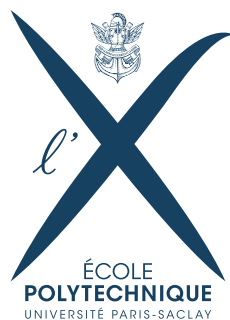


RETOUR VERS LE FUTUR



Sun Qi et Victor Quach



T1

- Soit $k \in \mathcal{E}^{bin} = \{0, \dots, M\}$.

Compte-tenu, de la définition de F^{bin} , on a pour $k < M$:

$$P^{bin}(k, k+1) = p \frac{M-k}{M}$$

Notons que le membre de droite est nul pour $k = M$.

De même, pour $k > 0$:

$$P^{bin}(k, k-1) = (1-p) \frac{k}{M}$$

Le membre de droite est nul pour $k = 0$.

Il vient donc, pour $k \in \mathcal{E}^{bin}$,

$$P^{bin}(k, k) = 1 - p + \frac{2kp}{M} + \frac{k}{M}$$

Enfin, pour $x, y \in \mathcal{E}^{bin}$, si $|x - y| > 1$,

$$P^{bin}(x, y) = 0$$

- Soit $x, y \in \mathcal{E}^{bin}$.

En utilisant que $\pi^{bin}(x) = \binom{M}{x} p^x (1-p)^{M-x}$, il vient dans les différents cas :

— Si $(x, y) = (k, k+1)$

$$\begin{aligned} P^{bin}(k)P(k, k+1) &= \binom{M}{k} p^k (1-p)^{M-k} p \frac{M-k}{M} \\ &= \frac{M-k}{M} \binom{M}{M-k} p^{k+1} (1-p)^{M-k-1} (1-p) \\ &= \binom{M-1}{M-k-1} p^{k+1} (1-p)^{M-k-1} (1-p) \\ &= \binom{M-1}{k} p^{k+1} (1-p)^{M-k-1} (1-p) \\ &= \frac{k+1}{M} \binom{M}{k+1} p^{k+1} (1-p)^{M-k-1} (1-p) \\ &= P^{bin}(k+1)P(k+1, k) \end{aligned} \tag{1}$$

— Si $(x, y) = (k, k)$, L'équation est trivialement vérifiée

— Sinon, les deux membres sont nuls.

Finalement, pour tout $x, y \in \mathcal{E}^{bin}$,

$$P^{bin}(k)P(k, k+1) = P^{bin}(k+1)P(k+1, k)$$