
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

KHOA KHOA HỌC MÁY TÍNH

BÀI TẬP MÔN PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THUẬT TOÁN

HOMEWORK #01: ĐÁNH GIÁ THUẬT TOÁN DÙNG KỸ THUÂT TOÁN SƠ CẤP

GV hướng dẫn: Huỳnh Thị Thanh Thương

Nhóm thực hiện: Nhóm 5

1. Trần Văn Lực 20521587
2. Dương Thành Bảo Khanh 20521444
3. Lê Nguyễn Bảo Hân 20520174
4. Nguyễn Trần Minh Anh 20520394

TP.HCM, ngày 8 tháng 3 năm 2022

Bài 1: Tính tổng hữu hạn

a. $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 999$ (1)

Ta có: $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5$

Thấy: $a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = 2$

$\Rightarrow$ (1) là cấp số cộng với $d = 2$

$a_n = 999 \Rightarrow n = \frac{(a_n - a_1)}{d} + 1 = \frac{999-1}{2} + 1 = 500$

$\Rightarrow S_n = \frac{n(\, a_1 + a_n)}{2} = \frac{500(1+999)}{2} = 250000$

b. $2 + 4 + 8 + 16 + \cdots + 1024$ (2)

Ta có: $a_1 = 2, a_2 = 4\,, a_3 = 8$

Thấy: $\frac{a_3}{a_2} = \frac{a_2}{a_1} = 2 \Rightarrow$ (2) là cấp số nhân với $a = 2, q = 2$

$a_n = 1024 = 2^{10} \;\Rightarrow aq^{n-1} = 2^{10} \Rightarrow n = 10$

$\Rightarrow S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{2\left(1-2^{10}\right)}{1-2} = 2046$

c. $\sum_{i=3}^{n+1} 1 = n + 1 - 3 + 1 = n - 1$

d. $\sum_{i=3}^{n+1} i = 3 + 4 + 5 + 6 + \cdots + n + n + 1 = \frac{(n+1)(3+n+1)}{2}$

e. $\sum_{i=0}^{n-1} i(i+1) = \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + i = \sum_{i=0}^{n-1} i^2 + \sum_{i=0}^{n-1} i = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6} + \frac{n(n-1)}{2}$

f. $\sum_{j=1}^{n} 3^{j+1} = \sum_{j=1}^{n} 3 * 3^j = 3 * \sum_{j=1}^{n} 3^j = 3 * \frac{3(3^n-1)}{3-1} = \frac{9}{2}(3^n - 1)$

g. $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} ij = \sum_{i=1}^{n} i \sum_{j=1}^{n} j = \sum_{i=1}^{n} i\,(1 + 2 + \cdots + n)$

$= \frac{n(n+1)}{2} \sum_{i=1}^{n} i = (\frac{n(n+1)}{2})^2$

h. $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} - \frac{1}{i+1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \;-\; \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(i+1)}$

$= \ln(i) + \gamma$ -($\ln(i) + \gamma$ -1+$\frac{1}{n+1}$)= 1- $\frac{1}{n+1}$

i. $\sum_{j\in\{2,3,5\}} j^2 + j = 2^2 + 2 + 3^2 + 3 + 5^2 + 5 = 148$

j. $\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{n} \sum_{k=0}^{100} (i + j) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{n} 101(i + j)$

$= 101 \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{n} i + 101 \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=0}^{n} j = 101 \sum_{i=1}^{m} (n + 1) * i +$
$101 \sum_{i=1}^{m} \frac{(n+1)(n+0)}{2}$

$= 101 * (n + 1) * \frac{m(m+1)}{2} + 101 * m * \frac{(n+1)n}{2}$

Bài 2: Đếm phép so sánh và phép gán:

```
s = 0;                  {1 g}
i = 1;                  {1 g}
while (i ≤ n) do        {n + 1 ss}
    j = 1;              {n g}
    while (j ≤ i²) do   {αi +1 ss}
        s = s + 1;
        j = j + 1;      { 2αi g}
    end do;
    i = i + 1;          {n g}
end do;
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

số phép gán (n) = 2 + 2n + $\sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i$

số phép so sánh (n) = n+ 1 + $\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i + 1)$

Vòng lặp while trong thực hiện khi $j \le i^2$, j *ban* đầu $= 1$

⇒ Số lần lặp vòng while trong độc lập với vòng while ngoài là số con j, với j từ $1 \rightarrow i^2$, bước tăng là 1 ⇒ số lần lặp vòng while trong độc lập với vòng while ngoài là i^2 lần

⇨ $\boldsymbol{\alpha_i} = i^2$

Số phép gán (n) = 2 + 2n + $\sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i$

$$= 2 + 2n + 2\sum_{i=1}^{n} i^2 \qquad = 2 + 2n + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

Số phép so sánh (n) = n+ 1 + $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$= n + 1 + $\sum_{i=1}^{n} i^2 + \sum_{i=1}^{n} 1$

$$= 2n + 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

Bài 3: Đếm số phép gán và so sánh.

```
        sum = 0                               {2g}
        i = 1
        while i≤n do                          {n + 1 ss}
              j = n-i*i                       {n g}
              while j ≤ i*i do                {a + 1 ss}
Pi →                sum=sum + i*j             {2a g}
                    j=j+1
              endw
              i=i+1                           {n g}
        endw
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

G(n) = 2 + 2n + $\sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i$

SS(n) = 1 + n + $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$

Xét P_i**, ta có:** $\mathbf{n - i^2 \le i^2 \rightarrow n \le 2i^2 \rightarrow i \ge} \sqrt{\frac{n}{2}}$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 \text{ nếu } i < \sqrt{\frac{n}{2}} \\ 2i^2 - n + 1 \text{ nếu } i \ge \sqrt{\frac{n}{2}} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ **G(n) = 2 + 2n + 2**$\sum_{i=\sqrt{\frac{n}{2}}}^{n}(2i^2 - n + 1)$

$$= 2 + 2n + 2\left(n + \sqrt{\frac{n}{2}}\right)^2\left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right) + \left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right)(1 - n)$$

$$= 2 + 2n + \left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right)\left[2\left(n + \sqrt{\frac{n}{2}}\right)^2 + (1 - n)\right]$$

$\Rightarrow$ **SS(n) = 1 + n +** $\sum_{i=\sqrt{\frac{n}{2}}}^{n}(2i^2 - n + 2)$

$$= 1 + n + \left(n + \sqrt{\frac{n}{2}}\right)^2\left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right) + \frac{1}{2}\left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right)(2 - n)$$

$$= 1 + n + \left(n - \sqrt{\frac{n}{2}} + 1\right)\left[\left(n + \sqrt{\frac{n}{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}(2 - n)\right]$$

Bài 4: Đếm số phép gán và so sánh.

```
float Alpha (float x, long n)
{       long i= 1; float z = 0;            {2 g}
        while ( i ≤ n)                      {n + 1 ss}
        {       long j = 1; float t = 1;    {2a g}
                while (j  ≤ i )             {b + 1 ss}
                {       t = t*x;
                        j = 2*j;            {2b g}
                }
                z = z+i*t;
                i=i+1;                      {2n g}
        }
        return z;
}
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

G(n) = 2 + 4n + $\sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i$

SS(n) = 1 + n + $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$

Xét vòng lặp while bên trong, ta có cứ mỗi lần điều kiện $j \leq i$ thoả, j sẽ nhân lên 2

$\rightarrow$ j sẽ nhân 2 cho đến khi bé hơn hoặc bằng i

$\rightarrow$ tổng số lần lặp k của j là: $k = \log_2 i + 1$

Từ đó ta có được công thức tính số phép gán và số phép so sánh cụ thể:

⇒ **G(n) = 2 + 4n + 2**$\sum_{i=1}^{n}(\log_2 i + 1)$
= 2 + 6n + 2$\log_2 n!$

⇒ **SS(n) = 1 + n +** $\sum_{i=1}^{n}(\log_2 i + 2)$
= 1 + 3n + $\log_2 n!$

Bài 5: Đếm số phép gán và so sánh.

```
sum = 0; i = 1;                          {2 g}
while ( i ≤ n)                           {n + 1 ss}
{       j = n – i ;                      {n g}
        while (j  ≤ 2* i )               {a + 1 ss}
        {       sum = sum + i*j;
                j = j  + 2;              {2a g}
        }
        k = i ;                          {n g}
        while ( k > 0)                   {b + 1 ss}
        {       sum = sum + 1;
                k = k / 2;               {2b g}
        }
        i = i + 1;                       {n g}
}
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

$$\mathbf{G(n) = 2 + 3n} + \sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i + \sum_{i=1}^{n} 2\beta_i$$

$$\mathbf{SS(n) = 1 + n} + \sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1) + \sum_{i=1}^{n}(\beta_i + 1)$$

Gọi vòng lặp while trong với điều kiện $j \leq 2i$ là P_i, ta có số lần lặp của P_i được tuân theo các trường hợp:

$$\mathbf{n - i \leq 2i \rightarrow i} \geq \frac{n}{3} \rightarrow \begin{cases} 0 \text{ nếu } i < \frac{n}{3} \\ \frac{3i-n+1}{2} \text{ nếu } i \geq \frac{n}{3} \end{cases} \mathbf{(1)}$$

Gọi vòng lặp while trong với điều kiện $j \leq 2i$ là Q_i, với mỗi lần điều kiện k lớn hơn 0 thoả mãn, ta có giá trị của k giảm đi 2 lần.

→ k sẽ chia cho 2 đến khi k bé hơn hoặc bằng 0

→ tổng số lần lặp của k là: $\log_2 i + 1$ (2)

Từ (1) và (2), ta có công thức tính số phép gán và phép so sánh của chương trình là:

$\Rightarrow$ **G(n) = 2 + 3n +** $\sum_{i=1}^{n} 2\alpha_i$ **+** $\sum_{i=1}^{n} 2\beta_i$

= 2 + 3n + 2$\sum_{\left|i=\frac{n}{3}\right|}^{n}(\frac{3i-n+1}{2})$ **+ 2**$\sum_{i=1}^{n}(\log_2 i + 1)$

$\Rightarrow$ **SS(n) = 1 + n +** $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$ **+** $\sum_{i=1}^{n}(\beta_i + 1)$

= 1 + n + $\sum_{\left|i=\frac{n}{3}\right|}^{n}(\frac{3i-n+1}{2} + 1)$ **+** $\sum_{i=1}^{n}(\log_2 i + 2)$

Bài 6: Đếm số phép gán và so sánh.

```
i= 1;count = 0;                         {2 g}
while (i ≤ 3*n)                         {3n + 1 ss}
{
    x = 2*n - i;
    y = i - n ;                         {3 * 3n g}
    j = 1;
    while (j ≤ x)                       {a_i + 1 ss}
    {
        if(j ≥ n)                       {a_i ss}
            count = count - 1;          {b_i g}
        j = j+1;                        {a_i g}
    }
    if (y > 0)                          {3n ss}
        if (x > 0)                      {2n ss}
            count = count + 1;          {n - 1 g}
    i = i+1;                            {3n g}
}
```

Bảng xét dấu:

i	1	n	2n	3n
x	+		0	–
y	–	0	+	

- Vòng lặp ***while (j ≤ x)*** chỉ thực hiện khi 1 ≤ x (hay x > 0)
  Số lần lặp của while trong **(a_i)** = Số con j với j chạy từ 1→x, bước tăng j là 1

$$a_i = \begin{cases} x & khi\ x > 0 \\ 0 & khi\ x \le 0 \end{cases} = \begin{cases} 2n - i & khi\ i < 2n \\ 0 & khi\ i \ge 2n \end{cases}$$

- Câu lệnh ***count = count – 1*** chỉ thực hiện khi n ≤ j ≤ x
  Số lần thực hiện phép gán ***count = count – 1***
  = Số con j thỏa cả 2 điều kiện j ≤ x và j ≥ n, bước tăng j là 1

$$b_i = \begin{cases} x - n + 1 & khi\ x \ge n \\ 0 & khi\ x < n \end{cases} = \begin{cases} n - i + 1 & khi\ i \le n \\ 0 & khi\ i > n \end{cases}$$

- Câu lệnh ***if (x > 0)*** chỉ thực hiện khi y > 0

Số lần thực hiện phép so sánh x > 0 = Số con i thỏa y > 0 = 3n – (n+1) + 1 = 2n

- Câu lệnh ***count = count + 1*** chỉ thực hiện khi cả y > 0 và x > 0
  Số lần thực hiện phép gán ***count = count + 1***
  = Số con i thỏa 2 điều kiện y > 0 và x > 0
  = (2n-1) – (n+1) + 1 = n – 1

$$\boldsymbol{G(n)} = 2 + 9n + \sum_{i=1}^{3n}(a_i + b_i) + (n-1) + 3n$$
$$= 1 + 13n + \sum_{i=1}^{2n-1}(2n-i) + \sum_{i=1}^{n}(n-i+1)$$
$$= 1 + 13n + \frac{(2n-1)^2}{2} + \frac{n^2}{2}$$
$$= \frac{5}{2}n^2 + 11n + \frac{3}{2}$$

$$\boldsymbol{SS(n)} = 3n + 1 + \sum_{i=1}^{3n}(a_i + 1) + \sum_{i=1}^{3n} a_i + 3n + 2n$$
$$= 1 + 8n + \sum_{i=1}^{2n-1} 2(2n-i) + \sum_{i=1}^{3n} 1$$
$$= 1 + 8n + (2n-1)^2 + 3n$$
$$= 4n^2 + 7n + 2$$

Bài 7: Đếm số phép gán và so sánh.

```
i=1;                              {1 g}
count = 0;                        {1 g}
while(i<=4n)                      {4n + 1 ss}
{
    x=(n-i)(i-3n)
    y=i-2n                        {3 * 4n g}
    j=1
    while(j<=x)                   {a_i + 1 ss}
    {
        if(i>=2y)                 {a_i ss}
            count = count -2      {b_i g}
        j=j+1                     {a_i g}
    }
    i=i+1                         {4n g}
}
```

Bảng xét dấu:

i	1	n	2n	3n	4n
x	–	0	+	0	–
y	–		0	+	

- Vòng lặp ***while (j ≤ x)*** chỉ thực hiện khi 1 ≤ x (hay x > 0)
  Số lần lặp của while trong **(a_i)** = Số con j với j chạy từ 1→x, bước tăng j là 1

$$a_i = \begin{cases} x & khi\ x > 0 \\ 0 & khi\ x \le 0 \end{cases} = \begin{cases} (n-1)(i-3n) & khi\ n < i < 3n \\ 0 & khi\ i \le n; i \ge 3n \end{cases}$$

- Câu lệnh ***count = count – 2*** chỉ thực hiện khi cả j ≤ x và i ≥ 2y
  Số lần thực hiện phép gán ***count = count – 2***
  = Số con j thỏa cả 2 điều kiện j ≤ x và i ≥ 2y, bước tăng j là 1
  Ta có: i ≥ 2y ⇔ i ≥ 2(i-2n) ⇔ i ≤ 4n (luôn đúng trong vòng lặp)
  Yêu cầu còn lại là j ≤ x:

$$b_i = a_i = \begin{cases} x & khi\ x > 0 \\ 0 & khi\ x \le 0 \end{cases} = \begin{cases} (n-1)(i-3n) & khi\ n < i < 3n \\ 0 & khi\ i \le n; i \ge 3n \end{cases}$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{n}) = 2 + 12n + \sum_{i=1}^{4n} (a_i + b_i) + 4n$$

$$= 2 + 16n + \sum_{i=n+1}^{3n-1} 2(n-1)(i-3n)$$

$$\boldsymbol{SS}(\boldsymbol{n}) = 4n + 1 + \sum_{i=1}^{4n} (a_i + 1) + \sum_{i=1}^{4n} (a_i)$$

$$= 4n + 1 + \sum_{i=n+1}^{3n-1} 2a_i + \sum_{i=1}^{4n} 1$$

$$= 8n + 1 + \sum_{i=n+1}^{3n-1} 2(n-i)(i-3n)$$

Bài 8(*) Đếm số phép gán và so sánh.

```
i = 1; count =0;                              { 2 g }
while ( i ≤ 4n)                               { 4n + 1 ss}
{       x=(n-i)(i-3n) ;
        y=i-2n;                               3 * 4n g
        j=1;
        while (j  ≤ x )                       { ai + 1 ss }
        {       count = count - 2;
                j = j  + 2;                   { 2ai g }
        }
        if (x>0)                              { 4n  ss }
                if (y>0)                      { bi ss }
                        count = count +1;     { ci g }
        i = i + 1;                            {4n g }
}
```

Bài làm :

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

⇨ Số phép gán (n)=2 + 12n+4n +c_i + $\sum_{i=n+1}^{3n-1}(2ai)$

⇨ Số phép so sánh (n) = 4n + 1 + $\sum_{i=1}^{4n}(ai + 1)$ + 4n +b_i

xét câu lệnh if(x > 0) đúng khi x > 0 ⇔ (n-i)(i-3n)>0

$$\Leftrightarrow \left[\begin{cases} n-i > 0 \\ i-3n > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} n-i < 0 \\ i-3n < 0 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} i < n \\ i > 3n \end{cases} \\ \begin{cases} i > n \\ i < 3n \end{cases}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} i > n \\ i < 3n \end{cases}$$

với b_i là số lần thực hiện phép so sánh if (y > 0) và chỉ thực hiện khi x > 0 đúng

= số con i thỏa mãn điều kiện x > 0 là từ n+1 đến 3n-1 như đã xét trên

⇨ b_i = 3n-1 - (n+1) + 1= 2n -1 phép so sánh

và câu lệnh này đúng khi y > 0 ⇔ i -2n >0 ⇔ i > 2n

ta có bảng xét dấu sau

i	1	n	2n 3n	4n
x	-	0 +	+ 0	-
y	-	-	0 +	+

với c_i là số phép gán câu lệnh count =count +1 chỉ được thực hiện khi x> 0 và y > 0

vậy c_i = số con i thỏa mãn x > 0 và y > 0

dựa vào bảng xét dấu trên thì số lần thực hiện c_i phép gán ứng với số con i từ 2n +1 đến 3n – 1

⇨ c_i = 3n -1 – (2n +1) +1= n – 1 phép gán

a_i là số lần lặp vòng lặp while() trong và số lần lặp ứng với số con j thỏa mãn đk j <=x ⇔ j <= (n-i)(i-3n) và j chạy từ 1 đến (n-i)(i-3n) với bước nhảy là 2

⇨ số con j = $\frac{x}{2} = \frac{(n-i)(i-3n)}{2}$

và vòng lặp while chỉ thực hiện khi (n-i)(i-3n) >=1 ⇔ (n-i)(i-3n) > 0

và như đã xét ở trên thì (n-i)(i-3n)>0 khi $\begin{cases} i > n \\ i < 3n \end{cases}$

số lần lặp while trong a_i

= số con j chạy từ 1 đến x với bước nhảy là 2

- ⇨ $a_i = \begin{cases} \frac{x}{2} & khi\ x > 0 \\ 0 & khi\ x < 0 \end{cases}$

- ⇨ $a_i = \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{(n-i)(i-3n)}{2} & khi \begin{cases} i > n \\ i < 3n \end{cases} \\ 0 & th\ còn\ lại \end{cases}$

- ⇨ số phép gán trong vòng lặp while trong $= \sum_{n+1}^{3n-1}(2ai) = \sum_{n+1}^{3n-1}(n-i)(i-3n)$

- ⇨ Số phép gán (n)=2 + 12n+4n +c_i + $\sum_{i=n+1}^{3n-1}(2ai)$

$= 2 + 16n + n - 1 + 2\sum_{i=n+1}^{3n-1}\frac{(n-i)(i-3n)}{2}$

$= 17n + 1 + 2\sum_{i=n+1}^{3n-1}\frac{(n-i)(i-3n)}{2}$

- ⇨ Số phép so sánh (n) = 4n + 1 + $\sum_{i=1}^{4n}(ai + 1)$ + 4n +b_i

$= 8n + 1 + b_i + \sum_{i=1}^{4n}(ai) + \sum_{i=1}^{4n} 1$

$= 8n + 1 + 2n - 1 + \sum_{i=n+1}^{3n-1}\left(\frac{(n-i)(i-3n)}{2}\right) + \sum_{i=1}^{4n} 1$

$= 14n + \sum_{i=n+1}^{3n-1}\left(\frac{(n-i)(i-3n)}{2}\right)$

Bài 9: Đếm số phép gán và so sánh.

```
i=1;                                      { 2 g }
res=0;
while i≤n do                              { n + 1 ss }
        j=1;                              { 2n g }
        k=1;
        while j ≤ i do                    { ai + 1ss }
                res=res+i*j;
Pi              k=k+2;                    { 3ai g }
                j=j+k;
        endw
        i=i+1;                            { n g }
endw
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

- ⇨ Số phép gán (n)=2 + 3n + $\sum_{i=1}^{n}(3\alpha_i)$
- ⇨ Số phép so sánh (n) = n + 1 + $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$

Với α_i là số lần lặp của vòng while trong và số lần lặp ứng với số con j thỏa mãn đk j <= i ⇔ 1 <= i ⇔ 0 < i với bước tăng j là x sau mỗi lần lặp x tăng 2 nên tương ứng các giá trị của j ={1,4,9,16…} và j <= I => số con j = $\sqrt{i}$

- ⇨ $\alpha_i = \sqrt{i}$
- ⇨ Số phép gán (n)=2 + 3n + $\sum_{i=1}^{n}(3\sqrt{i}) = 2 + 3n + 3\sum_{i=1}^{n}(\sqrt{i})$
- ⇨ Số phép so sánh (n) = n + 1 + $\sum_{i=1}^{n}(\sqrt{i} + 1)$

Bài 10 : Đếm số phép gán và so sánh.

```
i = 1; ret = 0; s = 0;                          { 3 g }
while ( i ≤ n)                                  { n +1 ss }
{       j = 1 ;                                 { n g }
        s = s+1/i; // {số thực}                 { n g }
        while (j  ≤ s )                         { ai +1 ss }
        {       ret = ret + i*j;
                j = j  + 1;                     { 2ai g }
        }
        i = i + 1;                              { n g }
}
```

Dựa vào chương trình trên, ta có công thức tổng quát chung của số phép gán và so sánh là:

- ⇨ Số phép gán (n)=3 + 3n + $\sum_{i=1}^{n}(2\alpha_i)$
- ⇨ Số phép so sánh (n) = n + 1 + $\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i + 1)$

Với α_i là số lần lặp của vòng while trong và số lần lặp ứng với số con j thỏa mãn đk j <= s ,Xét số thực s ta có với s tại i=1 => s = 0+1

i=2 => s= 1 +$\frac{1}{2}$

i= n => s= 1 +$\frac{1}{2}$+ $\frac{1}{3}$ +……+ $\frac{1}{n}$

vậy giá trị của S tại mỗi giá trị của i =$\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{j} \approx \ln(i) + \gamma$ với $\gamma \approx 0.5772$

- ⇨ số lần lặp $\alpha_i = \lfloor ln(i) + \gamma \rfloor$
- ⇨ Số phép gán (n)=3 + 3n +2 $\sum_{i=1}^{n}(\lfloor ln(i) + \gamma \rfloor)$
- ⇨ Số phép so sánh (n) = n + 1 + $\sum_{i=1}^{n}(\lfloor ln(i) + \gamma \rfloor + 1)$