Cours : Représentation des nombres en machine

1. Introduction

Les ordinateurs ne comprennent que deux symboles : 0 et 1. Ces deux états correspondent à la présence ou l'absence de courant électrique. Mais comment représenter tous les nombres (entiers, réels, négatifs, très grands ou très petits) avec uniquement des 0 et des 1 ? La réponse se trouve dans différentes méthodes de codage normalisées (ex. norme IEEE 754).

2. Les entiers positifs

Les entiers positifs sont représentés en binaire. Avec n bits, on peut coder les entiers de 0 à $2^n - 1$. Exemple : avec 3 bits, on représente 0 à 7 (000₂ à 111₂). Avec 8 bits, de 0 à 255. Avec 16 bits, de 0 à 65 535.

3. La virgule fixe

On réserve une partie des bits pour la partie entière et une partie pour la fraction. Exemple : sur 8 bits, 4 pour l'entier et 4 pour la fraction : $1101.0101_2 = 13,3125_{10}$. La partie fractionnaire s'obtient en utilisant les puissances négatives de 2 (1/2, 1/4, 1/8...).

4. La virgule flottante

Inspirée de la notation scientifique. Exemple : $13,25_{10} = 1101,01_2 = 1,10101 \times 2^3$. On stocke séparément la mantisse et l'exposant. Exemple simplifié sur 8 bits : 3 bits pour l'exposant, 5 bits pour la mantisse.

5. Les entiers négatifs

Deux méthodes principales :

- Bit de signe : le bit de gauche indique si le nombre est positif (0) ou négatif (1).
- Complément à 2 : méthode standard utilisée aujourd'hui. On inverse les bits puis on ajoute 1 pour obtenir la valeur négative.

6. La norme IEEE 754

Norme internationale pour la représentation des nombres flottants. Un nombre est représenté par trois parties :

- 1 bit pour le signe
- Plusieurs bits pour l'exposant biaisé
- Plusieurs bits pour la mantisse

Exemple (simple précision, 32 bits): 1 bit de signe, 8 bits d'exposant (biais 127), 23 bits de mantisse.