

A 题 碳板跑鞋

在专业运动鞋上使用的碳板，也可被称为碳纤维增强环氧树脂材料，事实上是将碳纤维织成布，再浸入环氧树脂固化后形成的板材。它以较轻的重量达到了相当好的弹性和刚度。在上世纪 90 年代就出现了鞋底嵌入碳板的篮球鞋。相比于软质鞋底，它可以提高对足底和足弓的支撑能力，使足部在发力时，足底更不容易变形，承托力更加均匀，进而提高抗扭性。这样可以提高运动能力，减少受伤的可能。最近几年，市场上又出现了一种鞋底嵌入碳板的跑鞋，生产商声称通过精心调整碳板的形状和弹性，配合高弹性的缓冲层，可以在跑步过程中恰当地发挥碳板的回弹能力，提高能量的利用率，最终有助于提高长跑成绩。著名长跑运动员基普乔格(Eliud Kipchoge)在 2017 年首次将碳板跑鞋应用于大型赛事中，并取得了相当惊人的成绩。他在近几年连破马拉松世界纪录，很多人认为，他所使用的最新技术的碳板跑鞋对此成绩也有一定的贡献。

1. 我们可以看到多数普通马拉松跑鞋的鞋底从侧面看呈现向下凸起的弧形，鞋头和鞋跟都会略微上翘。请你和你的团队建立合理的数学模型，优化鞋底的侧剖面外形。请着重考虑跑鞋以及运动员的哪些特性会影响模型的结果。

2. 在上一问的基础上，如果我们在鞋底嵌入一块全长、侧剖面形状和外底相同的碳板。请你和你的团队建立合理的数学模型，估计此种设计会对长跑步伐的能量消耗起到怎样的作用，对成绩可能产生怎样的影响？

3. 如果我们打算全新设计一种在鞋底嵌入全长、侧剖面形状和外底相同的碳板的马拉松跑鞋，请为此目的来优化设计鞋底的侧剖面外形。并请与第一问的结果对比，判断二者是否存在区别并解释其成因。

4. 请你和你的团队建立合理的数学模型，优化碳板的设计方案。请你选择一款现有的非碳板跑鞋，在此基础上，设计一块嵌入鞋底的碳板，以帮助专业长跑运动员在穿这双跑鞋时提高成绩。

5. 有一些运动器材的品牌声称，在其出品的一些最高性能的跑鞋中，碳板中的碳纤维排布是经过特殊设计的，以使碳板不同部位的弹性不同。请你建立合理的数学模型，在第一问的基础上，考虑如果能自由设定碳板在不同部位的弯曲弹性，那么最优的碳板设计方案是什么？

6. 短跑运动员和长跑运动员的步伐动作不同，对跑鞋性能的需求也不同。

请你和你的团队建立合理的数学模型，研究在跑鞋鞋底嵌入碳板的设计方案对短跑运动员的意义。