

### 3. Beadandó

#### 1 Klasszikus ítéletkalkulusbeli levezetés (2 pont)

Készítsünk ítéletkalkulusbeli levezetést a következő szintaktikus eldöntésproblémához!

$$\{\neg X \wedge \neg\neg Y\} \vdash Y \wedge X \supset Z$$

##### 1.0.1 Axiómasémák

- |  |   |
|--|---|
| (A1) $A \supset (B \supset A)$   | (C1) $A \supset (B \supset A \wedge B)$                                   |
| (A2) $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$ | (C2) $A \wedge B \supset A$   |
| (A3) $(\neg A \supset B) \supset ((\neg A \supset \neg B) \supset A)$          | (C3) $A \wedge B \supset B$   |
| (B1) $A \supset A$   | (D1) $B \supset A \vee B$   |
| (B2) $(A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C))$             | (D2) $A \supset A \vee B$   |
| (B3) $A \supset \neg\neg A$  | (D3) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$ |
| (B4) $\neg\neg A \supset A$  |   |
| (B5) $(A \supset B) \supset (\neg\neg A \supset \neg\neg B)$                   |   |

#### 2 Természetes levezetés (2 pont)

Készítsünk természetes levezetés fát a szintaktikus következmény problémához!

$$\neg(X \wedge \neg Z), \neg\neg X \vee \neg\neg Y, Y \supset Z \vdash Z$$

Természetes levezetés szabályok

<i>bevezető szabályok</i>	<i>alkalmazó szabályok</i>
$(\supset b) \frac{\Gamma, A \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \supset B}$	$(\supset a) \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 A \supset B}{\Gamma \vdash_0 B}$
$(\wedge b) \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \wedge B}$	$(\wedge a) \frac{\Gamma, A, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \wedge B \vdash_0 C}$
$(\vee b) \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \vee B}$	$(\vee a) \frac{\Gamma, A \vdash_0 C \quad \Gamma, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \vee B \vdash_0 C}$
$(\neg b) \frac{\Gamma, A \vdash_0 B \quad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A}$	$(\neg a) \frac{\Gamma \vdash_0 \neg\neg A}{\Gamma \vdash_0 A}$

#### 3 Gondolkodás (2 pont)

Készítsünk természetes levezetés fát a szintaktikus következmény problémához!

$$\{\} \vdash X \vee \neg X$$