Algoritmusminták intervallumon (programozási tételek)

Összegzés

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy f:[e..u]→H függvény. A H halmaz elemein értelmezett egy asszociatív, baloldali nulla elemmel rendelkező művelet (nevezzük összeadásnak és jelölje ezt a +). Határozzuk meg az f függvény [e..u]-on felvett értékeinek az összegét, azaz a $\sum_{i=e}^{u} f(i)$ kifejezés értékét! (e>u esetén ennek az értéke definíció szerint a nulla elem)

Specifikáció

Def: $f: [e..u] \to H$
Be: $e, u: Egész$
Ki: $s: H$
Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$
Uf:

$$Ef \text{ és } s = \sum_{i=e}^{u} f(i)$$

Algoritmus

```
s:=0
i=e..u
    s:=s+f(i)
```

Feltételes összegzés

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma, egy T:[e..u]->Logikai és egy f:[e..u]→H függvény. A H halmaz elemein értelmezett egy asszociatív, baloldali nulla elemmel rendelkező művelet (nevezzük összeadásnak és jelölje ezt a +). Határozzuk meg az f függvény [e..u] intervallum azon elemeire felvett értékeinek az összegét, amelyekre a T feltétel teljesül.

Specifikáció

Def: $f:[e..u] \to H, T:[e..u] \to Logikai$

Be: $e, u: Egész$

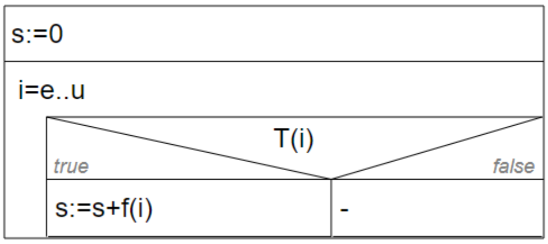
Ki: $s: H$

Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$

Uf:

$$Ef \text{ és } s = \sum_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} f(i)$$

Algoritmus



Megszámolás

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. Határozzuk meg, hogy az [e..u] intervallumon a T feltétel hányszor veszi fel az igaz értéket!

Specifikáció

Def: $T: [e..u] \to Logikai$

Be: $e, u: Egész$

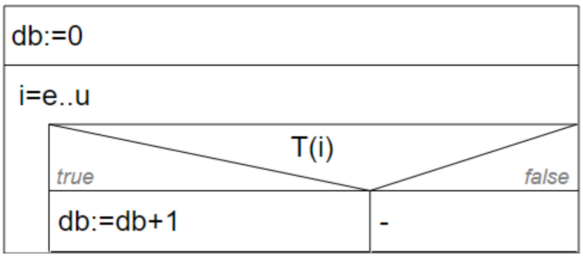
Ki: $db: Egész$

Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$

Uf: $Ef \text{ és } db = \sum_{i=e}^{u} \begin{cases} 1 & ha\, T(i) \\ 0 & különben \end{cases} =$

$$Ef \text{ és } db = \sum_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} 1$$

Algoritmus



Maximumkiválasztás

Feladat

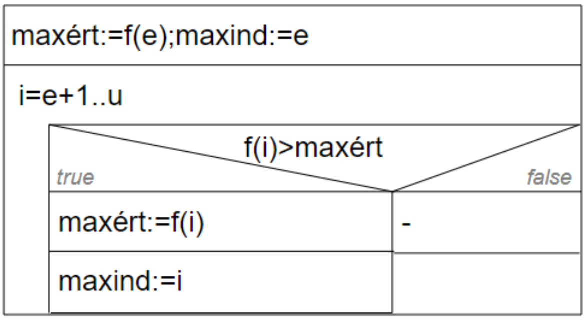
Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy f:[e..u]→H függvény. A H halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, hogy az f függvény hol veszi fel az [e..u] nem üres intervallumon a legnagyobb értéket, és mondjuk meg, mekkora ez a maximális érték!

Specifikáció

Def: $f: [e..u] \rightarrow H, \geq: HxH \rightarrow Logikai$
Be: $e, u: Egész$
Ki: $maxért: H,\ maxind: Egész$
Ef: $e = e' \text{ és } u = u' \text{ és } u \geq e$
Uf: $Ef \text{ és } e \leq maxind \leq u \text{ és } \forall i(e \leq i \leq u): maxért \geq f(i) \text{ és } maxért = f(maxind)$

$$Ef \text{ és } (maxért, maxind) = Max_{i=e}^{u} f(i)$$

Algoritmus



Feltételes maximumkeresés

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma, egy f:[e..u]→H függvény és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. A H halmaz elemein értelmezett egy teljes rendezési reláció. Határozzuk meg, hogy az [e..u] intervallum T feltételt kielégítő elemei közül az f függvény hol veszi fel a legnagyobb értéket, és mondjuk meg, mekkora ez az érték!

Specifikáció

Def: $f: [e..u] \rightarrow H, \geq: HxH \rightarrow Logikai, T: [e..u] \rightarrow Logikai$

Be: $e, u: Egész$

Ki: $van: Logikai, maxért: H,\ maxind: Egész$

Ef: $e = e'$ és $u = u'$

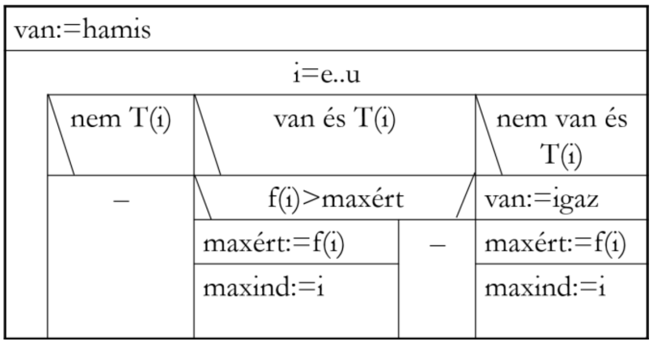
Uf: Ef és $van = \exists i(e \leq i \leq u): T(i)$ és

$van \rightarrow (e \leq maxind \leq u$ és $T(maxind)$ és

$\forall i(e \leq i \leq u): T(i) \rightarrow maxért \geq f(i)$ és $maxért = f(maxind))$

$$Ef \text{ és } (van, maxért, maxind) = \underset{T(i)}{Max_{i=e}^{u}} f(i)$$

Algoritmus



Keresés

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. Határozzuk meg az [e..u] intervallum-ban balról az első olyan számot, amely kielégíti a T feltételt!

Specifikáció

Def: $T: [e..u] \rightarrow Logikai$

Be: $e, u: Egész$

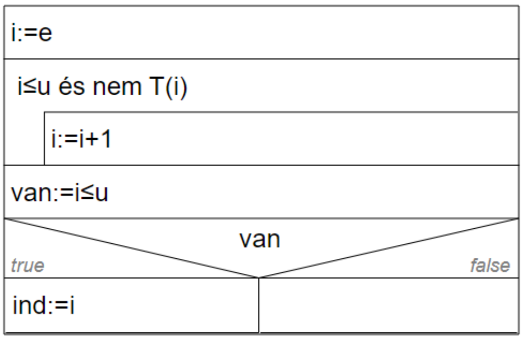
Ki: $van: Logikai, ind: Egész$

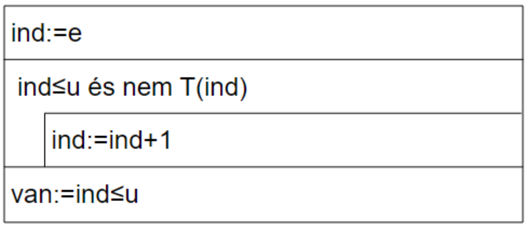
Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$

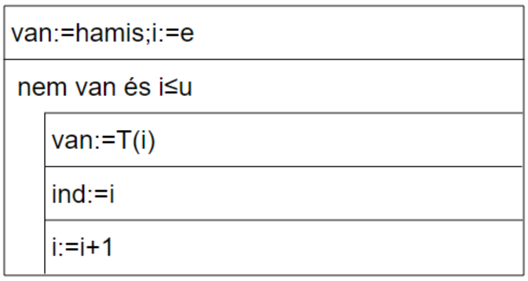
Uf: $Ef \text{ és } van = \exists i(e \leq i \leq u): T(i) \text{ és } van \rightarrow \big(e \leq ind \leq u \text{ és } T(ind)\big)$

$$Ef \text{ és } (van, ind) = Keres_{i=e}^{u} T(i)$$

Algoritmus







Optimista keresés

Feladat

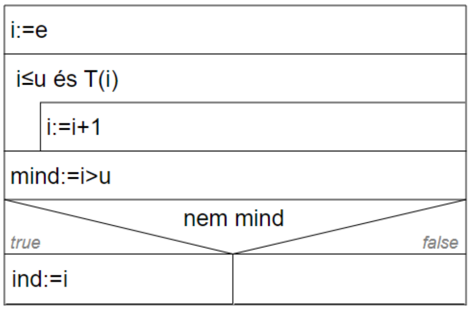
Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. Határozzuk meg, hogy az [e..u] intervallum-ban mindegyik szám teljesíti-e a T feltételt! Ha nem, adjuk meg balról az első olyan számot, amelyikre nem igaz a T feltétel!

Specifikáció

Def: $T: [e..u] \to Logikai$
Be: $e, u: Egész$
Ki: $mind: Logikai, ind: Egész$
Ef: $e = e'$ és $u = u'$
Uf: Ef és $mind = \forall i(e \leq i \leq u): T(i)$ és $\neg mind \to \big(e \leq ind \leq u$ és $\neg T(ind)\big)$

$$Ef \text{ és } (mind, ind) = Mind_{i=e}^{u} T(i)$$

Algoritmus



Kiválasztás

Feladat

Adott egy e egész szám és egy e-től jobbra értelmezett T:Egész→Logikai feltétel. Határozzuk meg az e-től jobbra eső első olyan számot, amely kielégíti a T feltételt, ha tudjuk, hogy ilyen szám biztosan van!

Specifikáció

Def: $T: Egész \rightarrow Logikai$
Be: $e: Egész$
Ki: $ind: Egész$
Ef: $e = e'$ és $\exists i(i \geq e): T(i)$
Uf: Ef és $e \leq ind$ és $T(ind)$

$$Ef \text{ és } ind = Kiválaszt_{i \geq e} T(i)$$

Algoritmus

```
i:=e
nem T(i)
    i:=i+1
ind:=i
```

```
ind:=e
nem T(ind)
    ind:=ind+1
```

```
i:=e; van:=hamis
nem van
    van:=T(ind)
    ind:=i
    i:=i+1
```

Másolás

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma és egy f:[e..u]→H függvény. Rendeljük az [e..u] intervallum minden értékéhez az f függvény értékét!

Specifikáció

Def: $f: [e..u] \to H$
Be: $e, u: Egész$
Ki: $y: Tömb(1..u-e+1: H)$
Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$
Uf: $Ef \text{ és } \forall i(e \leq i \leq u): y_i = f(i)$

$$Ef \text{ és } y = Másol_{i=e}^{u} f(i)$$

Algoritmus

```
i=e..u
    y[i-e+1]:=f(i)
```

```
y:=()
i=e..u
    Végére(y,f(i))
```

Kiválogatás

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma, egy f:[e..u]→H függvény és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. Határozzuk meg az f függvény értékét az [e..u] intervallum azon értékeire, amelyekre a T feltétel teljesül!

Specifikáció

Def: $f: [e..u] \to H, T: [e..u] \to Logikai$

Be: $e, u: Egész$

Ki: $db: Egész, y: Tömb(1..db: H)$

Ef: $e = e' \text{ és } u = u'$

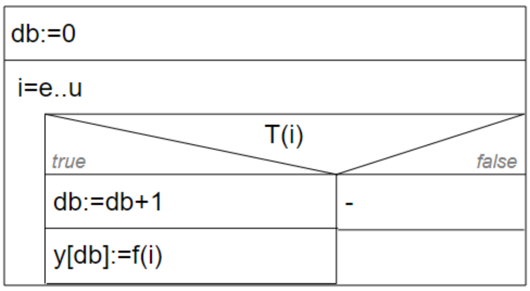
Uf: $Ef \text{ és } db = \sum_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} 1 \text{ és}$

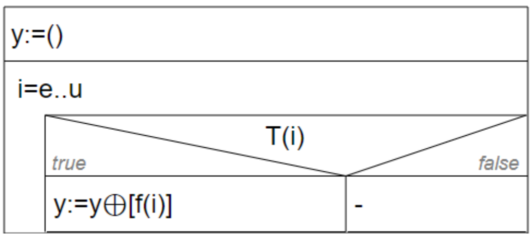
$ind: Tömb(1..db: Egész) \text{ és } ind \subseteq [e..u] \text{ és}$

$\forall i(1 \leq i \leq db): \big(T(ind_i) \text{ és } y_i = f(ind_i)\big)$

$$Ef \text{ és } (db, y) = Kiválogat_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} f(i)$$

Algoritmus





Szétválogatás

Feladat

Adott az egész számok egy [e..u] intervalluma, egy f:[e..u]→H függvény és egy T:[e..u]→Logikai feltétel. Határozzuk meg az f függvény értékét az [e..u] intervallum azon értékeire, amelyekre a T feltétel teljesül, és azokra is, amelyekre nem!

Specifikáció

Def: $f:[e..u] \to H, T:[e..u] \to Logikai$

Be: $e, u: Egész$

Ki: $db: Egész, y: Tömb(1..db: H), z: Tömb(1..u-e+1-db: H)$

Ef: $e = e'$ és $u = u'$

Uf: Ef és $db = \sum_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} 1$ és

$indy: Tömb(1..db: Egész)$ és $indy \subseteq [e..u]$ és

$indz: Tömb(1..u-e+1-db: Egész$ és $indz \subseteq [e..u]$ és

$\forall i(1 \le i \le db): \big(T(indy_i)$ és $y_i = f(indy_i)\big)$ és

$\forall i(1 \le i \le u - e \mp 1 - db): \big(\neg T(indz_i)$ és $z_i = f(indz_i)\big)$

$$Ef \text{ és } (db, y, z) = Szétválogat_{\substack{i=e \\ T(i)}}^{u} f(i)$$

Algoritmus