1-x)^2} \\ \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)\, x^n = \frac{1}{(1-x)^2} & \end{array}}$$