

Logika második minta ZH

1 Rövid kérdések

1.1

A következő ítéletlogikai klóz párok közül melyiknek az eredménye egységklóz?

- . ☐ $A \vee B, \neg A \vee \neg B$
- . ☐ $A \vee B \vee C, \neg A \vee B \vee \neg C$
- . ☐ $\neg A, A$
- . ☐ $A \vee B, \neg B \vee A$

1.2

Skolemizálja az alábbi formulát: $\forall x(P(x) \wedge \exists y(Q(x, f(y))))$

1.3

Mit jelent az alábbi szekvent? $A, B \vee C \longrightarrow D \wedge C, B$

1.4

A természetes levezetés szabályai között melyik az, amelyik a dedukciós tétel alkalmazásának felel meg?

- . ☐ $(\forall b)$
- . ☐ $(\supset a)$
- . ☐ $(\supset b)$
- . ☐ $(\neg a)$

2 Kifejtős rész

2.1 Ítéletkalkulus

Adott a következő szintaktikus következmény:

$$\{\neg\neg(A \supset B) \wedge C, \neg B\} \vdash_0 \neg A$$

Igazolja ítéletkalkulus segítségével, hogy a fenti levezetés megkonstruálható!

Axiómasémák:

- | | |
|--|---|
| (A1) $A \supset (B \supset A)$ | (C1) $A \supset (B \supset A \wedge B)$ |
| (A2) $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$ | (C2) $A \wedge B \supset A$ |
| (A3) $(\neg A \supset B) \supset ((\neg A \supset \neg B) \supset A)$ | (C3) $A \wedge B \supset B$ |
| (B1) $A \supset A$ | (D1) $B \supset A \vee B$ |
| (B2) $(A \supset B) \supset ((B \supset C) \supset (A \supset C))$ | (D2) $A \supset A \vee B$ |
| (B3) $A \supset \neg\neg A$ | (D3) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$ |
| (B4) $\neg\neg A \supset A$ | |
| (B5) $(A \supset B) \supset (\neg\neg A \supset \neg\neg B)$ | |

2.2 Természetes levezetés

Adott a következő szintaktikus következmény:

$$\{(A \supset B) \vee (\neg A \wedge \neg C)\} \vdash_0 A \supset C \vee B$$

Igazolja természetes levezetéssel, hogy a levezetés megkonstruálható!

	<i>bevezető szabályok</i>	<i>alkalmazó szabályok</i>
$(\supset b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \supset B}$	$(\supset a) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 A \supset B}{\Gamma \vdash_0 B}$
$(\wedge b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A \quad \Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \wedge B}$	$(\wedge a) \quad \frac{\Gamma, A, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \wedge B \vdash_0 C}$
$(\vee b)$	$\frac{\Gamma \vdash_0 A}{\Gamma \vdash_0 A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash_0 B}{\Gamma \vdash_0 A \vee B}$	$(\vee a) \quad \frac{\Gamma, A \vdash_0 C \quad \Gamma, B \vdash_0 C}{\Gamma, A \vee B \vdash_0 C}$
$(\neg b)$	$\frac{\Gamma, A \vdash_0 B \quad \Gamma, A \vdash_0 \neg B}{\Gamma \vdash_0 \neg A}$	$(\neg a) \quad \frac{\Gamma \vdash_0 \neg\neg A}{\Gamma \vdash_0 A}$

2.3 Szekvent kalkulus

a) Igazolja szekvent módszerrel, hogy az alábbi szekvent megalapozható!

$$\longrightarrow (\exists x P(x) \vee \exists y Q(y)) \supset \exists z (P(z) \vee Q(z))$$

$(\rightarrow \supset) \quad \frac{X, \Gamma \rightarrow \Delta, Y}{\Gamma \rightarrow \Delta, (X \supset Y)}$	$(\supset \rightarrow) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, X \quad Y, \Gamma \rightarrow \Delta}{(X \supset Y), \Gamma \rightarrow \Delta}$
$(\rightarrow \wedge) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, X \quad \Gamma \rightarrow \Delta, Y}{\Gamma \rightarrow \Delta, (X \wedge Y)}$	$(\wedge \rightarrow) \quad \frac{X, Y, \Gamma \rightarrow \Delta}{(X \wedge Y), \Gamma \rightarrow \Delta}$
$(\rightarrow \vee) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, X, Y}{\Gamma \rightarrow \Delta, (X \vee Y)}$	$(\vee \rightarrow) \quad \frac{X, \Gamma \rightarrow \Delta \quad Y, \Gamma \rightarrow \Delta}{(X \vee Y), \Gamma \rightarrow \Delta}$
$(\rightarrow \neg) \quad \frac{X, \Gamma \rightarrow \Delta}{\Gamma \rightarrow \Delta, \neg X}$	$(\neg \rightarrow) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, X}{\neg X, \Gamma \rightarrow \Delta}$
$(\forall \rightarrow) \quad \frac{[A(x \parallel t)], \forall x A, \Gamma \rightarrow \Delta}{\forall x A, \Gamma \rightarrow \Delta}$	$(\rightarrow \forall) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, A}{\Gamma \rightarrow \Delta, \forall x A} \quad (x \notin \text{Par}(\Gamma, \Delta))$
$(\exists \rightarrow) \quad \frac{A, \Gamma \rightarrow \Delta}{\exists x A, \Gamma \rightarrow \Delta} \quad (x \notin \text{Par}(\Gamma, \Delta))$	$(\rightarrow \exists) \quad \frac{\Gamma \rightarrow \Delta, [A(x \parallel t)], \exists x A}{\Gamma \rightarrow \Delta, \exists x A}$

2.4 Elsőrendű rezolúció

Adott a következő változóiban tiszta klózhalmaz:

$$S := \{\neg P(x) \vee Q(x, f(x)), P(y) \vee \neg Q(\bar{a}, g(z)), \neg R(f(t)) \vee P(g(t)), \neg Q(g(\bar{a}), s), R(w)\}$$

, ahol \bar{a} konstans szimbólum.

A legáltalánosabb illesztési algoritmus alkalmazásával készítsen elsőrendű rezolúciós levezetést a S klózhalmazhoz! A helyettesítést mindenhol írja le!