Vizsgakvíz_20240125AB

Határidő jan 25, 08:50 **Pont** 15 **Kérdések** 15
Elérhető jan 25, 08:00 - jan 25, 08:50 körülbelül 1 óra **Időkorlát** 45 perc

Instrukciók

A vizsga kvízek megoldására 45 perc áll rendelkezésre.

- Ha egy kérdésre válaszolt, később a választ nem javíthatja, a kérdéshez vissza nem térhet.
- Egyszerre egy kérdés látható.
- Minden kérdés egy pontot ér, így összesen 15 pont szerezhető.
- A kvíz kitöltése után azonnal látja az eredményt, a vizsga megajánlott jegyét az alábbi ponthatárok alapján számoljuk:

- 0-7 – elégtelen (1)
- 8-11 – elégséges (2)
- 12-15 – közepes (3)
- Ha a kvízzel elérte a legalább 8 pontot, akkor **elfogadhatja a megajánlott jegyet vagy jelentkezhet az oktatónál a vizsga szóbeli részére**.

Ez a kvíz már nem érhető el, mivel a kurzus befejeződött.

Próbálkozások naplója

	Próbálkozás	Idő	Eredmény
LEGUTOLSÓ	1. próbálkozás	33 perc	9 az összesen elérhető 15 pontból

Ezen kvíz eredménye: **9** az összesen elérhető 15 pontból
Beadva ekkor: jan 25, 08:33
Ez a próbálkozás ennyi időt vett igénybe: 33 perc

1. kérdés **1 / 1 pont**

Legyen $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertálható. Melyik állítás hamis?

(A) $cond_1(A) \geq 1.$

(B) $cond(c \cdot A) = cond(A) \quad (c \in \mathbb{R}, c \neq 0).$

(C) Ha A ortogonális, akkor $cond_2(A) = 1.$

(D) Ha A-nak létezik az LU felbontása, akkor $cond_2(L) = 1.$

- A
- B
- C
- D

Helyes!

2. kérdés

1 / 1 pont

Ha a Gauss elimináció elvégezhető sor és oszlopcsere nélkül, akkor

(A) A szigorúan diagonálisan domináns.

(B) $a_{kk}^{(k-1)} = 0$, ahol a $(k-1)$ felső index az algoritmus $(k-1)$-ik lépését követően kialakult mátrixot jelzi.

(C) A $D_k \neq 0$ $(k = 1, \ldots, n-1)$, ahol D_k az A mátrix k-ik főminora.

(D) Egyik sem.

A

B

Helyes!

C

D

3. kérdés

0 / 1 pont

Legyen x az X pontos értéket Δ_X hibakorláttal közelítő érték. Tegyük fel, hogy $f \in C^1(k_{\Delta_X}(x))$, ahol $k_{\Delta_X}(x) = [x - \Delta_X, x + \Delta_X]$. Az alábbiak közül melyik állítás helyes?

(A) Ha f gyorsan változik a $k_{\Delta_X}(x)$ intervallumon, akkor $\Delta_f(x)$ alacsonyabb.

(B) Ha f gyorsan változik a $k_{\Delta_X}(x)$ intervallumon, akkor $\Delta_f(x)$ magasabb.

(C) $\Delta_f(x)$ csak Δ_X-től függ.

(D) Nem állíthatunk semmit $\Delta_f(x)$-ről.

A

lelyes válasz

B

legadott válasz

C

D

4. kérdés

1 / 1 pont

Tekintsük a $\varphi(x) := 1$ leképezést a $[-1, 1]$ intervallumon. Melyik állítás igaz?

(A) φ kontrakció a $q = 0$ kontrakciós együtthatóval, továbbá létezik $x^* \in [-1, 1]$, melyre $\varphi(x^*) = x^*$.

(B) φ kontrakció a $q = 0$ kontrakciós együtthatóval, továbbá létezik $x^* \in [-1, 1]$, melyre $\varphi(x^*) = 0$.

(C) φ kontrakció a $q = 1$ kontrakciós együtthatóval, továbbá létezik $x^* \in [-1, 1]$, melyre $\varphi(x^*) = x^*$.

(D) φ kontrakció a $q = 1$ kontrakciós együtthatóval, továbbá létezik $x^* \in [-1, 1]$, melyre $\varphi(x^*) = 0$.

Helyes!

- (•) A
- ( ) B
- ( ) C
- ( ) D

5. kérdés

1 / 1 pont

Az alábbi esetek közül melyikben fordulhat elő, hogy nem konvergá
biztosan az $Ax = b$ LER-re felírt Gauss-Seidel iteráció?

(A) Ha A szigorúan diagonálisan domináns a soraira nézve.

(B) Ha A szimmetrikus és pozitív definit.

(C) Ha A tridiagonális.

(D) Mindegyik esetben konvergens.

- ○ A
- ○ B
- ◉ C — **Helyes!**
- ○ D

6. kérdés

0 / 1 pont

Az alábbi tételek közül melyik garantálja a leggyorsabb konvergenciát az $f(x) = 0$ nemlineáris egyenlet egy megoldásához?

(A) A Newton-módszerre vonatkozó monoton konvergencia tétel.

(B) A húrmódszer konvergenciájára vonatkozó tétel.

(C) A szelőmódszer konvergenciájára vonatkozó tétel.

(D) Az említett tételek mindegyike csak elsőrendű konvergenciát garantál.

A

B

lelyes válasz C

legadott válasz D

7. kérdés

0 / 1 pont

Melyik képlet **nem** helyes az $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix Frobenius normájának kiszámítására?

(A) $\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2}$

(B) $\|A\|_F = \operatorname{tr}(A^T A)$

(C) $\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \lambda_i(A^T A)}$

(D) Mindegyik helyes.

A

Helyes válasz

B

Megadott válasz

C

D

8. kérdés

1 / 1 pont

Jelölje x_{GE} a Gauss-eliminációval, x_{RF} pedig a részleges főelem kiválasztással kapott, **számítógéppel kiszámított** megoldását az $Ax = b$ LER-nek. Legyen továbbá $|\Delta x| = \sum_{k=1}^{n} |\Delta x_k|$ az x vektor komponensenként vett abszolút hibáinak összege. Melyik állítás igaz?

(A) $|\Delta x_{GE}| \approx |\Delta x_{RF}|$.

(B) $|\Delta x_{RF}| \leq |\Delta x_{GE}|$.

(C) $|\Delta x_{GE}| \leq |\Delta x_{RF}|$.

(D) $|\Delta x_{GE}| = |\Delta x_{RF}| = 0$. A GE direkt módszer, ezért minden variációja pontosan állítja elő a megoldást.

A

Helyes!

B

C

D

9. kérdés

0 / 1 pont

Legyen $L_k := I - \ell_k e_k^T \in \mathbb{R}^{n\times n}$ alsó háromszög mátrix, ahol $\ell_k \in \mathbb{R}^n, (\ell_k)_i = 0$ $(i \leq k)$ és $e_k \in \mathbb{R}^n$ a k-ik egységvektor. Melyik állítás igaz?

(A) $L_k \cdot \ell_k e_k^T = I$.

(B) $L_k^{-1} - \ell_k e_k^T = I$.

(C) $L_1^{-1} \cdot L_2^{-1} \cdot \ldots \cdot L_{n-1}^{-1} = \sum_{k=1}^{n-1} \ell_k e_k^T$.

(D) $L_1^{-1} \cdot L_2^{-1} \cdot \ldots \cdot L_{n-1}^{-1} = \sum_{k=1}^{n-1} e_k^T \ell_k$.

- A

Helyes válasz
- B

Megadott válasz
- C

- D

10. kérdés

0 / 1 pont

Tekintsük a

$$P(x) := \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \quad (n \in \mathbb{N}, a_k \in \mathbb{R})$$

leképezést. Jelöljön x^* egy olyan pontot, amelyre $P(x^*) = 0$. Ekko

(A) $|x^*| < 1 + \frac{\max_{k=0}^{n-1} |a_k|}{|a_n|}$.

(B) $|x^*| > \frac{1}{1+\frac{\max_{k=1}^{n} |a_k|}{|a_0|}}$.

(C) Mindkettő helyes.

(D) Egyik sem helyes.

- A
- B
- Megadott válasz: C
- Helyes válasz: D

11. kérdés

0 / 1 pont

Az $f : [a, b] \to [a, b]$, kétszer folytonosan differenciálható függvény gyökének meghatározására Newton-módszert szeretnénk alkalmazni Ekkor az x_{k+1} pontban felvett függvényértékre teljesül, hogy

(A) $|f(x_{k+1})| \leq \frac{(b-a)^2}{2} \max_{s\in[a,b]} |f''(s)|$.

(B) $\exists\xi \in [a, b] : f(x_{k+1}) = \frac{(b-a)^2}{2} f''(\xi)$.

(C) $f(x_{k+1}) > 0$.

(D) $f(x_{k+1}) < 0$.

lelyes válasz

- A

legadott válasz

- B
- C
- D

12. kérdés

1 / 1 pont

Householder transzformáció segítségével felsőháromszög alakra szeretnénk hozni az

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ \sqrt{3} & 1 & -1 \\ \sqrt{6} & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

mátrixot. Az alábbiak közül (stabilitási szempontokat is figyelembe véve) melyik **jó** választás v_1 vektornak?

(A) $v_1 = \frac{[0\ \sqrt{3}\ \sqrt{6}]^T - 3 \cdot \boldsymbol{e}_1}{\|[0\ \sqrt{3}\ \sqrt{6}]^T - 3 \cdot \boldsymbol{e}_1\|_2}$.

(B) $v_1 = \frac{[0\ \sqrt{3}\ \sqrt{6}]^T + 3 \cdot \boldsymbol{e}_1}{\|[0\ \sqrt{3}\ \sqrt{6}]^T + 3 \cdot \boldsymbol{e}_1\|_2}$.

(C) Mindkettő jó választás.

(D) Egyik sem jó választás.

- A
- B
- C (selected)
- D

Helyes!

13. kérdés

1 / 1 pont

Legyen $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ kontrakció, a q kontrakciós együtthatóval. Ekkor

(A) Ha $\|x - y\| < \delta$ akkor $\|\varphi(x) - \varphi(y)\| > q \cdot \delta$.

(B) $\forall \varepsilon > 0$ esetén létezik olyan $\delta > 0$, hogy ha $\|\varphi(x) - \varphi(y)\| < \delta$, akkor $\|x - y\| = \varepsilon$.

(C) $\forall \delta > 0$, ha $\|x - y\| < \delta$, akkor az $\varepsilon = q \cdot \delta$ választással $\|\varphi(x) - \varphi(y)\| < \varepsilon$.

(D) Egyik sem.

Helyes!

- ○ A
- ○ B
- ◉ C
- ○ D

14. kérdés

1 / 1 pont

Legyen $t < 5$ és tekintsük az $M = (t, -k, k)$ gépi számhalmazt, ahol

- $|M| = 81$
- Ha $a = [1, \dots, 0|k]$ és $b = [1, \dots, 1|k]$ két egymást követő gépi szám, akkor $b - a = \frac{1}{4}$.

Melyik lehet M az alábbiak közül?

(A) $M = (4, -3, 1)$.

(B) $M = (4, -1, 2)$.

(C) $M = (2, -2, 2)$.

(D) $M = (4, -2, 2)$.

○ A

○ B

○ C

Helyes! ◉ D

15. kérdés

1 / 1 pont

Legyen $g : [-a, a] \to [-a, a]$ és $f \in C[-a, a]$ $(a \in \mathbb{R}, a > 0)$, $f(x) := x + g(x)$. Ekkor biztosan

(A) $\exists x^* \in [-a, a] : f(x^*) = x^*$.

(B) $\exists x^* \in [-a, a] : g(x^*) = x^*$.

(C) $\exists x^* \in [-a, a] : g(x^*) = 0$.

(D) Egyik sem.

- A

Helyes!

- B (selected)
- C
- D

Kvízeredmény: **9** az összesen elérhető 15 pontból