Numerikus módszerek 1. **1. ZÁRTHELYI** **2023. október 27.**

Programtervező informatikus Bsc szak

Gyak.vez. neve ________________ **Név** ________________

Gyak. ideje ________________ **Neptun kód** ________________

Pontszám ____________

1. (13 pont) Tekintsük az $M = M(6, -K, K)$ gépi számhalmazt.

(a) Legyen K a legkisebb olyan egész szám, amely esetén a 123 szám ábrázolható az M számhalmazban! A továbbiakban ezt a K értéket használjuk a megoldás során.

(b) Számítsuk ki $fl(1,37)$ értékét,

(c) Végezzük el az $fl(1,37) \oplus fl(2)$ gépi összeadást,

(d) Adjunk (a gépi számábrázolásból származó) abszolút hibakorlátot $fl(1,37)$-re és a c) feladatban kiszámított összegre!

2. (7 pont) Legyen $a = 20$ és $b = 10$ két hibával terhelt mennyiség, melyek abszolút hibakorlátai $\Delta_a = 1$ és $\Delta_b = \frac{1}{2}$. Számítsuk ki a $c := (a-b)(a+b)$ és a $d := a^2 - b^2 = aa - bb$ kifejezésekre vonatkozó abszolút hibakorlátot! Melyik módon érdemes számolni, ha pontosabb eredményt szeretnénk?

3. (14 pont) Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 6 \\ -3 & 10 & -11 \\ 6 & -11 & 14 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 18 \\ -24 \\ 31 \end{bmatrix}$$

(a) Oldjuk meg az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszert Gauss-elimináció segítségével, és számítsuk ki az $\mathbf{A}$ mátrix determinánsát.

(b) Ha az elimináció során részleges főelemkiválasztást használtunk volna, összesen hány sorcserére lett volna szükségünk?

(c) Adjuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix LU-felbontását,

(d) Amennyiben lehetséges, adjuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix LDU- és Cholesky-felbontását!

4. (8 pont) Határozzuk meg az $\mathbf{A}$ mátrix QR-felbontását Gram–Schmidt ortogonalizáció segítségével!

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 3 & -5 & 11 \\ 4 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

.

5. (8 pont) Hozzuk az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszert felső háromszög alakra Householder-transzformáció segítéségével, majd számítsuk ki a megoldását!

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$