**摘 要**

标枪的投掷是一项历史悠久的田径比赛项目，标枪投掷的距离也充满着技巧，它受到运动员水平，标枪的技术参数，比赛环境等等因素的影响，因此本文通过一系列的方法具体来研究标枪的投掷距离。

针对问题一，面对数据数值的处理，我们采用曲线积分的方法来研究标枪沿标枪中轴线剖面面积、标枪表面积和标枪形心的位置。对于剖面面积的求解，我们使用分段插值的方法做出函数图像，然后积分求解；对于标枪的表面积，我们通过剖面旋转的方法，使旋转出来的图像近似代替标枪的表面积；对于形心的位置我们通过先求静矩的方式，然后在确定形心的位置。

针对问题二，我们建立标枪运动动态模型，通过动态受力分析和初始状态分析图，列出标枪运动方程，最后直接解出标枪投掷距离X，即投掷距离与出手速度，初始攻角，出手角之间的关系并运用matlab画出四者关系图。

针对问题三，我们建立了标枪气动力学模型通过物理受力分析得到 出手速度、出手角、初始攻角和投掷距离四者之间的物理函数关系，代入题设条件，从而估算出标枪的投掷距离。然后我们根据距离的关系，设置目标函数，建立单目标非线性规划模型，通过对飞行规律的分析，找出初始攻角和出手角之间的约束关系，解出最优解。

针对问题四，我们建立了标枪空气动力学与刚体力学模型，通过分析标枪在各处的空气流速影响与力学分析构建自然坐标系表达式，并使用一种新型智能算法--龙格-库塔优化算法进行高精度计算个项目数值，并设出以手速度、出手角、初始功角、初始仰角速度及风速分别为决策变量的线性规划模型，求解得出各要素最佳解。

针对问题五，我们使用了熵权TOPSIS法对出手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风向及风速进行了比值与熵值处理，并通过标准化评价计算得到了各因素的相对重要性排名。然后我们通过使用AHP综合评价法对熵权TOPSIS进行模型检验，得出了熵权TOPSIS模型与AHP检验均有效的结论。成功得出了较为可信的各类要素对标枪投掷距离影响的相对重要性。

**关键词：分段插值 静矩 单目标非线性规划模型 龙格-库塔算法 熵权TOPSIS**

目录

[一、问题重述 3](#_Toc12848)

[1.1 问题背景 3](#_Toc32480)

[1.2 问题概述 3](#_Toc1969)

[二：问题分析 3](#_Toc29771)

[2.1 问题一的分析 3](#_Toc24137)

[2.2 问题二的分析 3](#_Toc543)

[2.3 问题三的分析 4](#_Toc23964)

[2.4 问题四的分析 4](#_Toc28888)

[2.5 问题五的分析 4](#_Toc5626)

[三、模型假设 4](#_Toc23107)

[四 符号标注 5](#_Toc16849)

[五 问题一的模型与求解 5](#_Toc16284)

[5.1 计算剖面面积 6](#_Toc29641)

[1. 分段线性插值 6](#_Toc11720)

[2. 分段抛物插值 6](#_Toc7848)

[5.2 计算表面积 7](#_Toc18461)

[5.3标枪形心的位置 8](#_Toc3441)

[静矩表示面积与它到轴的距离之积。 8](#_Toc5773)

[六 标枪运动动态模型的求解 9](#_Toc21850)

[七.标枪气动力学模型求解 10](#_Toc6723)

[3.1 第一小问 10](#_Toc22665)

[3.2第二小问 11](#_Toc996)

[八：问题四的分析与求解 12](#_Toc26561)

[8.1模型的建立 12](#_Toc272)

[8.1.1模型的准备 12](#_Toc16993)

[8.1.2模型建立 12](#_Toc741)

[8.1.3龙格-库塔算法与线性规划求解 14](#_Toc28511)

[九：问题五的分析与求解 14](#_Toc11659)

[9.1问题分析： 14](#_Toc32557)

[9.2熵权TOPSIS法简述 15](#_Toc24841)

[9.2.1求比值、熵值 15](#_Toc1442)

[9.2.2 标准化处理与TOPSIS评价计算 16](#_Toc3581)

[9.3使用AHP综合评价法进行TOPSIS模型检验 17](#_Toc21605)

[十、模型的评价 18](#_Toc23796)

[10.1 模型的优点 18](#_Toc358)

[10.2 模型的不足 18](#_Toc9568)

[参考文献： 18](#_Toc25195)

[附录 19](#_Toc22929)

# 一、问题重述

## 1.1 问题背景

标枪的投掷是一项历史悠久的田径比赛项目。标枪投掷距离的远近受到**，**运动员水平（出手速度、出手角、初始攻角、出手高度、出手时标枪的初始俯仰角速度等），标枪的技术参数（标枪的长度、重量、几何形状、重心的位置、形心的位置等）和比赛环境（空气的密度与粘度、风力、风向等）三方面因素的影响，所以，如何有效的保证最远的投掷距离是本文研究的关键。

## 1.2 问题概述

通过对问题的分析，本文需要解决以下几个问题：

**⑴** 根据现有某型标枪的测量尺寸数据，估算该型标枪沿标枪中轴线剖面面积、标枪表面积和标枪形心的位置。

**⑵** 针对现有某标枪比赛中 24 名运动员使用同型号标枪投掷的实测数据，建立合适的数学模型，并找出标枪飞行过程中的运动规律。

**⑶** 假设某型标枪的几何参数不变，重心位于形心前10，出手时标枪的初始俯仰角速度为 0。在无风的前提下，建立标枪飞行的数学模，并求解如下问题: 假设

某运动员投掷出手速度为29.70、出手角为36.6 °、初始攻角为−0.9 °，请估算

出标枪的投掷距离；假设某运动员投掷出手速度为30，请给出最佳的出手角

和初始攻角使得投掷距离最大并估算出标枪的投掷距离。

**⑷** 假设标枪技术参数同问题 3，风向分别为顺风和逆风，风速分别为3，6和9，运动员投掷出手速度为31.70。通过建立标枪飞行的数学模型，给出最佳出手角、最佳初始攻角、最佳初始俯仰角速度使得投掷距离最大。

**⑸** 假设标枪技术参数同问题 3，请分析运动员出手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风向及风速等要素，对标枪投掷距离影响的相对重要性。

# 二：问题分析

## 2.1 问题一的分析

问题一根据现有某型标枪的测量尺寸数据，估算该型标枪沿标枪中轴线剖面面积、 标枪表面积和标枪形心的位置。查阅国家标准标枪示意图[1] ，再结合附件标枪数值可知，标枪整体并不成线性变化，更多呈现为圆滑的曲面。而求解曲面面积和表面积常用区间积分计算；所以该问题的关键在于求解标枪外曲面的轮廓曲线方程。此外，本文在绘制标枪示意图过程中发现，标枪的枪身、枪头和把手之间存在较大的高度差；因此，为减少单曲线带来的误差，在求解轮廓曲线方程时，需要对曲线方程进行分段处理。

## 2.2 问题二的分析

问题二在于利用已有 24 组实测运动员数据，通过分析并建立数学模型，最终研究标枪的飞行规律。该问题的解决关键在于对给定数据深入合理的分析。在附件数据中，存在四个参数：出手速度、出手角、初始攻角和投掷距离。四个参数之间是否具有相关性以及具有什么关系，才是问题的切入点。所以，问题二最终转变为研究四个参数之间的函数关系。显然，出手速度、出手角以及初始攻角取值的不同都会导致投掷距离的不同。因此，可以选择把投掷距离作为目标对象，研究剩余三者对其的影响。

## 2.3 问题三的分析

问题三在保持标枪几何参数不变和无风的前提下，建立标枪飞行的数学模型，从而解决该前提下的两个小问题：给定出手速度、初始攻角和出手角，估算标枪飞行的最大距离。以及仅给定出手速度，研究最佳初始攻角和出手角以保证最大投掷距离并求出最大投掷距离。对于子问题一，所建立数学模型必须能够反映出手速度、初始攻角、出手角和投掷距离之间的关联性。结合前面分析，一般采用投掷距离作为目标对象（因变量），剩余三者作为自变量；研究对其的影响。最好能够建立具体的数学表达式，从而代入自变量取值，可以求出因变量（投掷距离）的数值。对于子问题二，是基于子问题一所建立的模型，把三变量进行降维成两个自变量。该子问题要求解出最优解。所以，可以考虑依据模型一所得出函数关系式，以投掷距离最大作为目标函数。关键在于约束条件的确定，因此，该子问题最终转变为：找出初始攻角和出手角之间的约束关系。

## 2.4 问题四的分析

问题四在问题三的参属下，增添了分别设置了顺风与逆风的多种情况，同时确定了运动员掷出手速度一致。建立了标枪动系受力的数学模型，从而解决该假设下的数值计算问题。首先我们考虑了标枪的不同位置空气流速因素对标枪的摩擦力影响。接下来通过分析动系受力中的升力与阻力，列出了动系受力在自然坐标系中的表达式。然后我们可以采用工程学上新型的算法进行高精度数值计算，故此可将该问题转化为对最佳出手角、最佳初始攻角、最佳初始俯仰角速度、最大投掷距离进行多次计算求精确值的线性规划求最优解问题。

## 2.5 问题五的分析

问题五研究手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风向及风速对投掷距离的影响程度。由于目标仅有投掷距离的最大化，故可将该问题转变为求解影响因子对目标的影响权重大小。而熵权TOPSIS法评价模型刚好符合以上思想，因此本文决定应用熵权TOPSIS法研究各个决策单元对目标层的权重值，并使用AHP综合评价模型检验。基于将研究对象化为数个决策单元，然后可以比值、熵值求解，通过对TOPSIS评价得出的各个因素的相对接近度，与AHP综合评价法所计算出的权重对比检验得到较为有效的各因素相对重要性数值。

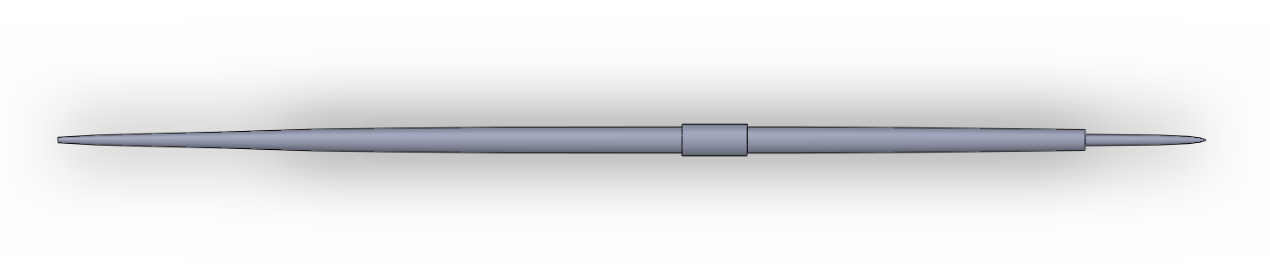
# 三、模型假设

* 假设标枪的密度均匀.
* 假设在标枪的飞行过程中, 风速恒定.
* 假设在标枪的一次飞行过程中, 初始俯仰角速度恒定.
* 假设标枪表面光滑.
* 假设标枪在飞行过程中是刚体

# 四 符号标注

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
| S | 侧剖面表面积 |
| α | 出手角 |
| β | 初始攻角 |
| v | 投掷出手速度 |
|  | 对于x轴的静矩 |
|  | 对于Y轴的静矩 |
| A | 旋转曲面面积 |
|  | 水平方向的分速度 |
|  | 垂直方向的分速度 |

# 五 问题一的模型与求解



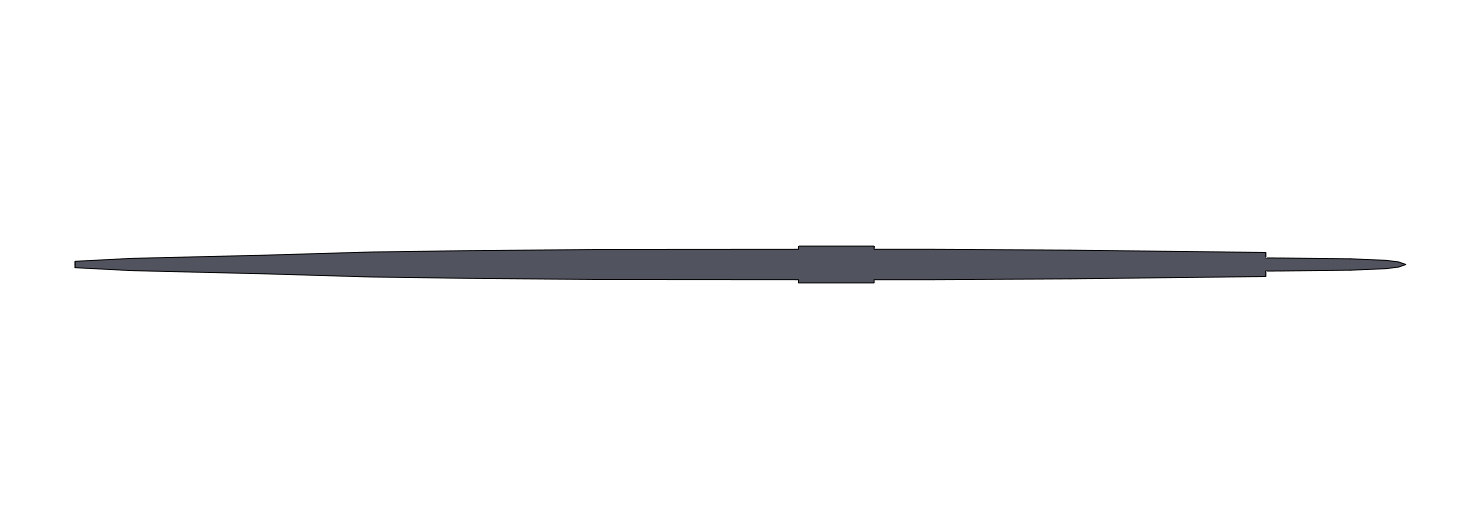


图 使用SOLIDWORKS仿真得到的标枪模型与横截面模型

## 5.1 计算剖面面积

计算剖面面积使用分段插值的方法。

原因：分段插值比拉格朗日插值，三次样条插值更加精确。

### 分段线性插值

将差值区间[a,b]分成

n个小段，在每个小段上，其分段线性插值公式为：

根据

选择插值节点，即当插值节点为时，依次从左至右取出各节点。如果插值点x不超过节点x1(即在[,]之间),则取节点和进行线性插值，否则，再检查x是否超过,…,依次逐步检查。一旦发现x不超过某个节点,则取它与前面一个节点进行线性插值。如果x已超过xn-1,则不论是否超过,插值节点均取和(也就是一律当成是在[,])范围内取插值点。

在小段[,]上，分段线性插值的误差是：

可见，当有界时，小段[,]越小，分段线性插值的误差就越小。用分段线性插值方法提高插值精度是有效的。

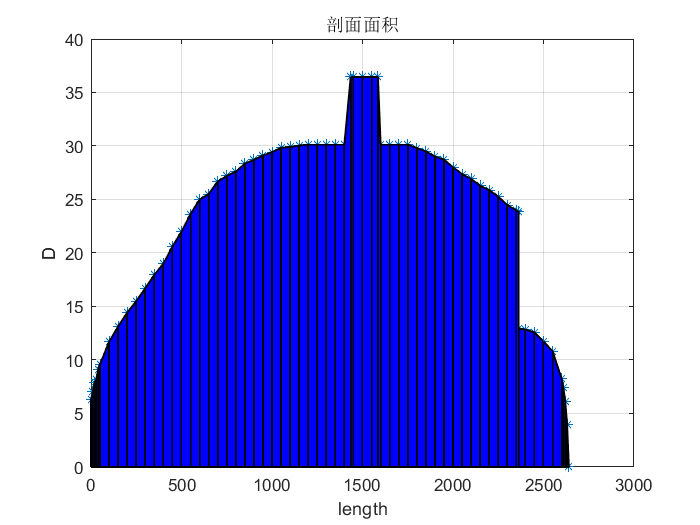
### 分段抛物插值

为了提高插值精度，可以在每一小段取3个节点,和进行二次插值，从而构成分段抛物插值。其插值公式如下：

根据

选择插值节点。即靠近取i=1,计算节点为,,;靠近取i=k-1,计算节点为,,;靠近x取i=k,

计算节点为,,;靠近取i=n-1,计算节点为,,。





## 5.2 计算表面积

表面积：标枪的外围曲面近似等于标枪中轴线剖面绕中轴线旋转所得的旋转曲面计算过程如下：

设空间中光滑曲线的方程为

（e）

空间定直线L的方程为

由方程组解出：

所以旋转曲面面积A：

另外标枪的表面积还包括底端圆面面积和三个突变段圆环的面积。

带入数据求解得表面积S：

## 5.3标枪形心的位置

形心的表达式：

## 静矩表示面积与它到轴的距离之积。

对于x轴的静矩：一图形微小部分的面积，到x轴的距离，即y，的乘积在整个平面上的积分

记作：

对于Y轴的静矩：一图形微小部分的面积，到y轴的距离，即x，的乘积在整个平面上的积分

记作：

因为：

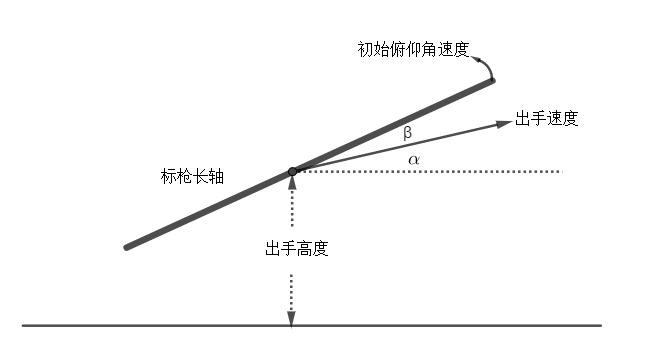
所以：

将其带入第二问表面积公式5.7得：

然后带入数据，多次迭代计算形心，然后取其平均值，即可得到最终结果。

几何中心的坐标为：

# 六 标枪运动动态模型的求解



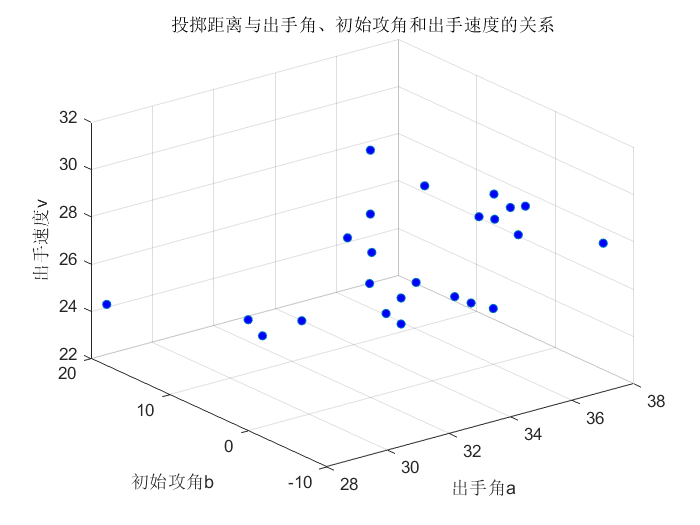
出手时的速度v可以分解为：

则有水平位移和竖直位移分别为

X=vcos\*t

Y=h+vsin（）\*t-g

利用matlab工具的plot就能做出投掷距离与出手速度，初始攻角，出手角的关系图：



# 七.标枪气动力学模型求解

## 3.1 第一小问

水平方向的分速度=

垂直方向的分速度=

则有水平位移和竖直位移分别为

所以运动方程为：

使y=0，得到

最后代入，投掷出手速度 v 为 29.70m/s、出手角 α 为 36.6°、初始攻角 β 为-0.9°；

估算出标枪的投掷距离为 87.893m.

## 3.2第二小问

建立以投掷距离X最大作为目标函数的单目标规划模型

结合上面的式子，有；

出手角度与初始攻角的范围为

结合上式最终建立单目标非线性规划模型:

最后通过matlab求解，最终求得：出手角度=42度，初始攻角为-9度时使得投掷距离最大，

最大投掷距离为X=91.56m

# 八：问题四的分析与求解

**8.1模型的建立**

### 8.1.1模型的准备

从问题分析可知，该问题的风向分别为顺风和逆风，并且存在空气阻力和风速，在此环境中，我们需要建立标枪飞行的数学模型，考虑标枪在空中飞行的受力情况和运动轨迹，使得投掷距离最大，我们可以将空气摩擦力与风力分解成为沿着标枪横轴方向阻力与垂直与横轴方向的升力。受力情况如下图所示：

图示

描述已自动生成

图 动系受力示意图

### 8.1.2模型建立

该问题模型类似于问题三，标枪受到的阻力由空气的摩擦力分力于风对标枪的作用力分离构成，在该情况下，我们还需考虑标枪对周围气体的带动作用，标枪产生的空气环流层的流线方向与枪身绕长轴旋转方向相同,并且空气流线呈对称性分布，我们可以添加一个空气流速因素对标枪的摩擦力影响。

首先我们考虑到空气流速对和点处的影响：

其中，为环流层流速， 为标枪上下的A于B点处对应的空气流速。

在实际情况中，空气在A点与在B点处的流速并不相等，基于伯努利方程可得：

其中，、分别表示和 的压强， 表示标枪的质量。我们可以得到A与B点的压强。

由于标枪在空气中运动受升力与阻力的共同作用，合力作用点不通过重心，这会使得该标枪相对重心的外力和力矩不为零。为了更好的描述标枪的力学姿态，我们通过俯仰力矩关系和风力对标枪阻力关系得到：

其中，、分别表示 方向的转动惯量， 表示标枪的迎风面积。

我们可将该标枪看为一个刚体，故可以使用刚体力学中的式子表达标枪的受力情况，同时进一步根据空气动力学列出下式：

其中D和L为空气在水平方向上的压差阻力在x与y轴上的分量，C为空气阻力系数，为空气密度，为物体与空气的相对运动速度。

标枪在压力中心点出合外力矩不为零，升力L产生俯仰力矩M，使得标枪方向不断变换，标枪枪体向前翻转，枪投方向出手是指向前上方，而落地时指向前下方。我们可以根据运动学分析，其中分别表示力矩在该轴的分量，分别表示攻角与手角。并使用自然坐标系()系表达：

### 8.1.3龙格-库塔算法与线性规划求解

龙格-库塔优化算法（Runge Kutta optimizer，RUN）是于近年来提出的一种新型智能优化算法，该算法基于龙格-库塔方法中提出的计算梯度搜索概念来指导寻优，具有寻优能力强，收敛速度快等特点。同时也是在工程上广泛应用的高精度单步算法，理论来源于泰勒公式与斜率表达微分，是一种高精度数值计算方法。

龙格-库塔算法的一般形式为：

本文采用龙格-库塔优化对牛顿-欧拉动力学方程进行高精度计算，对投掷距离进行计算，通过线性规划模型计算出各项目数值。

我们设出手速度、出手角、初始功角、初始仰角速度及风速分别为决策变量 、、、、 ,透支距离为，满足：

利用线性规划模型对最佳出手条件进行求解。我们考虑到实际情况，运动员在比赛内投掷标枪时攻角一般在一定范围内，故本文将初始攻角、出手角限制在上式范围内进行求解。得到：

表1 问题4的结果

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 顺风 | | | 逆风 | | |
|  |  |  |  |  |  |
| 最佳出手角（度） | 39.26 | 39.86 | 40.55 | 41.54 | 41.68 | 42.21 |
| 最佳初始攻角（度） | 0.67 | 1.33 | 3.25 | -2.47 | -3.34 | -4.81 |
| 最佳初始俯仰角速度（度/秒） | -2.26 | -0.66 | -0.35 | -1.34 | -1.26 | -0.96 |
| 最大投掷距离（米） | 102.35 | 102.86 | 103.43 | 102.01 | 101.72 | 101.53 |

# 九：问题五的分析与求解

## 9.1问题分析：

为了研究手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风向 及风速对投掷距离的影响程度，我们可以将研究对象化为数个决策单元。由于目标仅有投掷距离的最大化，可将该问题转变为求解影响因子对目标的影响权重大小。而熵权TOPSIS法评价模型刚好符合以上思想，因此本文决定应用熵权TOPSIS法研究各个决策单元对目标层的权重值并使用AHP综合评价模型检验。

## 9.2熵权TOPSIS法简述

熵权TOPSIS法（Entropy Weight Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution）可翻译为熵权逼近理想解排序法，简称为熵权优劣解距离法，通过一定的计算，评估方案系统中任何一个方案距离理想最优解和最劣解的综合距离。如果一个方案距离理想最优解越近，距离最劣解越远，基于熵权法对Topsis模型是一种常用的综合评价方法，其结果能客观地反映各评价方案之间的差距。该方相较TOPSIS法增加了一步熵权法计算权重，能充分利用原始数据的信息，客观进行权重赋值。

### 9.2.1求比值、熵值

将出手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风向 及风速设为待评价样本，投掷距离设为评价指标，构建数据指标矩阵：

其中表示第 i 个样本第 j 项评价指标的数值。我们通过下式求比值：

求熵值：

计算信息冗余值与定权：

表 熵值法计算权重结果汇总

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 项目 | 信息熵值e | 信息效用值 | 权重系数 |
| 出手速度 | 0.5397 | 0.4603 | 27.64% |
| 出手角 | 0.5391 | 0.1942 | 20.04% |
| 初始攻角 | 0.4865 | 0.2164 | 14.33% |
| 初始俯仰角速度 | 0.7246 | 0.4321 | 14.33% |
| 风速 | 0.5881 | 0.2789 | 23.66% |

上表是通过熵值法计算得出的5个指标权重，可以看出指标权重分布相对较为均匀。各项指标的权重={0.2764, 0.2004, 0.1433, 0.1433, 0.2366}

这一步只是得到了指标权重指标，熵值TOPSIS的核心在使用TOPSIS法计算出相对接近度。我们可以将权重值与数据相乘，再通过 MATLAB 对原始数据矩阵进行正向化和标准化，对于极小型指标我们将探测点的位置所测得的应力数据进行下式变换：

（43）

对于极大型指标：

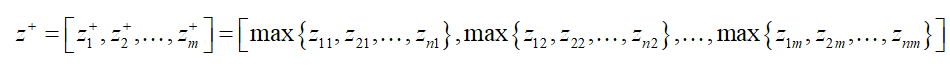
（44）

对于中间型指标设最好数值为, 我们取,

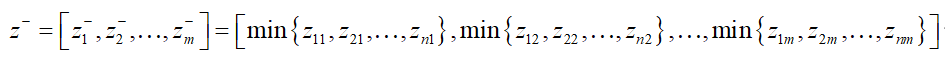
（45）

**9.2.2 标准化处理与TOPSIS评价计算**

我们将数据进行标准化处理，使用向量表达第i个方案，用这些向量构成的矩阵化为标准化矩阵。然后进行最优解与最劣解计算，经过了正向化处理和标准化处理的评分矩阵Z，我们能从矩阵Z中取出理想最优解和最劣解。所以我们从其中取出每一列中最大的数，构成理想最优解向量，

 （46）

同理，取每一列中最小的数构成理想最劣解向量：

 （47）

我们能够通过下面的距离评分公式对每个方案进行评价：

（48）

最后由TOPSIS法计算得分并进行归一化，并使用 sort 函数进行排序，得到最终的结果如下：

表TOPSIS评价计算结果

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 相对接近度C | 排名 |
| 出手速度 | 0.8721 | 1 |
| 出手角 | 0.4622 | 2 |
| 初始攻角 | 0.1175 | 3 |
| 初始俯仰角速度 | 0.0086 | 5 |
| 风速 | 0.1072 | 4 |

得出各个因素的相对接近度C为: C( 1 ) = 0.8721，C( 2 ) = 0.4622 ，C( 3 ) = 0.1175，C( 4 ) = 0.0086，C( 5 ) = 0.1072

从上表可知，利用熵权法后加权生成的数据进行TOPSIS分析，针对5个指标进行TOPSIS评价。最终计算得出各评价对象与最优方案的接近程度(C值)，并对C值进行排序，得到决策变量相对重要性分由大到小分别为：出手速度、出手角初始攻角、风速、初始俯仰角速度。

**9.3使用AHP综合评价法进行TOPSIS模型检验**

上一步我们由熵权TOPSIS法评价计算可知出手速度在几个决策变量中最为重要，为了进一步检验模型有效性，我们使用AHP综合评价法对上述模型进行二次检验。

。我们通过 AHP 综合评价模型的建立检验模型，将出手速度、出手角、初始攻角、初始俯仰角速度、风速作为影响因子作为方案层。将各类速度与各类角度作为准则层，并将投掷距离作为目标层次进行分析。

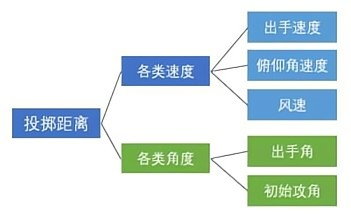


图 AHP 综合评价检验模型的递阶层析结构图

通过比较相关关系重要性得到下列判断矩阵：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 出手速度 | 出手角 | 初始攻角 | 俯仰角速度 | 风速 |
| 出手速度 | 1 | 4 | 6 | 8 | 5 |
| 出手角 | 1/4 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 初始攻角 | 1/6 | 1/2 | 1 | 3 | 2 |
| 俯仰角速度 | 1/8 | 1/4 | 1/3 | 1 | 1 |
| 风速 | 1/5 | 1/3 | 1/2 | 1 | 1 |

通过matlab程序计算得到：

层次单排序检验指标为：CI =0.0351，CR =0.0314，说明通过一致性检验

表AHP检验权重表

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 影响因子 | 对投掷距离影响权重 | 排名 |
| 出手速度 | 0.5569 | 1 |
| 出手角 | 0.1966 | 2 |
| 初始攻角 | 0.1205 | 3 |
| 初始俯仰角速度 | 0.0086 | 5 |
| 风速 | 0.0707 | 4 |

结合TOPSIS评价计算结果与AHP检验权重表比对，我们可以得出该熵权法TOPSIS模型拟合较为有效，AHP检验较为成功，决策变量相对重要性分由大到小分别为：出手速度、出手角初始攻角、风速、初始俯仰角速度。故运动员的出手速度对标枪投掷距离影响最大，风速与初始俯仰角速度影响较小，故标枪运动中环境影响较运动员自身水平影响较小。故运动员需要勤加练习提升标枪的出手速度、控制合适的出手角度，提高标枪投掷距离成绩。

# 十、模型的评价

## 10.1 模型的优点

(1)模型中大量运用了 matlab 中插值的方法, 结合高等数学中的微积分知识, 使得所

得到的数据误差普遍较小, 实用率高.

(2)模型中对于各种难以理解的问题直接，简化为直观易懂的示意图, 可读性高.

## 10.2 模型的不足

(1)模型中大多是用数学方法进行推导演算, 在物理问题方面只进行了简单的分析.

(2)为了方便计算, 对大多数公式进行了简化, 对一些物理情况进行了假设, 使得计算

结果偏离实际.

# 参考文献：

1. 陆志良、陈红全等, 空气动力学, 北京:北京航空航天大学出版社, 2009.
2. 赵静、但琦, 数学建模与数学实验. 4 版, 北京:高等教育出版社, 2014
3. 王其宁,申毛毛,陈耀庆等.标枪气动力分析与初始条件的优化组合[J].四川体育科学,1997(Z1):39-43.
4. 杨怀英.标枪结构与性能的生物力学分析[J].山东体育学院学报,1991(02):31-35.DOI:10.14104/j.cnki.1006-2076.1991.02.009.
5. 肖建京、李春荣等, GB/T 22765-2008-标枪, 中华人民共和国国家标准, ICS97.220.40 Y 56
6. 吴倩.世界优秀女子标枪运动员吕会会投掷步及最后用力技术的运动学分析[J].体育科技,2022,43(06):15-16+19.DOI:10.14038/j.cnki.tykj.2022.06.050.
7. 王守忠,郜春霞,刘玉莹.初始条件对男子投掷标枪飞行远度影响的分析研究[J].三门峡职业技术学院学报,2021,20(03):141-148.
8. 熊德国、鲜学福, 模糊综合评价方法的改进, 重庆大学学报(自然科学版),2003,26(6):93-95.
9. Iman Ahmadianfar, Ali Asghar Heidari, Amir H. Gandomi, Xuefeng Chu,Huiling Chen. RUN beyond the metaphor: An efficient optimization algorithm based on Runge Kutta method[J]. Expert Systems with Applications,2021,181(115079): 0957-4174.

# 附录

问题一的代码

剖面面积：

a = [6.3 7.06 7.86 8.2 9.08 9.6 11.7 13.14 14.42 15.5 16.7 17.96 19.01 20.6 21.99 23.64 25 25.5 26.68 27.21 27.61 28.35 28.71 29.11 29.43 29.82 29.91 30.04 30.14 30.14 30.14 30.14 30.14 36.45 36.45 36.45 36.45 36.45 30.14 30.14 30.14 30.14 29.81 29.49 29.02 28.73 28.01 27.38 26.92 26.28 25.88 25.26 24.48 23.98 23.84 12.95 12.84 12.58 11.75 10.8 8.25 7.39 6.1 4 0];

length =[0 10 20 30 40 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500 550 600 650 700 750 800 850 900 950 1000 1050 1100 1150 1200 1250 1300 1350 1400 1435 1450 1500 1550 1585 1600 1650 1700 1750 1800 1850 1900 1950 2000 2050 2100 2150 2200 2250 2300 2350 2362 2362 2400 2450 2500 2550 2600 2610 2620 2630 2640];

figure

plot(length,a,'-\*')

grid on

title('剖面面积')

xlabel('length')

ylabel('D')

xverts = [length(1:end-1); length(1:end-1); length(2:end); length(2:end)];

yverts = [zeros(1,64); a(1:end-1); a(2:end); zeros(1,64)];

p = patch(xverts,yverts,'b','LineWidth',1);

s = trapz(45,a)

表面积：

a = [6.3 7.06 7.86 8.2 9.08 9.6 11.7 13.14 14.42 15.5 16.7 17.96 19.01 20.6 21.99 23.64 25 25.5 26.68 27.21 27.61 28.35 28.71 29.11 29.43 29.82 29.91 30.04 30.14 30.14 30.14 30.14 30.14 36.45 36.45 36.45 36.45 36.45 30.14 30.14 30.14 30.14 29.81 29.49 29.02 28.73 28.01 27.38 26.92 26.28 25.88 25.26 24.48 23.98 23.84 12.95 12.84 12.58 11.75 10.8 8.25 7.39 6.1 4 0];

length =[0 10 20 30 40 50 100 150 200 250 300 350 400 450 500 550 600 650 700 750 800 850 900 950 1000 1050 1100 1150 1200 1250 1300 1350 1400 1435 1450 1500 1550 1585 1600 1650 1700 1750 1800 1850 1900 1950 2000 2050 2100 2150 2200 2250 2300 2350 2362 2362 2400 2450 2500 2550 2600 2610 2620 2630 2640];

c=pi\*a

figure

plot(length,c,'-\*')

grid on

title('表面积')

xlabel('length')

ylabel('表面积')

xverts = [length(1:end-1); length(1:end-1); length(2:end); length(2:end)];

yverts = [zeros(1,64); c(1:end-1); c(2:end); zeros(1,64)];

p = patch(xverts,yverts,'b','LineWidth',1.5);

s = trapz(45,c)

形心位置：

points = [0,6.3; 10,7.06; 20,7.86; 30,8.2; 40,9.08; 50,9.6; 100,11.7;

150,13.14; 200,14.42; 250,15.5; 300,16.7; 350,17.96; 400,19.01; 450,20.6;

500,21.99; 550,23.64; 600,25; 650,25.5; 700,26.68; 750,27.21; 800,27.61;

850,28.35; 900,28.71; 950,29.11; 1000,29.43; 1050,29.82; 1100,29.91;

1150,30.04; 1200,30.14; 1250,30.14; 1300,30.14; 1350,30.14; 1400,30.14; 1435,36.45;

1450,36.45; 1500,36.45; 1550,36.45; 1585,36.45; 1600,30.14; 1650,30.14; 1700,30.14; 1750,30.14;

1800,29.81; 1850,29.49; 1900,29.02; 1950,28.73; 2000,28.01; 2050,27.38; 2100,26.92;

2150,26.28; 2200,25.88; 2250,25.26; 2300,24.48; 2350,23.98; 2362,23.84; 2362,12.95;

2400,12.84; 2450,12.58; 2500,11.75; 2550,10.8; 2600,8.25; 2610,7.39; 2620,6.1; 2630,4; 2640,0];

% 计算几何中心的x和y坐标

center\_x = mean(points(:, 1));

center\_y = mean(points(:, 2));

% 打印几何中心的坐标

disp(['几何中心的坐标为：(', num2str(center\_x), ', ', num2str(center\_y), ')']);

问题二：

投掷距离与出手速度，初始攻角，出手角的关系图：

a = [33 34 35 36 31 35 35 32 33 36 35 37 28 35 34 30 34 35 33 34 37 36 28 30];

b = [4 1 -6 -4 -4 -4 -2 3 4 0 -7 -10 0 -1 8 1 4 6 2 4 4 5 18 6];

v = [31.5 30.1 29.9 29.3 29.1 29.1 28.9 28.3 28.8 29.2 28.9 28.3 26.7 25.1 24.9 25.8 24.9 24.9 24.9 23.8 23.4 24.1 24.6 24.4];

x = ((v.^2 .\* sin(2\*(a+b)))./19.6) + sqrt((v.^2 .\* sin(2\*(a+b)))./19.6) .\* ((v.^2 .\* sin(2\*(a+b)))./19.6) + ((2\*v.^2.\*(cosd(a+b)).\*(cosd(a+b)))./9.8);

plot3(a, b, v, 'o', 'MarkerSize', 5, 'MarkerFaceColor', 'b')

hold on

grid on

xlabel('出手角a')

ylabel('初始攻角b')

zlabel('出手速度v')

title('投掷距离与出手角、初始攻角和出手速度的关系')

问题三：

第一问：

Durushuju.m:

function [data, xdata]=durushuju()

da1 = [31.5; 30.1; 29.9; 29.3

29.1; 29.1; 28.9; 28.3; 28.8

29.2; 28.9; 28.3; 26.7; 25.1

24.9; 25.8; 24.9; 24.9; 24.9

23.8; 23.4; 24.1; 24.6; 24.4]';

da2 = [33; 34; 35; 36; 31

35; 35; 32; 33; 36; 35

37; 28; 35; 34; 30; 34

35; 33; 34; 37; 36; 28

30]';

da3 = [4; 1; -6; -4; -4

-4; -2; 3; 4; 0; -7

-10; 0; -1; 8; 1; 4

6; 2; 4; 4; 5; 18; 6]';

data = [da1;da2;da3];

xdata=[89.58; 86.3; 86.08; 83.8

82.04; 81.06; 81; 80.76; 79.58

79.14; 78.76; 78.16; 67.56; 65.22

65.16; 65.04; 63.74; 62.32; 60.8

59.82; 59.1; 58.84; 56.5; 55.56]';

juli1.m:

function jieguo = juli1(x)

t = (x(1,:).\*sin((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi)+...

sqrt(x(1,:).^2.\*sin((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi).^2+4\*9.8))/9.8;

jieguo = x(1,:).\*cos((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi).\*t;

disanti.m:

function disanti()

[data,xdata] = durushuju();

chaju = xdata - juli1(data);

r =[data(1,:).^2;data(1,:)];

k = r'\chaju';

k

juli.m:

function jieguo = juli(x)

t = (x(1,:).\*sin((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi)+...

sqrt(x(1,:).^2.\*sin((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi).^2+4\*9.8))/9.8;

jieguo = x(1,:).\*cos((x(2,:)+x(3,:))/180\*pi).\*t-...

0.0002\*x(1,:).^2-0.0045\*x(1,:);

sanyi.m:

disp('第三题第一小问结果:');

juli([29.7;36.6;-0.9])

第二问：

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 30;

v = v1;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;

b >= -10;

end

问题四：

!顺风3m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1-3;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;

b >= -10;

w = b/0.36;

end

!顺风6m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1-6;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;b >= -10;

w = b/0.36;

end

!顺风9m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1-9;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;

b >= -10;

w = b/0.36;

end

!逆风3m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1+3;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;

b >= -10;

w = b/0.36;

end

!逆风6m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1+6;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;b >= -10;

w = b/0.36;

end

!逆风9m/s;

model:

max =

v1\*@cos((a+b)/180\*3.1415926)\*(v1\*@sin((a+b)\*3.1415926/180)+@sqrt(v1^2\*@sin(

(a+b)\*3.1415926/180)^2+4\*9.8))/9.8-0.0002\*v^2-0.0045\*v;

v1 = 31.7;

v = v1+9;

a <= 37;

a >= 28;

b <= 18;

b >= -10;

w = b/0.36;

end

问题五：

clc,clear

%准则层判断矩阵

z=[1 4 6 8 5;

1/4 1 2 4 3;

1/6 1/2 1 3 2;

1/8 1/4 1/3 1 1;

1/5 1/3 1/2 1 1];

RI = [0,0,0.58,0.90,1.12,1.24,1.32,1.41,1.45]; %平均随机一致性指标RI

n = length(z); % 准则层指标数

[x,y]=eig(z);

lamda=max(diag(y))

num=find(diag(y)==lamda)

zw=x(:,num)/sum(x(:,num)) % 准则层权重值

disp('层次单排序检验指标为：')

CI = (lamda-n)/(n-1)

CR = CI/RI(n) %层次单排序 准则层 一致性检验指标

if CR > 0.1

error('一致性检验不通过!')

else

disp('一致性检验通过!')

end