Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе

Телекоммуникационные технологии
Линейная фильтрация

Работу выполнил:
Крылов И.С.
Группа: 33501/4
Преподаватель:
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2018

Содержание

1 Цель работы

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

2 Постановка задачи

Сгенерировать гармонический сигнал с шумом и синтезировать ФНЧ. Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

3 Теоретический материал

При передаче и приёме сигналов в реальных условиях неизбежно возникновение помех. Типичной помехой, воздействующей на измерительные устройства, является периодическая помеха, вызываемая влиянием сетевого напряжения. Спектр такой помехи имеет линейчатый характер: мощность помехи сконцентрирована на основной частоте питающей сети и кратных ей частотах высших гармоник. Для подавления такой помехи необходимо, чтобы АЧХ измерительного устройства имела значение, близкое к нулю, в узких областях, располагающихся вблизи частот основной и высшей гармоник сетевого напряжения.

В диапазоне частот полезного сигнала АЧХ фильтра должна иметь постоянное, желательно большое значение, а ФЧХ фильтра в этом диапозоне должна по возможности иметь линейный характер. Для измерительной техники типичным является низкочастотный полезный сигнал. Если к быстродействию средства измерения предъявляются относительно высокие требования, то предпочтение отдают КИХ-фильтрам, так как БИХ-фильтры при скачке входного сигнала теоритически имеют бесконечное время установления выходного сигнала. КИХ-последовательности гарантируют устойчивость, а при введении соответствующей конечной задержки и реализуемость. Более того, КИХ-последовательности можно выбрать так, чтобы фильтры имели строго линейные фазовые характеристики. Поэтому, используя КИХ-последовательности, можно проектировать фильтры с произвольной амплитудной характеристикой.

Основные преимущества КИХ-фильтров:

1. Легко создавать КИХ-фильтры со строго линейной фазовой характеристикой. Во многих случаях, когда проектируется фильтр с произвольной амплитудной характеристикой, это упрощает задачу аппроксимации. Фильтры с линейной фазовой характеристикой особенно важны в случаях, когда приходится учитывать дисперсионные искажения, связанные с нелинейностью фазовой характеристики (например, при обработке речи и передаче данных).

2. КИХ-фильтры можно эффективно строить как по рекурсивной, так и по нерекурсивной схемам.

3. КИХ-фильтры, реализуемые нерекурсивно, т. е. с помощью прямой свертки, всегда устойчивы.

4. При нерекурсивной реализации КИХ-фильтров шумы округления, возникающие за счет выполнения арифметических операций с конечной точностью, легко минимизировать.

Несмотря на все преимущества КИХ-фильтров, последние имеют так же и ряд недостатков:

1. Для аппроксимации фильтров, частотные характеристики которых имеют острые срезы, требуется импульсная характеристика с большим числом отсчетов N. Поэтому при использовании обычной свертки необходимо выполнять большой объем вычислений.

2. Задержка в КИХ-фильтрах с линейной фазовой характеристикой не всегда равна целому числу интервалов дискретизации. В некоторых приложениях такая некратная задержка может вызвать определенные трудности.

Для представления внутренней логики работы фильтра удобно его рассматривать как линейную цепь. Подоваемое на вход цепи некоторое воздействие $x(t)$ может быть разложено на гармонические состовляющие с помощью преобразования Фурье:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \tag{1}$$

Некая гармоника $x_f(t)$ частоты f, входящая в этот сигнал имеет вид:

$$x_f(t) = X(f) df e^{j2\pi ft} \tag{2}$$

Обозначим ЧХ цепи (фильтра) $H(f)$. Тогда, гармоника $x_f(t)$, пройдя через фильтр преобразуется в гармонику выходного сигнала:

$$y_f(t) = x_f(t) H(f) = X(f) H(f) df e^{j2\pi ft} \tag{3}$$

Отсюда следует что спектр выходного сигнала $Y(f)$ равен произведению спектра входного сигнала цепи и её частотной характеристики:

$$Y(f) = X(f) H(f) \tag{4}$$

Применив обратное преобразование к равенству, определяющему спектр сигнала на выходе линейной цепи, получим что выходной сигнал цепи может быть найден в виде свертки входного сигнала и импульсной характеристики цепи:

$$y(t) = x(t) * h(t) \tag{5}$$

Полученное соотношение показывает что функция $g(t)$ определяет веса, с которыми входят в выходной сигнал $y(t)$ различные мгновенные значения входного сигнала $x(t)$.

Поскольку частотная характеристика любого цифрового фильтра $H(e^{j\omega})$ является периодической функцией частоты, ее можно представить рядом Фурье:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) e^{-j\omega n}, \tag{6}$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \tag{7}$$

Видно, что коэффициенты Фурье $h(n)$ совпадают с коэффициентами импульсной характеристики цифрового фильтра. Использование соотношения (6) для проектирования КИХ-фильтров связано с двумя трудностями. Во-первых, импульсная характеристика фильтра имеет бесконечную длину, поскольку суммирование в (6) производится в бесконечных пределах. Во-вторых, фильтр физически нереализуем, так как импульсная характеристика начинается в $-\infty$, т. е. никакая конечная задержка не сделает фильтр физически реализуемым. Итак, фильтр, рассчитываемый на основе представления функции $H(e^{j\omega})$ рядом Фурье, оказывается физически нереализуемым БИХ-фильтром. Один из возможных методов получения КИХ-фильтра, аппроксимирующего заданную функцию $H(e^{j\omega})$, заключается в усечении бесконечного ряда Фурье (6) за $n = \pm M$. Однако простое усечение ряда приводит к явлению Гиббса, которое проявляется в виде выбросов и пульсаций определенного уровня до и после точки разрыва в аппроксимируемой частотной характеристике. Так, например, при аппроксимации стандартных фильтров типа идеального фильтра нижних частот или полосового фильтра максимальная амплитуда пульсаций частотной характеристики составляет около 9% и не уменьшается с увеличением длины импульсной характеристики, т. е. учет все большего числа членов ряда Фурье не приводит к уменьшению максимальной амплитуды пульсаций. Вместо этого по мере увеличения N уменьшается ширина выброса. Поскольку простое усечение ряда(6) не приводит к приемлемой аппроксимации идеального фильтра нижних частот (к чему необходимо стремиться), этот метод непригоден для проектирования КИХ-фильтров. Лучшие результаты, дает метод проектирования КИХ-фильтров, основанный на использовании весовой последовательности конечной длины w (n), называемой окном, для модификации коэффициентов Фурье $h(n)$ в формуле(6) с тем, чтобы управлять сходимостью ряда Фурье.

Желательно, чтобы окно обладало следующими свойствами:

1. Ширина главного лепестка частотной характеристики окна, содержащего по возможности большую часть общей энергии, должна быть малой.

2. Энергия в боковых лепестках частотной характеристики окна должна быстро уменьшаться при приближении ω к π.

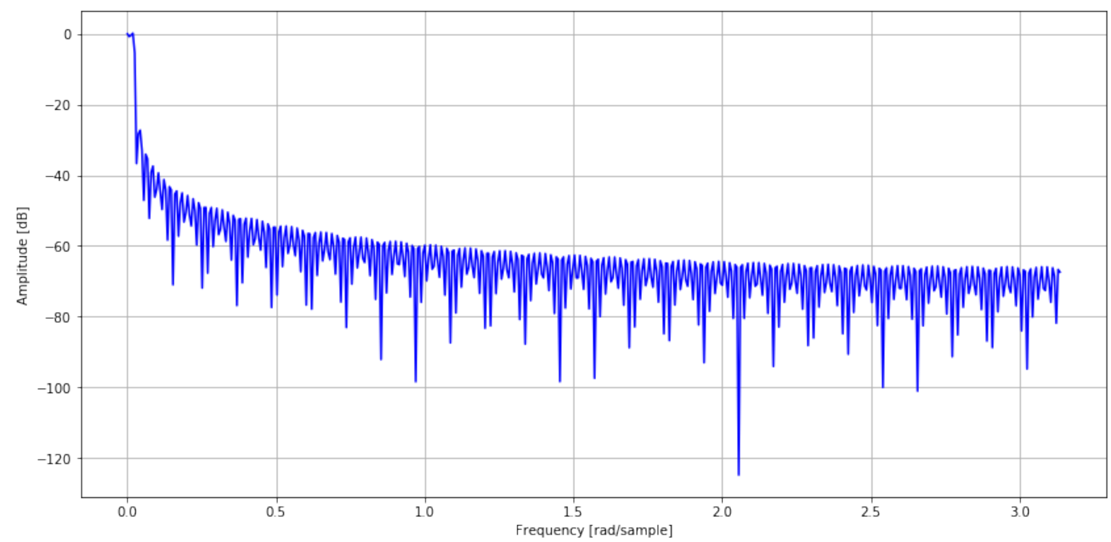
4 Ход работы

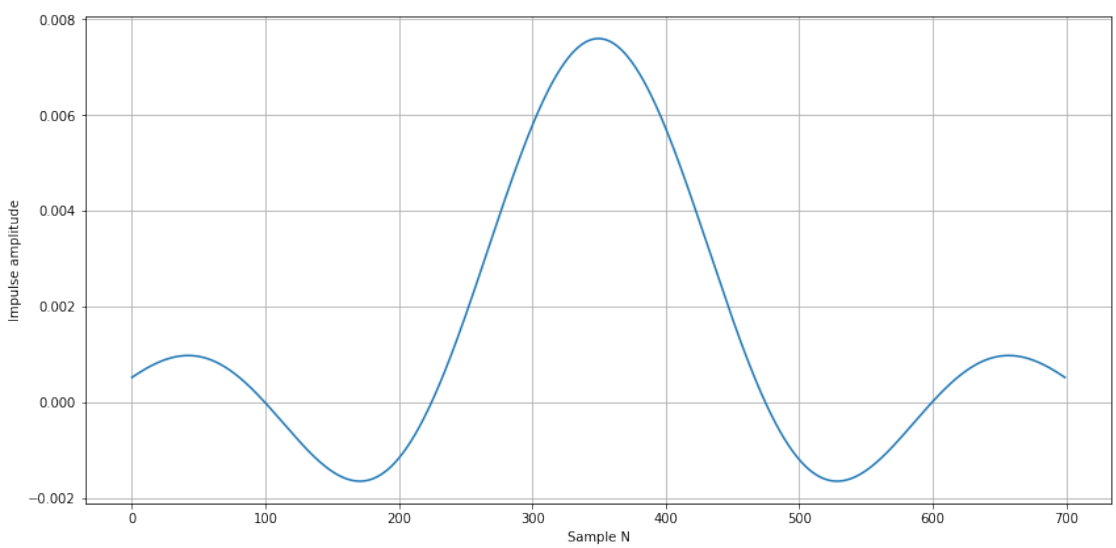
В лабораторной работе было выбрано воспользоваться прямоугольным окном для фильтрации. N-точечное прямоугольное окно, соответствующее простому усечению (без модификации) ряда Фурье, описывается весовой функцией:

$$w_R(n) = \begin{cases} 1 & -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \text{- при других } n \end{cases}$$

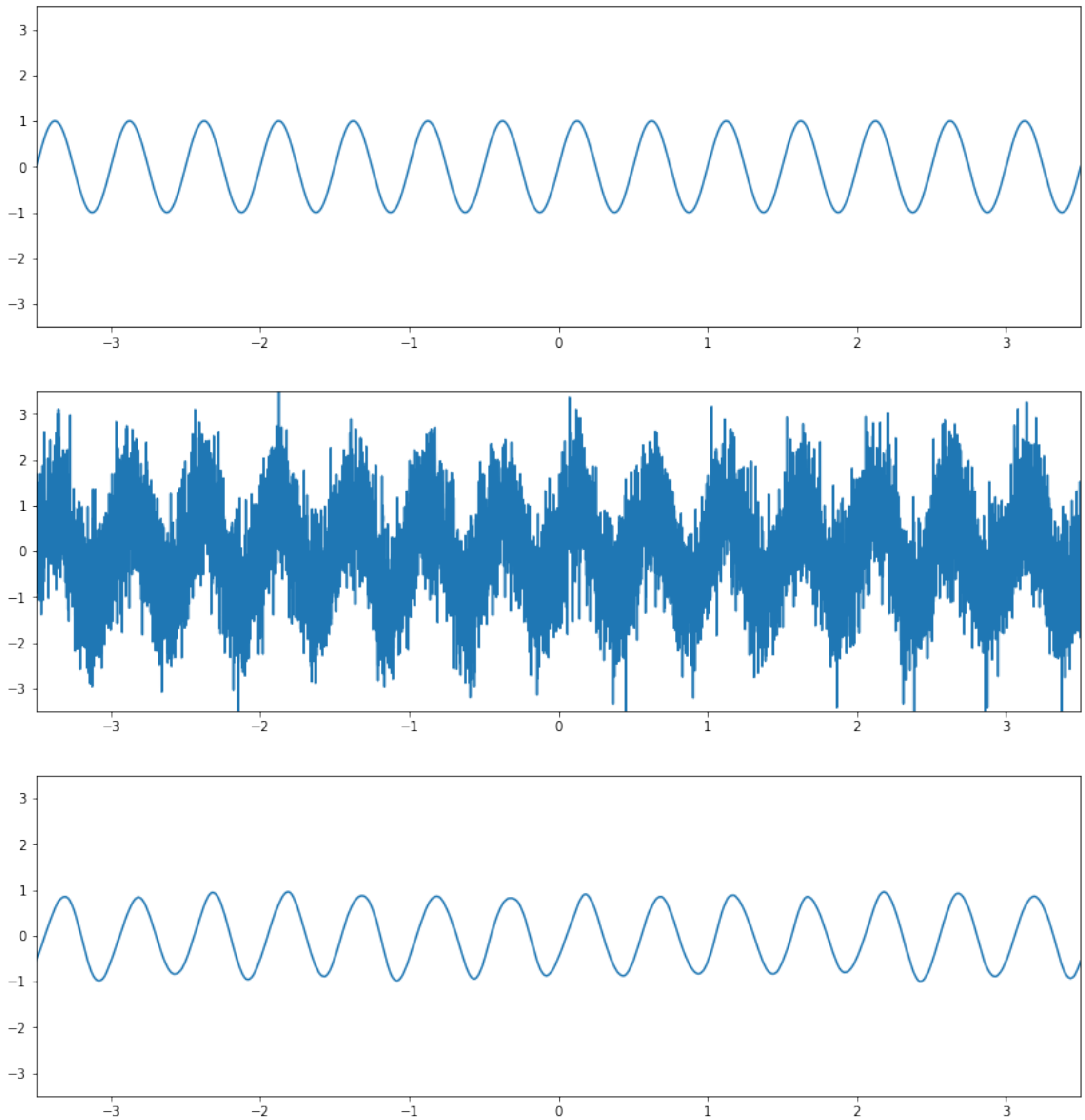
Частотная характеристика прямоугольного окна описывается соотношением:

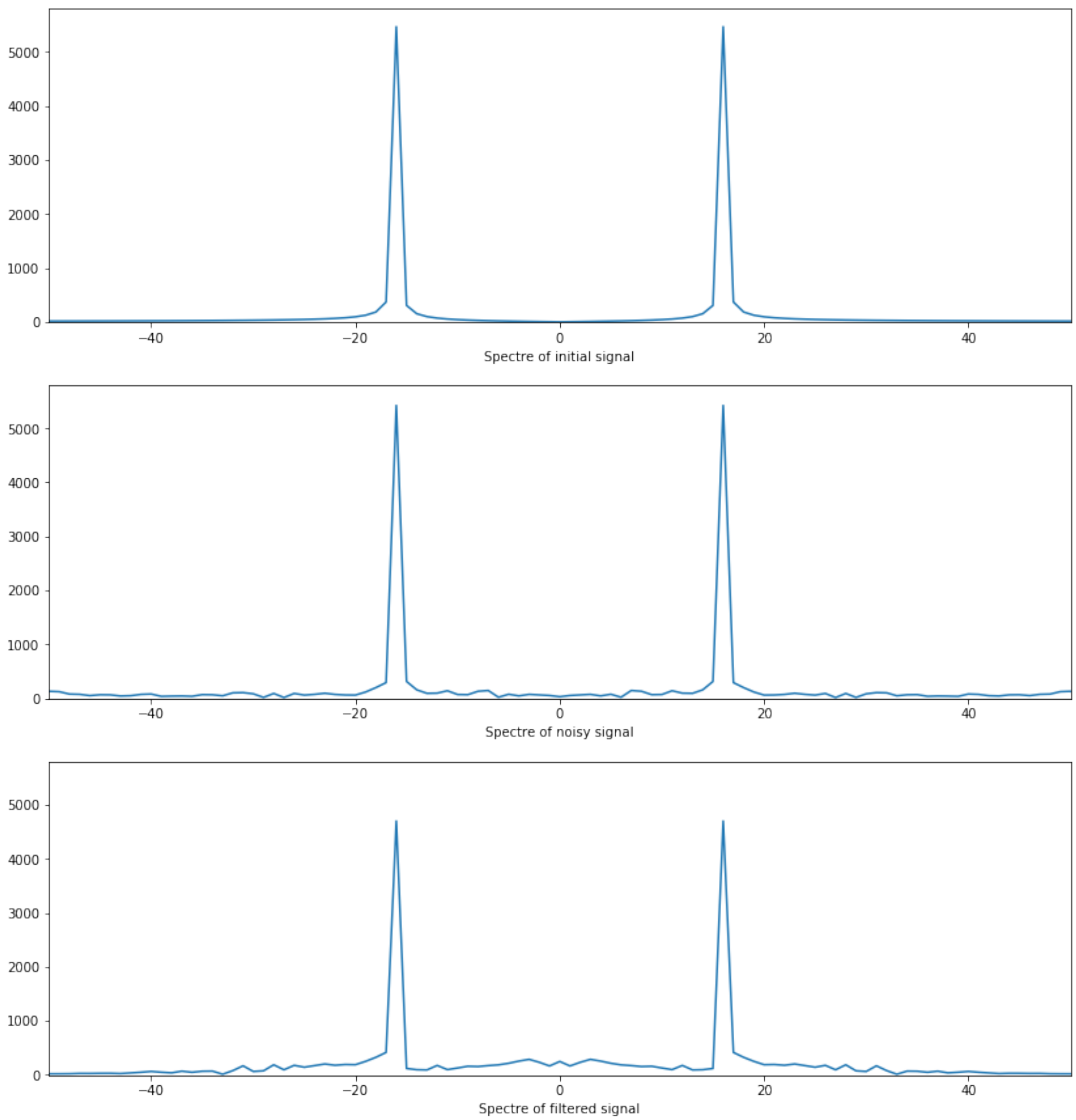
$$W_R(e^{j\omega}) = \frac{\sin(\frac{\omega N}{2})}{\sin(\frac{\omega}{2})} \tag{8}$$





Через синтезированный ФНЧ был пропущен сгенерированный сигнал с добавлением помех. На выходе ФНЧ получили отфильтрованный сигнал.





5 Выводы

В проделанной лабораторной работе был рассмотрен принцип действия фильтрации сигналов. Был синтезирован КИХ-фильтр низких частот. Весовой функцией было выбрано прямоугольное окно, так же известное как функция Дирихле. Полученный на выходе фильтра сигнал схож с изначальным, что подтверждает корректную работу синтезированного фильра. Погрешность обусловлена наличием низкочастотных помех, а так же пульсаций, связанных с явлением Гиббса. Это один из недостатков использования прямоугольного окна в качестве весовой функции фильтра, делающий его непригодным для многих приложений. Преимуществом использовния прямоугольного окна является сравнительная простота в вычислениях.