Definíció: A $p(S) \subseteq A \times A$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program programfüggvénye, ha

1. $\mathcal{D}_{p(S)} = \{a \in A \mid S(a) \subseteq \bar{A}^*\}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_{p(S)} : p(S)(a) = \{b \in A \mid \exists \alpha \in S(a) : b = \alpha_{|\alpha|}\}$

1 ABORT

$D_{\tilde{p}(ABORT)} = A$

$\tilde{p}(ABORT) = \{(a, fail) \mid a \in A\}$

$D_{p(ABORT)} = \emptyset$

$p(ABORT) = \emptyset$

2 SKIP

$D_{\tilde{p}(SKIP)} = A$

$\tilde{p}(SKIP) = p(SKIP)$

$D_{p(SKIP)} = A$

$p(SKIP) = \{(a, a) \mid a \in A\}$

$\forall a \in A: \quad p(SKIP)(a) = \{a\}$

26. kérdés

2 pont

Adott a következő feladat: Adjunk meg egy számot az x és y számok között.

Ennek a feladatnak állapotteréül a következőt választjuk:
A = (x:Z, y:Z, z:Z)

A felsorolt állapotok közül melyik eleme a feladat választott állapotterének?

- ○ { x:10, y:20, z:40 }
- ○ A felsoroltak egyike sem.
- ○ { x:10, y:20 }
- ○ { x:10, y:20, z:15, l:igaz }

Következő ▸

26. kérdés

A = (x:N, y:N, z:N)

B = (x':N, y':N)

Q = (x=x' és y=y')

R = (Q és x<z és z<y és prím(z))

A prím(z) igaz ha z prímszám.

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az F({x:20, y:25, z:24}) halmaznak?

- ○ Nincs egy eleme sem, üres.
- ○ 3
- ○ 1
- ○ Végtelen sok.

19. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű az S(1) halmaz?

S = {

1→<1,2,4>, 1→<1,3,2,4>, 1→<1,4>,

2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→<3,1,3>

4→<4,1>, 4→<4,fail>,

5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

3

Következő

12. kérdés

2 pont

A = (x:Z) állapottér.

Tekintsd a következő annotált párhuzamos blokkot.

```
{x=1}
parbegin
    { x=1 ∨ x=2 }
    await x=2 then x:=x+3 ta
    { x=5 }
||
    { x=1 }
    x:=x+1
    { x=2 ∨ x=5 }
parend
{x=5}
```

Azaz, a párhuzamos blokk első komponense egy várakoztató utasítás, míg a második komponens az x:=x+1 értékadás.

Kérdés: A következők közül melyik feltétel belátása szükséges ahhoz hogy a párhuzamos blokk **interferencia mentes** legyen?

- ○ $(x=1) \Rightarrow \text{lf}(x:=x+1, x=2 \vee x=5)$
- ○ $(x=1) \Rightarrow \text{lf}(x:=x+1, x=5)$
- ○ $(x=1 \wedge (x=1 \vee x=2)) \Rightarrow \text{lf}(x:=x+1, x=1 \vee x=2)$
- ○ $(x=1 \wedge (x=1 \vee x=2)) \Rightarrow \text{lf}(x:=x+1, x=5)$

14. kérdés

2 pont

A = (x:[1..11])

Hány elemű lf(x:=x-2, x<4) igazsághalmaza?

5

Legyen A = [1..4], és S_0 az alábbi program az A állapottér felett:

S_0 = {
$1 \to \langle 1,3 \rangle$,
$2 \to \langle 2,3,4,1 \rangle$
$3 \to \langle 3,4,1 \rangle$, $3 \to \langle 3,2,1,4 \rangle$
$4 \to \langle 4,\text{fail} \rangle$ }

$\pi \in A \longrightarrow \mathbb{L}$ adott úgy, hogy π = { (1,igaz), (3, igaz), (4,hamis) }.

Mely állapotban garantált az (lehet hogy több ilyen állapot is van), hogy belőle elindulva a DO-val jelölt (π, S_0) ciklus helyesen fog terminálni?

- ○ 2 és 3
- ○ 2
- ○ 4
- ◉ Nincs ilyen állapot.
- ○ 2 és 4

A = (x:Z) állapottér.

Tekintsd a következő annotált párhuzamos blokkot.

```
{x=1}
parbegin
    { x=1 ∨ x=2 }
    await x=2 then x:=x+3 ta
    { x=5 }
||
    { x=1 }
    x:=x+1
    { x=2 ∨ x=5 }
parend
{x=5}
```

Azaz, a párhuzamos blokk első komponense egy várakoztató utasítás, míg a második komponens az x:=x+1 értékadás.

Kérdés: A következők közül melyik feltételt látnád be a párhuzamos blokk **holtpontmentességének** igazolásához?

- ○ $(x\neq 2 \wedge (x=2 \vee x=5)) = \text{IGAZ}$
- ○ $((x=1 \vee x=2) \wedge x\neq 2 \wedge (x=2 \vee x=5)) = \text{HAMIS}$
- ○ $(x\neq 2 \wedge (x=2 \vee x=5)) = \text{HAMIS}$
- ○ $((x=1 \vee x=2) \wedge x\neq 2 \wedge x\neq 5) = \text{IGAZ}$

4. kérdés

2 pont

Legyen A = [1..4], és S_0 az alábbi program az A állapottér felett:

S_0 = {
1 → <1,3>,
2 → <2,3,4,1>
3 → <3,4,1>, 3 → <3,2,1,4>
4 → <4,fail> }

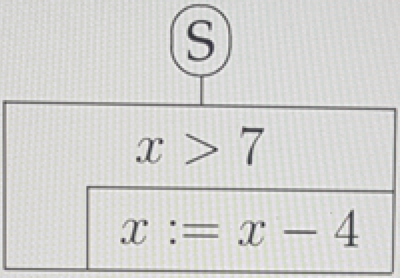
$\pi \in A \longrightarrow \mathbb{L}$ adott úgy, hogy π = { (1,igaz), (3, igaz), (4,hamis) }.

Mely állapotban garantált az (lehet hogy több ilyen állapot is van), hogy belőle elindulva a DO-val jelölt (π, S_0) ciklus helyesen fog terminálni?

- ○ 4
- ○ 2
- ○ 2 és 4
- ○ 2 és 3
- ○ Nincs ilyen állapot.

Jelölje S azt a programot, ami egy ciklus amelynek

- ciklusfeltétele: x>7
- ciklusmagja: x:=x-4



A t termináló függvény: x

Mi lesz a termináló függvény értéke az {x:20} állapotból induló végrehajtás végén?

- ( ) -1
- (•) 4
- ( ) 0
- ( ) Nem értelmezett a termináló függvény abban az állapotban ahova a végrehajtással jutunk.

29. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű S programfüggvényének értelmezési tartománya?

S = {

1→<1,fail>, 1→<1,3,4,2>, 1→<1>,

2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→<3,1,3>

4→<4,1>, 4→<4,fail>,

5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

2

Következő ▸

Nincs menthető új adat. Utolsó ellenőrzés ekkor: 19:02

Kvíz beadása

29. kérdés

2 pont

A = [1..4] alap-állapottere az S programnak.

S = {
1→<1,2,4>,   1→<1,3,4,2>,   1→<1,2>,
2→<2,1,4,2>,   2→<2,2,2,2,...>,
3→<3,2,1,4,2,3>
4→<4,1>,   4→<4,fail>   }

Válaszd ki a felsoroltak közül mindet, ami eleme p(S)-nek!

- ☐ (3,3)
- ☐ (1,4)
- ☐ (4,1)
- ☐ (1,2)

Következő ▸

28. kérdés

2 pont

Adott a következő feladat: Adjunk meg egy számot az x és y számok között.

Ennek a feladatnak állapotteréül a következőt választjuk:
A = (x:Z, y:Z, z:Z)

A felsorolt állapotok közül melyik eleme a feladat választott állapotterének?

- { x:10, y:20, z:40 }
- { x:10, y:20, z:15, l:igaz }
- { x:10, y:20 }
- A felsoroltak egyike sem.

Következő ▸

24. kérdés

2 pont

A = (x:[1..10])

Tekintsük ezen állapottér felett a következő programot:

x:= x-6

Hány elemű a megadott program programfüggvényének értelmezési tartománya, melyik állítás igaz rá? (Figyelj az állapottérre!)

- ○ 4
- ○ kevesebb mint 4
- ○ 6, vagy annál több
- ○ 5

A = (x:[4..20])

Tekintsük azt a ciklust, amelynek ciklusfeltétele

x>5,

ciklusmagja pedig

x:=x-4.

Jelölje DO ezt a ciklust. Válaszd ki az összes igaz állítást a felsoroltak közül! (Figyelj az állapottérre!)

- [ ] A p(DO)({x:11}) halmaznak pontosan egy eleme van.
- [x] Az {x:10} állapot eleme a p(DO) értelmezési tartományának.
- [ ] A többi felsorolt állítás egyike sem igaz.
- [ ] Az ({x:16}, {x:8}) pár eleme DO programfüggvényének.

14. kérdés

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű az S(1) halmaz?

S = {

1→<1,2,4>, 1→<1,3,2,4>, 1→<1,4>,

2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→<3,1,3>

4→<4,1>, 4→<4,fail>,

5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

3

ok

erdés

$A = (x:N, y:N, z:N)$

$B = (x':N, y':N)$

$Q = (x=x' \text{ és } y=y')$

$R = (x'<z \text{ és } z<y' \text{ és } \text{prím}(z))$

A prím(z) igaz ha z prímszám.

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az { x':20, y':25 } paraméterhez tartozó R logikai függvény igazsághalmazának?

- ○ 1
- ○ Végtelen sok.
- ○ 3
- ○ 0

Nincs menthető új adat. Utolsó ellenőrzés ekkor

11. kérdés

Az S programról tudjuk, hogy

$S(2) = \{<2,1,3>,<2>\}$.

Válaszd ki az összes igaz állítást!

- [x] A (2,2) pár eleme S programfüggvényének.
- [x] A 2 eleme a programfüggvény értelmezési tartományának.
- [x] $p(S)(2) = \{3,2\}$
- [ ] A felsoroltak egyike sem igaz.

6. kérdés

$A = (x:\mathbb{Z})$ állapottér.

Igaz-e a következő:
$x>10 \Rightarrow \mathrm{lf}(\,x:=x-7,\; x>8)$

- (•) Igaz
- ( ) Hamis

5. kérdés

A = (x:[1..11])

Hány elemű lf(x:=x-2, x<4) igazsághalmaza?

3

3. kérdés

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű S programfüggvényének értelmez
tartománya?

S = {
1→<1,fail>, 1→<1,3,4,2>, 1→<1>,
2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,
3→<3,1,3>
4→<4,1>, 4→<4,fail>,
5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

2

2. kérdés

A = (x:$\mathbb{Z}$) állapottér.

Igaz-e a következő:

$x>10 \Rightarrow \mathrm{lf}(\, x:=x-7,\ x>8)$

- [x] Igaz
- [ ] Hamis

25. kérdés

2 pont

Melyik halmaznak lehet eleme az {x:4, z:igaz}?

- ○ $(x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{Z}, z:\mathbb{L})$
- ○ A felsoroltak közül egyiknek sem.
- ○ $(z:\mathbb{L}, x:\mathbb{Z})$
- ○ $(x:\mathbb{L}, z:\mathbb{Z})$

Következő ▸

24. kérdés

2 pont

A = (x:N, y:N, z:N)

B = (x':N, y':N)

Q = (x=x' és y=y')

R = (x'<z és z<y' és prím(z))

A prím(z) igaz ha z prímszám.

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az { x':20, y':25 } paraméterhez tartozó R logikai függvény igazsághalmazának?

- ○ 1
- ○ 3
- ○ 0
- ○ Végtelen sok.

25. kérdés

2 pont

$A = (x:\mathbb{N}^{+})$

Egy A állapottér feletti ciklusnak ismerjük az invariánsát és a termináló függvényét.

A P ciklus invariáns: páros(x)

A t termináló függvény: x

A ciklus levezetési szabályát figyelembe véve, az alábbiak közül melyik program lehet alkalmas ciklusmagnak?
(A szorzást jelöli a *.)

- ○ x:= 2*x
- ○ x:= x-2
- ○ x:= x-1
- ○ x:= 2*x+1

26. kérdés

2 pont

A = [1..3] alap-állapottere az S programnak.

$S = \{\ 1 \to \langle 1,2 \rangle,\ 1 \to \langle 1,3,2,1,3,1 \rangle,$

$\quad 2 \to \langle 2,3,1 \rangle,\ 2 \to \langle 2,2,2,2,\ldots \rangle,$

$\quad 3 \to \langle 3 \rangle,\ 3 \to \langle 3,1,2 \rangle\ \}$

R = { (1,igaz), (2,igaz), (3,hamis) } egy logikai függvény.

Mi az lf(S,R) igazsághalmaza?

- (•) {1}
- ( ) Üres
- ( ) {1,2,3}
- ( ) {1,2}

14. kérdés

2 pont

A = (x:[4..20])

Tekintsük azt a ciklust, amelynek ciklusfeltétele
x>5,
ciklusmagja pedig
x:=x-4.

Jelölje DO ezt a ciklust. Válaszd ki az összes igaz állítást a felsoroltak közül!
(Figyelj az állapottérre!)

- [ ] A többi felsorolt állítás egyike sem igaz.
- [x] A p(DO)({x:11}) halmaznak pontosan egy eleme van.
- [x] Az {x:10} állapot eleme a p(DO) értelmezési tartományának.
- [x] Az ({x:16}, {x:8}) pár eleme DO programfüggvényének.

17. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű S programfüggvényének értelmezési tartománya?

S = {
1→<1,fail>, 1→<1,3,4,2>, 1→<1>,
2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,
3→<3,1,3>
4→<4,1>, 4→<4,fail>,
5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

2

16. kérdés

2 pont

A = { 1,2 } alap-állapottere az S programnak.

S = { 1 → <1,2>, 2 → <2,2,2,...> }

F1 = { (1,1), (1,2) }

F2 = { }

Melyik feladatot oldja meg az S program?

- (•) Mindkét feladatot megoldja S.
- ( ) Csak az F2 feladatot oldja meg S.
- ( ) Csak az F1 feladatot oldja meg S.
- ( ) Egyik feladatot sem oldja meg S.

Következő ▸

12. kérdés

2 pont

Az alábbi párok közül hány olyan van, ami eleme lehet egy A=[1..4] alap-állapottér feletti programnak?

(1, <2>)

(1, <1, fail, 4>)

(1, <1, (4,hamis)>)

- (•) 0
- ( ) 3
- ( ) 1
- ( ) 2

11. kérdés

2 pont

Melyik halmaznak lehet eleme az {x:4, z:igaz}?

- ( ) $(x:\mathbb{L}, z:\mathbb{Z})$
- ( ) $(x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{Z}, z:\mathbb{L})$
- (•) $(z:\mathbb{L}, x:\mathbb{Z})$
- ( ) A felsoroltak közül egyiknek sem.

4. kérdés

2 pont

A = (x:[1..10])

Tekintsük ezen állapottér felett a következő programot:
x:= x-6

Hány elemű a megadott program programfüggvényének értelmezési tartománya, melyik állítás igaz rá? (Figyelj az állapottérre!)

- ○ kevesebb mint 4
- ○ 6, vagy annál több
- ○ 5
- ◉ 4

3. kérdés

2 pont

A = [1..4] alap-állapottere az S programnak.

S = {
1→<1,2,4>,   1→<1,3,4,2>,   1→<1,2>,
2→<2,1,4,2>,   2→<2,2,2,2,...>,
3→<3,2,1,4,2,3>
4→<4,1>,   4→<4,fail> }

Válaszd ki a felsoroltak közül mindet, ami eleme p(S)-nek!

- [x] (1,2)
- [x] (1,4)
- [x] (3,3)
- [ ] (4,1)

2. kérdés

2 pont

A = (x:ℤ) állapottér.

Tekintsd a következő annotált párhuzamos blokkot.

```
{x=1}
parbegin
    { x=1 ∨ x=2 }
    await x=2 then x:=x+3 ta
    { x=5 }
||
    { x=1 }
    x:=x+1
    { x=2 ∨ x=5 }
parend
{x=5}
```

Azaz, a párhuzamos blokk első komponense egy várakoztató utasítás, míg a második komponens az x:=x+1 értékadás.

Kérdés: Mit ellenőriz a következő feltétel?

```
( x=1 ) ⇒ lf( x:= x+1, x=2 ∨ x=5)
```

- ○ Azt, hogy a 2. komponens önmagában helyes.
- ◉ Azt, hogy a 2. komponens nem interferál az 1. komponenssel.
- ○ Az úgynevezett kilépési feltételt.
- ○ A holtpontmentességet.

4. kérdés

2 pont

A = { 1,2 } alap-állapottere az S programnak.

S = {
1 → <1,1,1,...>,
2 → <2,1> }

F = { (1,1), (2,1) }
Megoldja-e az F feladatot az S program?

- Hamis
- Igaz

2. kérdés

2 pont

A = (x:$\mathbb{N}^+$)

Egy A állapottér feletti ciklusnak ismerjük az invariánsát és a termináló függvényét.

A *P* ciklus invariáns: páros(x)

A *t* termináló függvény: x

A ciklus levezetési szabályát figyelembe véve, az alábbiak közül melyik program lehet alkalmas ciklusmagnak?
(A szorzást jelöli a *.)

- ○ x:= x-1
- ◉ x:= x-2
- ○ x:= 2*x+1
- ○ x:= 2*x

30. kérdés

2 pont

Az alábbiak közül hány olyan sorozat van, ami eleme lehet egy A=[1..4] alap-állapottér feletti program értékkészletének?

<1,1,1,1,....>

<3, fail>

<4, (4,hamis), 1>

- ○ 2
- ○ 3
- ● 0
- ○ 1

29. kérdés

2 pont

$A = \{ 1,2 \}$ alap-állapottere az S programnak.

$S = \{ 1 \to \langle 1,2 \rangle, 2 \to \langle 2,2,2,\dots \rangle \}$

$F1 = \{ (1,1), (1,2) \}$

$F2 = \{ \}$

Melyik feladatot oldja meg az S program?

- (●) Csak az F1 feladatot oldja meg S.
- ( ) Egyik feladatot sem oldja meg S.
- ( ) Csak az F2 feladatot oldja meg S.
- ( ) Mindkét feladatot megoldja S.

28. kérdés

2 pont

A = (x:$\mathbb{Z}$) állapottér.

Igaz-e a következő:

$x>10 \Rightarrow \mathrm{lf}(x:=x-7, x>8)$

- (•) Igaz
- ( ) Hamis

27. kérdés

2 pont

A = (x:N, y:N, z:N)

B = (x':N, y':N)

Q = (x=x' és y=y')

R = (Q és x+y=z)

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Válaszd ki a felsoroltak közül az összes igaz állítást.

- [ ] A másik három állítás közül egyik sem igaz.
- [x] {x:2, y:4, z:10} állapot eleme F értelmezési tartományának.
- [x] Az F({x:2, y:4, z:0}) képhalmaz egyetlen elemet tartalmaz.
- Q{x':2, y':4} igazsághalmaza egyetlen elemet tartalmaz.

25. kérdés

2 pont

A = (x:[1..11])

Hány elemű lf(x:=x-2, x<4) igazsághalmaza?

3

22. kérdés

2 pont

A = (x:$\mathbb{Z}$) állapottér.
Tekintsd a következő annotált párhuzamos blokkot.

```
{x=1}
parbegin
    { x=1 ∨ x=2 }
    await x=2 then x:=x+3 ta
    { x=5 }
||
    { x=1 }
    x:=x+1
    { x=2 ∨ x=5 }
parend
{x=5}
```

Azaz, a párhuzamos blokk első komponense egy várakoztató utasítás, míg a második komponens az x:=x+1 értékadás.

Kérdés: A következők közül melyik feltételt látnád be a párhuzamos blokk **holtpontmentességének** igazolásához?

- ○ (x≠2 ∧ (x=2 ∨ x=5)) = HAMIS
- ○ ((x=1 ∨ x=2) ∧ x≠2 ∧ x≠5) = IGAZ
- ○ (x≠2 ∧ (x=2 ∨ x=5)) = IGAZ
- ● ((x=1 ∨ x=2) ∧ x≠2 ∧ (x=2 ∨ x=5)) = HAMIS

21. kérdés

2 pont

Legyen A = [1..4], és S_0 az alábbi program az A állapottér felett:

S_0 = {
1 → <1,3>,
2 → <2,3,4,1>
3 → <3,4,1>,   3 → <3,2,1,4>
4 → <4,fail> }

$\pi \in A \longrightarrow \mathbb{L}$ adott úgy, hogy π = { (1,igaz), (3, igaz), (4,hamis) }.

Mely állapotban garantált az (lehet hogy több ilyen állapot is van), hogy belőle elindulva a DO-val jelölt (π, S_0) ciklus helyesen fog terminálni?

- (•) Nincs ilyen állapot.
- ( ) 2 és 4
- ( ) 2
- ( ) 2 és 3
- ( ) 4

20. kérdés

2 pont

Az S programról tudjuk, hogy

$S(2) = \{<2,1,3>,<2>\}$.

Válaszd ki az összes igaz állítást!

- [x] A (2,2) pár eleme S programfüggvényének.
- [x] A 2 eleme a programfüggvény értelmezési tartományának.
- [x] $p(S)(2) = \{3,2\}$
- [ ] A felsoroltak egyike sem igaz.

19. kérdés

2 pont

Tekintsük az alábbi specifikációval megadott F feladatot.

$A = (x:\mathbb{N}, y:\mathbb{N}, z:\mathbb{N})$

$B = (x':\mathbb{N}, y':\mathbb{N})$

$Q = (x=x' \wedge y=y')$

$R = (z=x' \wedge z=y')$

Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

- ○ Az {x:3, y:5, z:8} állapot nem eleme a feladat értelmezési tartományának.
- ○ Az {x':3, y':5} paraméterhez tartozó Q előfeltétel igazsághalmaza egy elemet tartalmaz.
- ○ Az {x:3, y:5, z:5} állapothoz a feladat végtelen sok állapotot rendel.
- ◉ A többi felsorolt állítás hamis.

18. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű S programfüggvényének értelmezési tartománya?

S = {

1→<1,fail>,   1→<1,3,4,2>,   1→<1>,

2→<2,1,4,2>,   2→<2,2,2,2,...>,

3→<3,1,3>

4→<4,1>,   4→<4,fail>,

5→<5,2,3>,   5→<5,1> }

2

16. kérdés

2 pont

Adott a következő feladat: Adjunk meg egy számot az x és y számok között.

Ennek a feladatnak állapotteréül a következőt választjuk:
$A = (x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{Z}, z:\mathbb{Z})$

A felsorolt állapotok közül melyik eleme a feladat választott állapotterének?

- ○ { x:10, y:20, z:40 }
- ◉ { x:10, y:20, z:15, l:igaz }
- ○ { x:10, y:20 }
- ○ A felsoroltak egyike sem.

11. kérdés

2 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, és x ∈ A.

Mit rendel az (ABORT; ABORT) szekvencia az x állapothoz?

- [ ] Az < x, fail, x, fail > sorozatot.
- [ ] Semmit.
- [ ] Az < x, fail, fail > sorozatot.
- [x] Az < x, fail > sorozatot.

13. kérdés

2 pont

Tekintsük az alábbi specifikációval megadott F feladatot.

$A = (x:\mathbb{N}, y:\mathbb{N}, z:\mathbb{N})$

$B = (x':\mathbb{N}, y':\mathbb{N})$

$Q = (x=x' \wedge y=y')$

$R = (z=x' \wedge z=y')$

Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

- ○ Az {x:3, y:5, z:5} állapothoz a feladat végtelen sok állapotot rendel.
- ◉ Az {x:3, y:5, z:8} állapot nem eleme a feladat értelmezési tartományának.
- ○ A többi felsorolt állítás hamis.
- ○ Az {x':3, y':5} paraméterhez tartozó Q előfeltétel igazsághalmaza egy elemet tartalmaz.

Következő ▸

9. kérdés

2 pont

$A = (x:\mathbb{N}, y:[1..100])$

Tekintsük az A állapottér felett a következő feladatot:

$F = \{ (a,b) \mid x(a)=x(b) \wedge 2*y(b) < x(a) \}$.

(A * szorzást jelöl.)

Eleme-e ennek a feladatnak az ({x:8,y:10}, {x:8,y:1}) pár?

- (•) Igaz
- ( ) Hamis

14. kérdés

2 pont

Legyen A = [1..3].
Legyenek S_1 és S_2 programok, míg π_1 és π_2 logikai függvények az A állapottér felett úgy, hogy

S_1 = {
1 → <1,1,1,...>,   1 → <1,fail>,
2 → <2,2,2,2,...>,
3 → <3> }

S_2 = {
1 → <1>,
2 → <2,1,2,3>,   2 → <2,3>,
3 → <3,3,3,...> }

π_1 = { (1,hamis), (2,igaz), (3,igaz) }
π_2 = { (1,hamis),   (3,igaz) }

Mi lesz az IF-fel jelölt (π_1:S_1, π_2:S_2) elágazás?

- (x) { 1 → <1,fail>, 2 → <2,2,2,2,...>, 2 → <2,fail>, 3 → <3>, 3 → <3,3,3,...> }
- ( ) { 1 → <1>, 2 → <2,2,2,2,...>, 3 → <3>, 3 → <3,3,3,...> }
- ( ) { 1 → <1,fail>, 2 → <2,2,2,2,...>, 2 → <2,fail>, 3 → <3> }
- ( ) { 1 → <1>, 2 → <2,2,2,2,...>, 2 → <2,fail>, 3 → <3>, 3 → <3,3,3,...> }
- ( ) { 1 → <1>, 2 → <2,2,2,2,...>, 3 → <3> }

8. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű a p(S)(1) halmaz?

S = {
1→<1,3,2>, 1→<1,3,4,2>, 1→<1,2>,
2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,
3→<3,1,3>
4→<4,1>, 4→<4,fail>,
5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

1

6. kérdés

2 pont

A = (x:N, y:N, z:N)
B = (x':N, y':N)
Q = (x=x' és y=y')
R = (Q és x<z és z<y és prím(z))

A prím(z) igaz ha z prímszám.
Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az F({x:20, y:25, z:24}) halmaznak?

- ○ Nincs egy eleme sem, üres.
- ○ Végtelen sok.
- ○ 3
- ◉ 1

5. kérdés

2 pont

A = { 1,2 } alap-állapottere az S programnak.

S = {
$1 \to \langle 1,1,1,\ldots \rangle$,
$2 \to \langle 2,1 \rangle$ }

F = { (1,1), (2,1) }
Megoldja-e az F feladatot az S program?

- ◉ Hamis
- ○ Igaz

1. kérdés

2 pont

A felsoroltak közül mit választanál a következőképpen adott feladat állapotterének?

$F = \{ (a,b) \mid x(a)=x(b) \wedge 2*y(b) < x(a) \}$

- (●) $(x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{Z})$
- ( ) $(a:\mathbb{Z}, b:\mathbb{Z})$
- ( ) $(a:\mathbb{Z}, b:\mathbb{L})$
- ( ) $(x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{L})$

2. kérdés

2 pont

Az alábbi párok közül hány olyan van, ami eleme lehet egy A=[1..4] alap-állapottér feletti programnak?

(1, <2>)

(1, <1, fail, 4>)

(1, <1, (4,hamis)>)

- 3
- 2
- 0
- 1

1. kérdés

2 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű az S(1) halmaz?

S = {

1→<1,2,4>, 1→<1,3,2,4>, 1→<1,4>,

2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→<3,1,3>

4→<4,1>, 4→<4,fail>,

5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

1. kérdés **2 pont**

Az alábbi párok közül hány olyan van, ami eleme lehet egy A=[1..4] alap-állapottér feletti programnak?

(1, <2>)

(1, <1, fail, 4>)

(1, <1, (4,hamis)>)

- ◯ 1
- ◯ 2
- ◯ 0
- ◯ 3

$A = (x:\mathbb{N}^+)$

Egy A állapottér feletti ciklusnak ismerjük az invariánsát és a termináló függvényét.

A P ciklus invariáns: páros(x)

A t termináló függvény: x

A ciklus levezetési szabályát figyelembe véve, az alábbiak közül melyik program lehet alkalmas ciklusmagnak?
(A szorzást jelöli a *.)

- x:= x-2
- x:= 2*x
- x:= 2*x+1
- x:= x-1

1. kérdés

2 pont

A felsoroltak közül mit választanál a következőképpen adott feladat állapotterének?

$F = \{ (a,b) \mid x(a)=x(b) \land 2*y(b) < x(a) \}$

- ○ $(x:\mathbb{Z},\ y:\mathbb{Z})$
- ○ $(a:\mathbb{Z},\ b:\mathbb{Z})$
- ○ $(a:\mathbb{Z},\ b:\mathbb{L})$
- ○ $(x:\mathbb{Z},\ y:\mathbb{L})$

1. kérdés

1 pont

Válasszuk az $A=(x:\mathbb{N}^+, y:\mathbb{N}^+, p:\mathbb{N}^+)$ halmazt a következő feladat állapotterének:
Adjunk meg egy *p* prímszámot az *x* és *y* pozitív egészek között.

A következő kifejezések közül melyik illik leginkább erre a feladatra?

- ○ { (a,b) ∈ A×A | a(x)=b(x) és a(y)=b(y) és prim(b(p)) és a(x)<b(p) és b(p)<a(y) }
- ◉ { (a,b) ∈ A×A | x(a)=x(b) és y(a)=y(b) és prim(p(b)) és x(a)<p(b) és p(b)<y(a) }
- ○ { ((a,b,c), (d,e,f)) ∈ A×A | x(a)=x(d) és y(b)=y(e) és prim(p(f)) és x(a)<p(f) és p(f)<x(b) }
- ○ { (a,b,c) ∈ A | prim(c) és a<c és c<b }

2. kérdés

1 pont

Az alábbi fogalmak közül hány olyan van ami egy halmaz?

- állapottér
- állapot
- feladat

- ○ 2
- ○ 0
- ◉ 1
- ○ 3

Következő ▸

3. kérdés

1 pont

Legyen A = (x:$\mathbb{Z}$, y:$\mathbb{Z}$, z:$\mathbb{Z}$), és tekintsük a következő két feladatot:

$F_1 = \{ (a,b) \in A \times A \mid x(a)=x(b) \text{ és } y(a)=y(b) \text{ és } z(b)=x(a)+y(a) \}$

$F_2 = \{ (a,b) \in A \times A \mid z(b)=x(a)+y(a) \}$

Melyik állítás NEM igaz az alábbiak közül?

- ◯ Mindkét feladat arról szól, hogy határozzuk meg két egész szám összegét.
- ◯ Az első feladat az állapottér {x:2,y:5,z:7} eleméhez önmagát rendeli, mert 2 és 5 összege 7, és a feladat kiköti hogy az x és y változók értékei ne változzanak meg.
- ◯ Az első feladatban több pár van mint a másodikban.
- ◉ Az második feladat az állapottér {x:2,y:5,z:7} eleméhez végtelen sok olyan állapotot rendel, ahol z változóhoz tartozó érték 7. Azért van végtelen sok ilyen állapot, mert x és y változók értékei a célállapotokban nem kell megegyezzenek a kiindulási állapotban szereplő értékekkel.

4. kérdés

1 pont

Az alábbiak közül melyik igaz leginkább a feladatra?

A feladat ...

- ○ olyan állapotok halmaza, melyeket a program megoldásnak fogad el.
- ◉ egy állapottérről ugyanarra az állapottérre történő leképezés, mellyel azt írjuk le hogy egy adott kiindulási állapotból mely célállapot(ok)ba szeretnénk eljutni.
- ○ olyan számpárok halmaza, mellyel meghatározzuk hogy egy input értékből milyen output értéket csináljon a program.
- ○ egy reláció, ami állapotokhoz a fail-t rendeli ha nincs megoldás.

5. kérdés

1 pont

Válasszuk az A=(x:$\mathbb{N}^+$, y:$\mathbb{N}^+$, p:$\mathbb{N}^+$) halmazt a következő feladat állapotterének:
Adjunk meg egy *p* prímszámot az *x* és *y* pozitív egészek között.

Jelölje F a feladatot. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

- ○ A feladat nem rendel semmit a { x:10, y:20, p:15 } állapothoz.
- ◉ Az ({ x:10, y:20, p:15 }, { x:10, y:20, p:17 }) pár eleme F-nek
- ○ A feladat a fail állapotot rendeli az { x:10, y:20, p:15 } állapothoz.
- ○ F({ x:10, y:20, p:15 }) = {11,13,17,19}

6. kérdés

1 pont

A felsoroltak közül melyik eleme az $A = (x:\mathbb{N}, y:\mathbb{L})$ halmaznak?

- (x) { y:igaz, x:10 }
- ( ) (10, igaz)
- ( ) { x:10, y:0 }
- ( ) { x:-10, y:hamis }

7. kérdés

1 pont

Legyen $A = (v_1{:}A_1,\ldots,v_n{:}A_n)$.

$a \in A$ esetén hány elemű a $v_1(a)$ halmaz?

- ○ 1
- ○ bármennyi, de legfeljebb A_1 elemszáma
- ○ 0
- ◉ végtelen sok

8. kérdés

1 pont

Az alábbi fogalmak közül hány olyan van ami egy függvény?

- állapot
- változó
- feladat

- ( ) 0
- ( ) 3
- ( ) 2
- (•) 1

9. kérdés

1 pont

Az alábbiak közül melyik igaz leginkább az állapotra?

- ○ Az összes lehetséges érték halmaza amiket a program egy változója értékül felvehet a végrehajtás során.
- ○ Egy függvény ami a program végrehajtásának egy pontján megadja a használt adatok értékét.
- ◉ Címkézett értékek halmaza.
- ○ Egy $(v_1:A_1,...,v_n:A_n)$ alakú struktúra, ahol az A_i halmazok ún. típusérték halmazok.

10. kérdés

1 pont

Válasszuk az A=(x:$\mathbb{N}^+$, y:$\mathbb{N}^+$, p:$\mathbb{N}^+$) halmazt a következő feladat állapotterének:

Adjunk meg egy *p* prímszámot az *x* és *y* pozitív egészek között.

Az alábbiak közül hány olyan állapot van ami eleme a feladat A állapotterének?

- { x:10, y:20, p:15 }
- { x:10, y:20, p:7 }
- { x:10, y:20, p:13 }

- ○ 2
- ○ 0
- ○ 3
- ◉ 1

1. kérdés

1 pont

Legyen S tetszőleges program, alap-állapotterét jelölje A.
Legyen $a \in A$ tetszőleges.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ Az S(a) elemei olyan sorozatok, amik ha végesek akkor utolsó elemük csak a fail lehet.
- ○ Az S(a) elemei olyan sorozatok, amiknek minden eleme vagy A-beli vagy a fail állapot.
- ◉ Az S(a) halmaz nem üres.
- ○ Az S(a) elemei olyan sorozatok, amiknek minden eleme $\bar{A}$-beli, de ha végesek akkor utolsó elemük csak A-beli lehet.

2. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{Z}, y:\mathbb{Z})$

Az alábbiak közül hányat tekintünk elemi programnak az A állapottér felett?

- ABORT
- $x :\in [1..10]$
- $x,y := x-y,x$

- ( ) 2
- (•) 3
- ( ) 1
- ( ) 0

3. kérdés

1 pont

Legyen A egy tetszőleges halmaz. Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- (x) $A^* \subseteq A^{**}$
- ( ) $A^{**} \cap A_\infty = \emptyset$
- ( ) $A_\infty \cap A^* \neq \emptyset$
- ( ) $A^* \cup A^{**} \subseteq \bar{A}$

4. kérdés

1 pont

Jelölje S egy az A = (x:{1,2,3,4}) alap-állapottér feletti programot.

Az alábbi sorozatok közül hány olyan van, ami eleme lehet az S(4) halmaznak?

- < {x:4}, {x:4}, {x:4}, ... >
- < {x:4}, {x:2}, {x:1}, fail >
- < {x:4}, {x:3}, {x:1,y:hamis}, {x:1,z:999}, {x:1} >

- ( ) 0
- (•) 2
- ( ) 3
- ( ) 1

5. kérdés

1 pont

A = (x:ℕ)

Az alábbi programok közül hány olyan van ahol az {x:0} állapothoz fail-ben végződő végrehajtás tartozik?

- ABORT
- x := x-1
- Az *x|10* ciklusfeltételű, *x:= x+1* ciklusmagú ciklus.

- ○ 1
- ○ 0
- ◉ 3
- ○ 2

6. kérdés

1 pont

A következő állítások közül melyik igaz (de nem a teljes definíciója a programnak) egy tetszőleges S programra?

- ○ Az S program egy halmaz, ami értékadásokat és egyéb elemi utasításokat tartalmaz.
- ○ S egy végrehajtási sorozatokat tartalmazó halmaz.
- ◉ S egy reláció ami egy halmaz elemeihez sorozatokat (legalább egyet) rendel.
- ○ S egy állapotpárokat tartalmazó halmaz, azt adjuk meg vele hogy milyen input esetén milyen állapot lesz az output.

7. kérdés

1 pont

Legyen S tetszőleges program, alap-állapotterét jelölje A.
Legyen a∈A tetszőleges.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ $\bar{A}$ azon állapotok halmaza, amelyekhez semmit nem rendel a program.
- ◉ Az A állapottér altere önmagának, ezért egy S(a)-beli sorozatnak egy közbülső b∈A állapota esetén b∈$\bar{A}$ is teljesül.
- ○ Egy a∈A állapothoz rendelt sorozat bármilyen $\bar{A}$-beli állapottal kezdődhet, de a sorozat utolsó eleme csak a fail vagy egy A-beli állapot lehet.
- ○ S az A elemeihez pontosan egy sorozatot rendel.

8. kérdés

1 pont

Az alábbi párok közül hány olyan van, ami eleme lehet egy A = (x:{1,2,3,4}) alap-állapottér feletti programnak?

- ({x:1}, < {x:2}, {x:2}, {x:2}, ... >)
- ({x:1}, < {x:1}, {x:2}, fail, {x:4} >)
- ({x:1}, < {x:1}, {x:4,y:hamis} >)

- ○ 2
- ◉ 1
- ○ 0
- ○ 3

9. kérdés

1 pont

Legyen H = [1..4].
Az alábbi relációk közül melyik program az A=(x:H) alap-állapottér felett?

- { ({x:1},<{x:1},{x:1},{x:1},...>), ({x:2},<{x:2},fail>), ({x:3},<{x:3},{x:1}>), ({x:4},<{x:4},{x:4,y:igaz},{x:1}>) }
- { ({x:1},<{x:1},{x:2},{x:4}>), ({x:2},<{x:2},{x:4,x:hamis}>), ({x:3},<{x:3},{x:1}>), ({x:4},<{x:4},{x:1}>) }
- { ({x:1},<{x:1},{x:2},{x:4}>), ({x:2},<{x:2},{x:1}>), ({x:3},<{x:3},{x:4},{x:1}>) }
- { ({x:1},<{x:1},{x:2},{x:4}>), ({x:2},<{x:2},{x:1}>), ({x:3},<{x:3},fail,{x:1}>), ({x:4},<{x:4},{x:1}>) }

10. kérdés

1 pont

A^* jelöli

- ◯ az A halmaz komplementerének elemeit vagy a fail állapotot tartalmazó sorozatok halmazát.
- ◉ az A-beli elemeket tartalmazó véges sorozatok halmazát.
- ◯ az A-beli elemeket tartalmazó, segédváltozók értékeinek nyilvántartására is képes sorozatok halmazát.
- ◯ az A-beli elemeket tartalmazó hibás állapotban végződő sorozatok halmazát.

2. kérdés

1 pont

Mit jelöl α (vagyis alfa) a programfüggvény definíciójában?

- ○ Egy végtelen sorozatot, melynek *b* állapot az első eleme.
- ◉ Egy sorozatot, amelyet a program adott állapothoz rendel.
- ○ Egy állapotot, ami egy adott állapothoz rendelt véges és hibátlan sorozatok valamelyikének végpontja.
- ○ Egy állapotot, amihez a program csak véges és nem a fail-ben végződő sorozatokat rendel.

4. kérdés

1 pont

$A = \{ 1,2 \}$ alap-állapottere az S programnak.

$S = \{ 1 \rightarrow \langle 1,2 \rangle, 2 \rightarrow \langle 2,2,2,\ldots \rangle \}$

$F1 = \{ (1,1), (1,2) \}$

$F2 = \{ \}$

Melyik feladatot oldja meg az S program?

- ○ Csak az F1 feladatot oldja meg S.
- ○ Egyik feladatot sem oldja meg S.
- ○ Csak az F2 feladatot oldja meg S.
- ◉ Mindkét feladatot megoldja S.

9. kérdés

1 pont

A = [1..4] alap-állapottere az S programnak.

S = {
1→<1,2,4>,   1→<1,3,4,2>,   1→<1,2>,
2→<2,1,4,2>,   2→<2,2,2,2,...>,
3→💜,2,1,4,2,3>
4→<4,1>,   4→<4,fail>   }

Válaszd ki a felsoroltak közül mindet, ami eleme p(S)-nek!

- ☑ (1,2)
- ☐ (4,1)
- ☑ (1,4)
- ☑ (3,3)

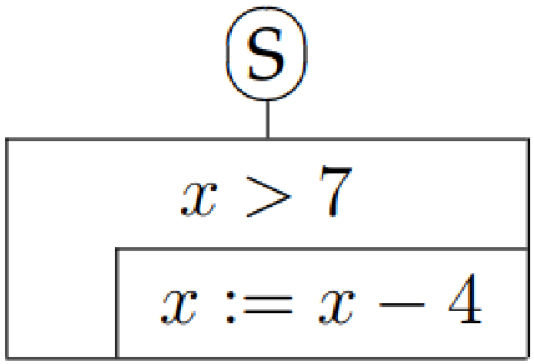
8. kérdés

1 pont

A = (x:[6..20])

Jelölje S azt a programot, ami egy ciklus amelynek

- ciklusfeltétele: x>7
- ciklusmagja: x:=x-4



Válaszd ki az összes igaz állítást a felsoroltak közül!
(Figyelj az állapottérre!)

- ○ A p(S)({x:8}) halmaznak pontosan egy eleme van.
- ◉ A többi felsorolt állítás egyike sem igaz.
- ○ Az {x:20} állapot eleme a p(S) értelmezési tartományának mert hozzá csak véges és hibátlan végrehajtások tartoznak.
- ○ Az ({x:14}, {x:10}) pár eleme S programfüggvényének.

5. kérdés

1 pont

A = [1..5] alap-állapottere az S programnak. Hány elemű a p(S)(1) halmaz?

S = {

1→<1,3,2>, 1→<1,3,4,2>, 1→<1,2>,

2→<2,1,4,2>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→💜,1,3>

4→<4,1>, 4→<4,fail>,

5→<5,2,3>, 5→<5,1> }

1

7. kérdés

1 pont

Legyen S program és F feladat tetszőlegesek egy A állapottér felett.

Az alábbi feltételek közül, melyik teljesülése szükséges ahhoz hogy az S program megoldja az F feladatot?

- ○ Az S program az F értelmezési tartományában lévő állapotokhoz nem rendelhet végtelen sorozatot.
- ○ Az S program az F értelmezési tartományában lévő állapotokhoz nem rendelhet fail-ben végződő sorozatot.
- ◉ A felsorolt feltételek mindegyike szükséges.
- ○ Az S program az F értelmezési tartományában lévő bármely x állapotból elindulva olyan állapotban kell megálljon ami az F(x) halmazon belül van.

7. kérdés

1 pont

Az S programról tudjuk, hogy

$S(2) = \{<2,1,3>,<2>\}$.

Válaszd ki az összes igaz állítást!

- [x] A 2 eleme a programfüggvény értelmezési tartományának.
- [x] A (2,2) pár eleme S programfüggvényének.
- [ ] A felsoroltak egyike sem igaz.
- [x] $p(S)(2) = \{3,2\}$

8. kérdés

1 pont

A = (x:[1..10])

Tekintsük ezen állapottér felett a következő programot:
x:= x-6

Hány elemű a megadott program programfüggvényének értelmezési tartománya, melyik állítás igaz rá? (Figyelj az állapottérre!)

- ○ 6, vagy annál több
- ○ 5
- ◉ 4
- ○ kevesebb mint 4

10. kérdés

1 pont

Legyen S program tetszőleges egy A állapottér felett.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ Ha egy állapot nem eleme a $D_{p(S)}$ halmaznak, akkor hozzá az S program legalább egy végtelen sorozatot hozzárendel.
- ○ Ha egy állapot nem eleme a $D_{p(S)}$ halmaznak, akkor az ebből az állapotból induló valamely végrehajtás a fail állapotban végződik.
- ○ Ha egy állapot nem eleme a $D_{p(S)}$ halmaznak, akkor ehhez az állapothoz az S program csak olyan sorozatokat rendel amik vagy végtelenek - vagy végesek de a fail állapotban végződnek.
- ◉ Ha egy állapot eleme a $D_{p(S)}$ halmaznak, akkor hozzá az S program nem rendel végtelen sorozatot.

10. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ $\forall a \in A$: $p(SKIP)(a) = \{\ \}$
- ○ $D_{p(SKIP)} = \{\ \}$
- ○ $D_{p(ABORT)} = A$
- ◉ $p(ABORT) = \{\ \}$

5. kérdés

1 pont

Legyen S program tetszőleges egy A állapottér felett.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ Az 1. és 2. állítások egyike sem igaz.
- ◉ 1. lf(S,HAMIS) = HAMIS
- ○ 2. lf(S,IGAZ) = IGAZ
- ○ Az 1. és 2. állítás is igaz.

2. kérdés

1 pont

A = [1..3] alap-állapottere az S programnak.

S = { 1→<1,2>, 1→<1,3,2,1,3,1>,

2→<2,3,1>, 2→<2,2,2,2,...>,

3→<3>, 3→💜,1,2> }

R = { (1,igaz), (2,igaz), (3,hamis) } egy logikai függvény.

Mi az If(S,😎 igazsághalmaza?

- [ ] {1,2,3}
- [ ] { }
- [ ] {1,2}
- [x] {1}

8. kérdés

1 pont

Legyen R tetszőleges logikai függvény.

Melyik NEM igaz a felsoroltak közül?

- ○ $R \Rightarrow IGAZ$
- ○ $HAMIS \Rightarrow R$
- ◉ $IGAZ \Rightarrow R$
- ○ $R \Rightarrow R$

4. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{N})$

$\mathrm{lf}(\, x := x-1,\ R\,)$

Hogyan számolható ki a megadott leggyengébb előfeltétel, az alábbi kifejezések közül melyik egyenlő vele?

- (●) $R^{x \leftarrow x-1} \wedge x \neq 0$
- ( ) $R \wedge x-1 > 0$
- ( ) $R^{x \leftarrow x-1}$

5. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{Z})$ állapottér.

Igaz-e a következő:

$x>10 \Rightarrow \text{lf}(\, x:=x-7,\ x>8)$

- ○ Hamis
- ◉ Igaz

6. kérdés

1 pont

A = { 1, 2, 3 }

P = { (1,igaz), (2,igaz), (3,hamis) }

Q = { (1,igaz), (2,igaz) }

Az A halmaz feletti P és Q logikai függvények közül melyiknek igazsághalmaza az {1,2} halmaz?

- ○ Sem P-nek sem Q-nak.
- ○ Q-nak.
- ○ Csak P-nek, mert Q nem is logikai függvény.
- ◉ P-nek és Q-nak is.

7. kérdés

1 pont

A = (x:[1..11])

Hány elemű lf(x:=x-2, x<4) igazsághalmaza?

3

7. kérdés

1 pont

Legyen S program, míg R logikai függvény tetszőlegesek egy A állapottér felett.

Ha egy állapot nincs az lf(S,😎 igazsághalmazában, ...

- akkor ehhez az állapothoz nem tartozik olyan véges végrehajtás aminek végpontjában R teljesül.
- akkor ehhez az állapothoz van olyan végrehajtás ami a fail állapotban végződik.
- akkor ehhez az állapothoz az S program csak olyan sorozatokat rendel amik vagy végtelenek vagy a fail állapotban végződnek.
- akkor abban az esetben ha ebből az állapotból elindulva a program biztos hogy helyesen terminál, van olyan végrehajtási sorozat aminek utolsó állapotában R hamis.

2. kérdés

1 pont

Legyen S program, míg R logikai függvény tetszőlegesek egy A állapottér felett.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ $D_{p(S)}$ minden eleme benne van If(S,😎 igazsághalmazában is.
- ○ If(S,😎 igazsághalmazában a $D_{p(S)}$ olyan elemei vannak amikre R is igaz.
- ○ Az If(S,😎 igazsághalmazának minden olyan elemére teljesül R, melyre igaz hogy belőle elindulva a program biztos hogy helyesen terminál.
- ◉ Az If(S,😎 igazsághalmaza részhalmaza a $D_{p(S)}$ halmaznak.

8. kérdés

1 pont

Legyen S program, míg R logikai függvény tetszőlegesek egy A állapottér felett.

Mit fogalmaz meg a következő kifejezés?

$R \Rightarrow lf(S,$ 😎

- Az S program csak olyan állapotokból indulva működik helyesen, amikre teljesül R.
- Olyan állapotból indulva amire teljesül R, az S program végrehajtása garantáltan hiba nélkül be fog fejeződni, és ahol megáll a program ott R teljesül.
- Az S program megegyezik a SKIP programmal, mert nem csinál semmit: ha a program bemenete R akkor a kimenete is R.
- Az S program egy elágazás, ami R teljesülése esetén helyesen működik, viszont ha R hamis akkor a fail állapotban végződik a végrehajtása.

9. kérdés

1 pont

Legyenek F_1 és F_2 egy A állapottér feletti tetszőleges feladatok úgy hogy F_1 szigorúbb mint F_2.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- (•) Minden olyan állapot ami eleme F_2 értelmezési tartományának, az eleme F_1 értelmezési tartományának is.
- ( ) F_1 értelmezési tartománya F_2 bizonyos elemeit tartalmazza csak.
- ( ) F_1 értelmezési tartományának minden elemére az igaz, hogy amit F_2 hozzárendel annak F_1 csak egy részét rendeli hozzá.
- ( ) F_2 értelmezési tartományának minden elemére az igaz, hogy amit F_2 hozzárendel azt F_1 is hozzárendeli.

10. kérdés

1 pont

$A = (x{:}\mathbb{N}, y{:}\mathbb{N}, z{:}\mathbb{N})$

$B = (x'{:}\mathbb{N}, y'{:}\mathbb{N})$

$Q = (x=x' \wedge y=y')$

$R = (Q \wedge x<z \wedge \text{prím}(z))$

A prím(z) igaz ha z prímszám.
Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az F({x:20, y:25, z:24}) halmaznak?

- ○ Nincs egy eleme sem, mert a 24 nem prím.
- ○ 1, mert 20 és 25 között csak egy prímszám van.
- ◉ Végtelen sok prímszám van, így végtelen sok.

3. kérdés

1 pont

Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$ és $b \in B$.

- ○ Q_b olyan B-beli elemekre igaz, melyek benne vannak az F_1 reláció értelmezési tartományában.
- ◉ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyekhez F_1 reláció hozzárendeli b-t.
- ○ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyekhez F_1 reláció csak b-t rendel.
- ○ Q_b olyan B-beli elemekre igaz, melyekhez az F_1 reláció ugyanazt a b-t rendeli.

4. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{N}, y:\mathbb{N}, z:\mathbb{N})$

$B = (x':\mathbb{N}, y':\mathbb{N})$

$Q = (x=x' \wedge y=y')$

$R = (x'<z \wedge z<y' \wedge \text{prím}(z))$

A prím(z) igaz ha z prímszám.

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány eleme van az { x':20, y':25 } paraméterhez tartozó R logikai függvény igazsághalmazának, tehát $[R_{\{ x':20,\, y':25 \}}]$-nek?

- ○ Nincs egy eleme sem, mert a 24 nem prím.
- ◉ Végtelen sok, mert a célállapotban x és y értéke bármilyen természetes szám lehet.
- ○ 1, mert 20 és 25 között csak egy prímszám van.

4. kérdés

1 pont

Legyen S program, R pedig logikai függvény egy A állapottér felett.
Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$.

Legyen $b \in B$ olyan paraméter hogy $Q_b \Rightarrow lf(S,R_b)$ nem teljesül.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- (◉) A specifikáció tétele egy elégséges feltételt fogalmaz meg arra vonatkozóan hogy S program megoldja az F feladatot, a tétel nem mond semmit arról az esetről ha valamely B-beli b paraméterre nem igaz hogy $Q_b \Rightarrow lf(S,R_b)$.
  Mivel most nem minden B-beli b paraméterre igaz hogy $Q_b \Rightarrow lf(S,R_b)$, ezért nem állíthatjuk biztosan hogy S megoldja F-et; a specifikáció tételével nem eldönthető hogy S megoldja-e az F feladatot vagy sem.

- ( ) Az S program biztos hogy helyesen terminál egy olyan a állapotból indulva, melyhez F_1 reláció b paramétert rendel, és méghozzá olyan állapotban terminál S amit F_2 rendel b-hez.

- ( ) Az S program nem oldja meg az F feladatot.

6. kérdés

1 pont

Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$ és $b \in B$.

- ○ Ha $(b,a) \in F_2$ akkor $a \in [Q_b]$.
- ○ Ha $(b,a) \in F_1$ akkor $a \in [Q_b]$.
- ◉ Ha $a \in A$ állapothoz F_1 reláció hozzárendeli b-t akkor $a \in [Q_b]$.
- ○ Ha $(a,b) \in F_2$ akkor $a \in [R_b]$.

7. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{N}, y:\mathbb{N}, z:\mathbb{N})$

$B = (x':\mathbb{N}, y':\mathbb{N})$

$Q = (x=x' \wedge y=y')$

$R = (x'+y'=z)$

Tekintsük az ezzel a specifikációval megadott F feladatot.

Hány állítás igaz az alábbi felsoroltak közül?

- Az F({x:2, y:4, z:0}) képhalmaz végtelen sok elemet tartalmaz.
- $Q_{\{x':2,\ y':4\}}$ igazsághalmaza végtelen sok elemet tartalmaz.
- $\{x:1, y:5, z:6\} \in \lceil R_{\{x':2,\ y':4\}} \rceil$
- $\{x:2, y:4, z:10\} \in \lceil Q_{\{x':2,\ y':4\}} \rceil$

4

5. kérdés

1 pont

Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$ és $b \in B$.

- ○ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyeket F_1 reláció b-hez rendel.
- ◉ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyeket F_1 reláció inverze b-hez rendel.
- ○ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyekhez F_2 reláció hozzárendeli b-t.
- ○ Q_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyeket F_2 reláció b-hez rendel.

9. kérdés

1 pont

Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$ és $b \in B$.

- ○ R_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyeket F_1 reláció inverze rendel b-hez.
- ◉ R_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyeket F_2 reláció b-hez rendel.
- ○ R_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyekhez F_1 reláció csak b-t rendel.
- ○ R_b olyan A-beli állapotokra igaz, melyekhez F_1 reláció hozzárendeli b-t.

10. kérdés

1 pont

Legyen B egy paramétertere a tetszőleges $F \subseteq A \times A$ feladatnak, továbbá legyen $F = F_2 \circ F_1$ és $a \in A$.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- (•) Ha nincs olyan *b* paraméter hogy $a \in [Q_b]$, akkor *a*-hoz már F_1 sem rendel semmit, így F sem, tehát $a \notin D_F$.
- ( ) Ha van olyan *b* paraméter hogy $a \in [R_b]$, akkor $F_2(a)$ nem üreshalmaz, így $F(a)$ sem, tehát $a \in D_F$.
- ( ) Ha van olyan *b* paraméter hogy $a \in [Q_b]$, akkor $F_1(a)$ nem üreshalmaz, így $F(a)$ sem, tehát $a \in D_F$.
- ( ) Ha nincs olyan *b* paraméter hogy $a \in [R_b]$, akkor azt mondjuk hogy *a*-ra nem teljesül az utófeltétel, ezért $a \notin D_F$.

1. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, és x∈A állapot.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ Az x állapothoz az A állapottér feletti $(S_1;S_2)$ szekvencia csak olyan sorozatokat rendelhet, amelyeket az S_1 program az x-hez rendel.
- ◉ A másik három felsorolt állítás egyike sem igaz.
- ○ Az x állapothoz az A állapottér feletti $(\pi:S_0)$ ciklus csak olyan sorozatokat rendelhet, amelyeket az S_0 ciklusmag az x-hez rendel.
- ○ Az x állapothoz az A állapottér feletti kétágú $(\pi_1:S_1;\ \pi_2:S_2)$ elágazás csak olyan sorozatokat rendelhet, amelyeket az S_1 és S_2 programok valamelyike az x-hez rendel.

2. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, és x∈A állapot.

Tekintsük az A állapottér feletti kétágú (π_1:S_1; π_2:S_2) elágazást.

Melyik állítás igaz a felsoroltak közül?

- ○ Ha az x állapotra igaz a π_1 feltétel, és x-hez S_1 program csak véges és csak hibátlan (nem a fail-ben végződő) sorozatokat rendel, akkor az elágazás is csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel x-hez.
- ◉ Ha az x állapotra igaz a π_1 feltétel, és x-hez S_1 program csak véges és csak hibátlan (nem a fail-ben végződő) sorozatokat rendel, akkor ha a π_2 feltétel nem kiértékelhető x-ben, akkor az elágazás egy fail-ben végződő sorozatot is hozzárendel x-hez.
- ○ Ha az x állapotra igaz a π_1 feltétel, és x-hez S_1 program csak véges és csak hibátlan (nem a fail-ben végződő) sorozatokat rendel, akkor ha a π_2 feltétel nem teljesül x-re, akkor az elágazás egy fail-ben végződő sorozatot is hozzárendel x-hez.
- ○ Ha az x állapotra igaz a π_1 feltétel, és x-hez S_1 program csak véges és csak hibátlan (nem a fail-ben végződő) sorozatokat rendel, akkor ha a π_2 feltétel is igaz x-re akkor az elágazás garantáltan csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel x-hez.

3. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, S program A felett, és x∈A állapot. Tekintsük az A állapottér feletti olyan ciklust, aminek a ciklusfeltétele a HAMIS logikai függvény és a ciklusmagja az ABORT program.

Mit rendel ez a ciklus az x állapothoz?

- ○ <x,fail>
- ○ Semmit.
- ○ <x,x,x,...>
- ◉ <x>

4. kérdés

1 pont

Mit rendel a $(\pi:S_0)$ ciklus (azaz aminek ciklusfeltétele π és ciklusmagja S_0) az állapottér azon x állapotához, amelyben a π ciklusfeltétel kiértékelhető, de π értéke az x állapotban hamis?

- ○ <x,x,x,...>
- ○ <x,fail>
- ○ <>
- ◉ <x>

5. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, S program A felett, és $x \in A$ állapot. Tekintsük az A állapottér feletti egyágú (HAMIS:S) elágazást.

Mit rendel az elágazás az x állapothoz?

- ○ Ugyanazokat a sorozatokat amiket az S program, tehát az S(x) halmaz elemeit. Hiszen valamit kell rendelni x-hez ha azt akarjuk hogy az elágazás teljesítse a program definíciójában megfogalmazott tulajdonságokat.
- ◉ Az elágazásnak egyetlen ága van, az ott lévő HAMIS logikai függvény bármely állapotban kiéértékelhető, és az értéke hamis. Tehát bármely állapotot is tekintjük, nem igaz hogy legalább az egyik elágazásfeltétel teljesülne rá. Az x állapotra az elágazás egyik feltétele sem teljesül. Ezt hibának tekintjük. Így x-hez az elágazás az <x,fail> sorozatot rendeli.
- ○ Semmit.
- ○ Az x állapotra az elágazás egyik feltétele sem teljesül (csak egy van, de az minden állapotra hamis). Ilyenkor semmi nem történik, az elágazás megegyezik a SKIP programmal. Tehát x-hez az elágazás az <x> sorozatot rendeli.

6. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér.

Az A állapottér feletti (S_1;S_2) szekvencia mely állapotokhoz rendel kizárólag véges és hibátlan (nem a fail-ben végződő) sorozatokat?

- ○ Azokhoz az állapotokhoz, melyekhez mind S_1 és mind S_2 is csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel.
- ◉ Azokhoz az állapotokhoz, melyekhez S_1 csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel, és minden ilyen sorozat végpontjához az S_2 csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel.
- ○ Azokhoz az állapotokhoz, melyekhez S_1 csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel, továbbá azokhoz is amelyekhez S_1 nem rendel semmit de S_2 csak véges és csak hibátlan sorozatokat.
- ○ Azokhoz az állapotokhoz, melyekhez S_1 csak véges és csak hibátlan sorozatokat rendel.

7. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, S program az A állapottér felett, és $x \in A$ állapot.

Az alábbi esetek közül mikor rendeljük x-hez az <x,fail> sorozatot (és esetleg mást is)?

- ○ S program egy $(S_1;S_2)$ szekvencia, és S_1 program x-hez hozzárendel egy fail-ben végződő sorozatot.
- ○ S program egy ciklus, aminek ciklusfeltétele nem kiértékelhető az x állapotban.
- ◉ A felsorolt esetek mindegyikében.
- ○ S program egy n-ágú elágazás, és az n feltétel közül mindegyik hamis az x állapotban.

8. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér.

Tekintsük az A állapottér feletti (S_1;S_2) szekvenciát. Az alábbiak közül, hogy rendelhet a szekvencia fail-ben végződő sorozatot egy $x \in A$ állapothoz?

- (•) Az S_1 program egy olyan véges sorozatot rendel x-hez aminek utolsó eleme egy A-beli y állapot, és ugyanehhez az y állapothoz S_2 hozzárendel egy fail-ben végződő sorozatot.
- ( ) A felsoroltak egyike esetén sem valósul meg az hogy a szekvencia x-hez fail-ben végződő sorozatot rendelne.
- ( ) Az S_1 program egy végtelen sorozatot rendel x-hez, amit így S_2 nem tud folytatni.
- ( ) Az S_1 program nem rendel semmit x-hez.

9. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, és $x \in A$ állapot. Tekintsük az A állapottér feletti kétágú $(\pi_1 : S_1;\ \pi_2 : S_2)$ elágazást.

Tudjuk hogy $\pi_1(x) \wedge x \notin D\pi_2$.
Azaz, x állapotban igaz π_1, viszont π_2 nem kiértékelhető.

Mit rendel az elágazás az x állapothoz?

- ○ Pont azokat a sorozatokat, amiket S_1 rendel x-hez.
- ◉ Azokat a sorozatokat amiket S_1 rendel x-hez, továbbá az <x,fail> sorozatot is.
- ○ Semmit.
- ○ Csak az <x,fail> sorozatot.

10. kérdés

1 pont

Legyen A tetszőleges állapottér, és $x \in A$ állapot.

Tekintsük az A állapottér feletti kétágú $(\pi_1{:}S_1;\ \pi_2{:}S_2)$ elágazást.

A felsoroltak közül melyik esetben rendel az elágazás <x,fail> sorozatot (és esetleg mást is) az x-hez?

- ○ 1. Ha a π_1 és π_2 feltételek valamelyike nem értelmezett (nem kiértékelhető) az x állapotban.
- ○ Az 1. és 2. esetek egyikében sem.
- ○ 2. Ha a π_1 és π_2 feltétel is hamis az x állapotban.
- ◉ Az 1. és 2. esetekben is.

1. kérdés

1 pont

Jelölje π a ciklusfeltételt, S_0 a ciklusmagot, Q az előfeltételt, R az utófeltételt, P a ciklus invariánsát, t pedig a ciklus terminálófüggvényét.

Továbbá, tudjuk hogy $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow lf(S_0, P \wedge t < t_0)$.

Igaz-e, hogy ilyenkor az S_0 ciklusmag megoldja a $P \wedge \pi \wedge t = t_0$ előfeltételű és $P \wedge t < t_0$ utófeltételű feladatot?

- (x) Mivel $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \Rightarrow lf(S_0, P \wedge t < t_0)$, igen, S_0 megoldja az adott feladatot, a specifikáció tétele szerint.
- ( ) Nem oldja meg. Az adott feladatot a ciklus oldja meg, nem annak a ciklusmagja.

2. kérdés

1 pont

A = (x:ℕ)

Egy A állapottér feletti ciklusról azt tudjuk hogy ciklusmagja:
x:=x+1

- (●) Az x, $-x$ és $1/x$ függvények egyike sem megfelelő terminálófüggvény, a másik három állítás mindegyike igaz.
- ( ) x nem lehet a ciklus terminálófüggvénye, mert a ciklusmag ennek értékét növeli, a terminálófüggvény értékének viszont csökkenie kell a ciklusmagban.
($P \wedge \pi \wedge x=t_0 \Rightarrow lf(x:=x+1, P \wedge x<t_0)$ kritérium nem teljesül.)
- ( ) $1/x$ nem lehet a ciklus terminálófüggvénye, mert ugyan ennek értéke csökken a ciklusmag végrehajtásával, nem igaz rá hogy egész értékű lenne.
(A t terminálófüggvény olyan függvény, melyre t: A→ℤ, ez az $1/x$ függvényre nem teljesül.)
- ( ) $-x$ nem lehet a ciklus terminálófüggvénye, mert ugyan ennek értéke csökken a ciklusmag végrehajtásával, nem igaz hogy a ciklusmag megkezdésekor az értéke pozitív.
($P \wedge \pi \Rightarrow -x>0$ kritérium nem teljesül.)

3. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{Z}^n, a:\mathbb{Z}, i:\mathbb{Z})$

Hogy kell kiszámolni a következő helyettesítést?

$(\ x[i] = a\ )^{a \leftarrow i,\ i \leftarrow i+1}$

- (◉) $x[i+1] = i$
- ( ) $x[i] = i$
- ( ) $x[i+1] = i+1$
- ( ) $x[i+1] = i+1$

4. kérdés

1 pont

$A = (x:\mathbb{Z}^n, s:\mathbb{Z})$

Hogyan bizonyítjuk a

$P \wedge \pi \Rightarrow lf(s:=x[i],P)$

feltételt?

(P és π logikai függvények.)

- ○ A jobb oldalon P van, ami nyilvánvalóan igaz hiszen a bal oldalon is szerepel.
- ○ Kiszámoljuk a jobb oldalon lévő leggyengébb előfeltételt, P-ben az s változó helyett az x[i] kifejezést írva.
- ◉ Kiszámoljuk a jobb oldalon lévő leggyengébb előfeltételt, P-ben az s változó helyett az x[i] kifejezést írva. Ugyanakkor azt is garantálnunk kell hogy az s:=x[i] értékadás helyesen terminál, ezért a következőt kell belátnunk:

  $P \wedge \pi \Rightarrow P^{s \leftarrow x[i]} \wedge i \in [1..n]$

5. kérdés

1 pont

$P \wedge \pi \Rightarrow$ lf(S_0,😎

Ez a kritérium nem szerepel a ciklus levezetési szabályának pontjai között. Miért nem?

(π a ciklusfeltételt, S_0 a ciklusmagot, Q az előfeltételt, R az utófeltételt, P a ciklus invariánsát, t pedig a ciklus terminálófüggvényét jelöli.)

- ○ Ez egy beugratós kérdés, a $P \wedge \pi \Rightarrow$ lf(S_0,😎 feltételt belátjuk a ciklus helyességének bizonyítása során.

- ◉ $P \wedge \pi \Rightarrow$ lf(S_0,😎
  Ez a kritérium azt jelentené, hogy a ciklusmagot végrehajtva az utófeltétel teljesül. Ez általában nem igaz a ciklusokra, hiszen ha elég lenne egyszer végrehajtani a ciklusmagot hogy a kívánt R utófeltételbe jussunk, akkor nem is írnánk ciklust, ebben az esetben a ciklus lecserélhető lenne az S_0 ciklusmagra mint programra ami megoldja a Q előfeltételű és R utófeltételű feladatot.

- ○ Azért nincs felsorolva, mert ez kikövetkeztethető a 2. és 4. pontokból, azaz ha teljesülnek hogy
  $P \wedge \neg\pi \Rightarrow R$ és
  $P \wedge \pi \Rightarrow$ lf(S_0,P) akkor
  $P \wedge \pi \Rightarrow$ lf(S_0,😎 is teljesül.

6. kérdés

1 pont

Az alább felsorolt állítások közül melyik igaz egy ciklus terminálófüggvényére?

- (•) Az állapotokhoz egész számot rendelő függvény. A ciklusmag végrehajtásával olyan állapotba kerülünk ahol a terminálófüggvény értéke kisebb mint a ciklusmag végrehajtását megelőző állapotban volt.
- ( ) Logikai függvény, ami pontosan azokban az állapotokban igaz ahol a ciklus terminál - ezért hívják terminálófüggvénynek.
- ( ) Olyan függvény ami a ciklusmag minden végrehajtásakor növeli egy számláló értékét, de hogy ne kapjunk végtelen ciklust, valamikor lenullázza a számláló értékét és akkor megáll a ciklus.
- ( ) Logikai függvény, ami igaz a ciklus megkezdésekor és a ciklus végrehajtása után is.

7. kérdés

1 pont

A (π, S_0) ciklus helyességének bizonyítása során melyiket látjuk be az alábbiak közül?

(π a ciklusfeltételt, S_0 a ciklusmagot, Q az előfeltételt, R az utófeltételt, P a ciklus invariánsát, t pedig a ciklus terminálófüggvényét jelöli.)

- ○ $P \Rightarrow \pi$
- ○ $P \wedge \pi \Rightarrow t < t_0$
- ◉ $P \wedge \pi \Rightarrow lf(S_0, P)$
- ○ $P \Rightarrow Q$

8. kérdés

1 pont

A kétágú (π_1:S_1; π_2:S_2) elágazás helyességének bizonyítása során baj-e ha nem tudjuk belátni hogy $Q \Rightarrow$ lf(S_2, 😎?

(Q az előfeltételt, R pedig az utófeltételt jelöli.)

○ Igen, mert így nem tudjuk bizonyítani hogy az elágazás π_2 feltételhez tartozó ágán "menve" az R utófeltételbe jutunk.

◉ Nem, mert nem minden Q feltételnek eleget tevő állapotra kell megmutatnunk hogy lf(S_2, 😎 is igaz, hanem csak azokra amelyekre a Q mellett a π_2 feltétel is teljesül.

9. kérdés

1 pont

A kétágú (π_1:S_1; π_2:S_2) elágazás helyességének bizonyítása során melyiket látjuk be az alábbiak közül?

(Q az előfeltételt jelöli.)

- ○ $Q \Rightarrow \neg\pi_1 \wedge \neg\pi_2$
- ○ $Q \Rightarrow \pi_1 \wedge \pi_2$
- ◉ $Q \Rightarrow \pi_1 \vee \pi_2$
- ○ $Q \Rightarrow \neg\pi_1 \vee \neg\pi_2$

10. kérdés

1 pont

Egy (S_1;S_2) szekvencia helyességének bizonyításakor az alábbiak közül melyiket látjuk be?

(Q az előfeltételt, R az utófeltételt, míg Q' a szekvencia közbülső állítását jelöli.)

- ○ $Q' \Rightarrow lf(S_2, Q)$
- ◉ $Q \Rightarrow lf(S_1, Q')$
- ○ $Q \Rightarrow lf(S_2,$ 😎
- ○ $Q' \Rightarrow lf(S_1,$ 😎

Programozáselmélet - Szükséges matematikai alapok

Készítette: Borsi Zsolt

1. Halmazok

Matematikában gyakran használt halmazok jelölései:

$\mathbb{N}$	– a természetes számok halmaza, a nullát is beleértve
$\mathbb{N}^+$	– a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}$	– az egész számok halmaza
$\mathbb{L}$	– a logikai értékek kételemű halmaza
$\emptyset$	– az üreshalmaz

A halmazokat gyakran vagy az elemeik felsorolásával (például a logikai értékek halmaza:)

$$\mathbb{L} ::= \{igaz, hamis\}$$

vagy egy tulajdonság megfogalmazásával (például a 100-nál nem nagyobb 5-tel osztható egészek halmaza:)

$$\{\, x \in \mathbb{Z} \mid x \leqslant 100 \wedge 5|x \,\}$$

adjuk meg.

Definíció (Intervallum)***:*** Az $[a..b] ::= \{\, x \in \mathbb{Z} \mid a \leqslant x \wedge x \leqslant b \,\}$ halmazt (ahol a és b egész számok) *intervallumnak* nevezzük. Ami üres, ha $a > b$.

Jelölés: Egy H halmaz számosságát $|H|$ jelöli. Azt, hogy egy H halmaz véges, így is írhatjuk: $|H| < \infty$.

2. Reláció

Definíció: Legyenek A és B tetszőleges nemüres halmazok. Ekkor az $A \times B$ halmaz az A és B *Descartes szorzata*, és

$$A \times B ::= \{\, (a, b) \mid a \in A \wedge b \in B \,\}$$

$A \times B$ elemei tehát olyan rendezett párok, ahol a pár első komponense A-ból, a második B-ből van.

Definíció (Reláció)***:*** Legyenek A és B tetszőleges nemüres halmazok. Ekkor az $A \times B$ halmaz minden R részhalmazát (tehát az üreshalmazt is) *relációnak* nevezzük.

Ha $(x, y) \in R$, akkor azt mondjuk hogy az R reláció x-hez hozzárendeli y-t.

Definíció: Legyenek A és B tetszőleges nemüres halmazok és $R \subseteq A \times B$ tetszőleges reláció. Az R reláció értelmezési tartománya:

$$\mathcal{D}_R ::= \{\, a \in A | \exists b \in B : (a, b) \in R \,\}$$

a reláció értékkészlete:

$$\mathcal{R}_R ::= \{\, b \in B | \exists a \in A : (a, b) \in R \,\}$$

a reláció értéke egy a helyen, vagy másképpen az a pont R reláció szerinti képe:

$$R(a) ::= \{\, b \in B | (a, b) \in R \,\}$$

Az $R \subseteq A \times B$ relációt felfoghatjuk egy leképezésnek, megfeleltetésnek is az A és a B halmaz elemei között.

3. Függvény

Speciális reláció a függvény.

Definíció (Függvény)***:*** Legyenek A és B tetszőleges nemüres halmazok és $R \subseteq A \times B$ tetszőleges reláció. Azt mondjuk hogy az R reláció determinisztikus, ha

$$\forall a \in A : |R(a)| \leqslant 1$$

A determinisztikus relációkat másképpen függvényeknek hívjuk. Az $R \subseteq A \times B$ függvénynek, mint speciális relációnak külön jelölést vezetünk be: $R \in A \to B$.

Jelölés: Ha az $f \in A \to B$ függvényre még az is teljesül, hogy értelmezési tartománya megegyezik az A halmazzal, vagyis ha

$$\forall a \in A : |f(a)| = 1$$

akkor a következő jelölést alkalmazzuk: $f \colon A \to B$.

Megjegyzés: Az olyan $f \in A \to B$ függvényeket melyek nem rendelnek minden A-beli elemhez egy B-beli elemet (vagyis nincsenek mindenhol értelmezve az A felett), parciális függvényeknek nevezzük.

Megjegyzés: Legyen $f \colon A \to B$ függvény (tehát tudjuk hogy az f reláció az A halmaz minden eleméhez pontosan egy B-belit rendel) és $a \in A$. Legyen továbbá $f(a) = \{b\}$ ahol $b \in B$ az a-hoz rendelt egyetlen elem. Ebben az esetben az $f(a)$ képet sokszor nem a $\{b\}$ egyelemű képhalmazként hanem egyszerűen csak mint b írjuk.

Programozáselmélet - Programozási alapfogalmak

Készítette: Borsi Zsolt

1. Állapottér

A feladat adatokról szól, a program is adatokkal dolgozik. Egy adat típusérték-halmaza az adat lehetséges értékeiből áll.

Definíció (Állapot)***:*** Legyenek $A_1, \ldots, A_n$ (ahol $n \in \mathbb{N}^+$) típusérték-halmazok és $v_1, \ldots, v_n$ a halmazokat azonosító egyedi címkék (változók). Az ezekből képzett, címkézett értékeknek egy $\{v_1{:}a_1, \ldots, v_n{:}a_n\}$ halmazát (ahol $\forall i \in [1..n] : a_i \in A_i$) *állapotnak* nevezzük.

Egy-komponensű állapottér esetén $\{v_1{:}a_1\}$ helyett írhatunk a_1-et is.

Definíció (Állapottér)***:*** Legyenek $A_1, \ldots, A_n$ (ahol $n \in \mathbb{N}^+$) típusérték-halmazok és $v_1, \ldots, v_n$ a halmazokat azonosító egyedi címkék (változók). Az ezekből képzett összes lehetséges $\{v_1{:}a_1, \ldots, v_n{:}a_n\}$ állapot (ahol $\forall i \in [1..n] : a_i \in A_i$) halmazát *állapottérnek* nevezzük és $(v_1{:}A_1, \ldots, v_n{:}A_n)$-nel jelöljük.

$$(v_1{:}A_1, \ldots, v_n{:}A_n) ::= \left\{ \{v_1{:}a_1, \ldots, v_n{:}a_n\} \,|\forall i \in [1..n] : a_i \in A_i \right\}$$

Definíció (Változó)***:*** Az $A = (v_1{:}A_1, \ldots, v_n{:}A_n)$ állapottér cimkéire (*változók*) úgy tekintünk mint $v_i\colon A \to A_i$ függvényekre, ahol $v_i(a) = a_i$ egy $a = \{v_1{:}a_1, \ldots, v_n{:}a_n\}$ állapot esetén.

Definíció (Altér)***:*** Legyenek $A = (v_1{:}A_1, \ldots, v_n{:}A_n)$ és $B = (u_1{:}B_1, \ldots, u_n{:}B_m)$ állapotterek ($n, m \in \mathbb{N}^+$ és $m \leqslant n$). Azt mondjuk, hogy az A állapottérnek *altere* a B állapottér ($B \leq A$), ha van olyan $\varphi\colon [1..m] \to [1..n]$ injekció, amelyre $\forall i \in [1..m] : B_i = A_{\varphi(i)}$.

2. Feladat

Definíció (Feladat)***:*** Legyen A tetszőleges állapottér. Feladatnak nevezünk egy $F \subseteq A \times A$ relációt.

A feladat fenti definíciója természetes módon adódik abból, hogy a feladatot egy leképezésnek tekintjük az állapottéren, és az állapottér minden pontjára megmondjuk, hova kell belőle eljutni, ha egyáltalán el kell jutni belőle valahova.

3. Sorozatok

Jelölés: Ha H tetszőleges halmaz, akkor jelölje H^{**} az olyan (akár véges, vagy akár végtelen) sorozatok halmazát, mely sorozatok elemei mind a H halmazból valók. A H-beli véges sorozatok halmazát H^*-gal, a végtelen sorozatok halmazát H^∞-nel jelöljük. Tehát $H^{**} = H^* \cup H^\infty$. Egy $\alpha \in H^*$ sorozat hosszát jelölje $|\alpha|$, végtelen sorozat esetén legyen $|\alpha| = \infty$.

4. Program

Definíció (Program)***:*** Legyen A az úgynevezett alap-állapottér ($fail \notin A$). Jelölje $\bar{A}$ azon véges komponensű állapotterek unióját, melyeknek altere az A alap-állapottér: $\bar{A} = \bigcup_{A \leq B} B$.
Az A feletti *programnak* hívjuk az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\mathbf{fail}\})^{**}$ relációt, ha

1. $\mathcal{D}_S = A$
2. $\forall a \in A$: $\forall \alpha \in S(a) : |\alpha| \geq 1$ és $\alpha_1 = a$
3. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (\forall i \in \mathbb{N}^+ : i < |\alpha| \to \alpha_i \neq fail)$
4. $\forall \alpha \in \mathcal{R}_S : (|\alpha| < \infty \to \alpha_{|\alpha|} \in A \cup \{fail\})$

5. Elemi programok

Definíció (Elemi program)***:*** Legyen A tetszőleges állapottér. Az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\mathbf{fail}\})^{**}$ programot *elemi programnak* nevezzük, ha

$$\forall a \in A\colon S(a) \subseteq \{< a >, < a, fail >, < a, a, a, \cdots >, < a, b > | b \in A\}$$

A definíció szerint minden programhoz található vele ekvivalens elemi program, csak a sorozatok közbülső elemeit el kell hagyni, így lényegében (egy adott szinten) minden program elemi. Az elemi programok közül kiválasztunk néhány speciális tulajdonsággal rendelkezőt, és a továbbiakban velük foglalkozunk.

Definíció: Legyen A tetszőleges állapottér. $SKIP$ jelöli azt a programot, melyre

$$\forall a \in A\colon SKIP(a) = \{< a >\}$$

A $SKIP$ az állapottér minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $< a >$ sorozatot rendeli. Így a-ból indulva a $SKIP$ garantált hogy a-ba jut, és csak oda.

Definíció: Legyen A tetszőleges állapottér. $ABORT$ jelöli azt a programot, melyre

$$\forall a \in A\colon ABORT(a) = \{< a, fail >\}$$

Az $ABORT$ az állapottér minden a állapotához egyetlen sorozatot, az $< a, fail >$ sorozatot rendeli. Így a-ból indulva az $ABORT$ programnak nincs más végrehajtása, mint a $fail$ állapotban végződő végrehajtás.
A harmadik speciális elemi program az értékadás, amivel az állapottér egyes komponenseinek (változóinak) értéke megváltoztatható.

Programozáselmélet - A megoldás fogalma

Készítette: Borsi Zsolt

1. Programfüggvény

Definíció: A $p(S) \subseteq A \times A$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program *programfüggvénye*, ha

1. $\mathcal{D}_{p(S)} = \{a \in A \mid S(a) \subseteq \bar{A}^*\}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_{p(S)} \colon p(S)(a) = \{b \in A \mid \exists \alpha \in S(a) \colon b = \alpha_{|\alpha|}\}$

2. Megoldás

Definíció: Azt mondjuk hogy az S program megoldja az F feladatot (más szavakkal: az S program teljesen helyes az F feladatra nézve), ha

1. $\mathcal{D}_F \subseteq \mathcal{D}_{p(S)}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_F \colon p(S)(a) \subseteq F(a)$

3. Parciális helyesség

Definíció (Gyenge programfüggvény)***:*** A $\tilde{p}(S) \subseteq A \times (A \cup \{fail\})$ reláció az $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program gyenge programfüggvénye, ha

1. $\mathcal{D}_{\tilde{p}(S)} = \{a \in A \mid S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^* \neq \emptyset\}$
2. $\forall a \in \mathcal{D}_{\tilde{p}(S)} \colon \tilde{p}(S)(a) = \{b \in A \cup \{fail\} \mid \exists \alpha \in S(a) \cap (\bar{A} \cup \{fail\})^* \colon b = \alpha_{|\alpha|}\}$

Definíció (Parciális helyesség)***:*** Azt mondjuk hogy az S program parciálisan helyes az F feladatra nézve, ha

1. $\forall a \in \mathcal{D}_F \colon \tilde{p}(S)(a) \subseteq F(a)$

Programozáselmélet - A leggyengébb előfeltétel

Készítette: Borsi Zsolt

1. Nevezetes logikai függvények

Definíció: Legyen A tetszőleges halmaz. $HAMIS$ jelöli azt a logikai függvényt, melyre

$$\forall a \in A \colon HAMIS(a) = \{hamis\}$$

Definíció: Legyen A tetszőleges halmaz. $IGAZ$ jelöli azt a logikai függvényt, melyre

$$\forall a \in A \colon IGAZ(a) = \{igaz\}$$

Azaz a $HAMIS$ logikai függvény egy adott A halmaz minden eleméhez a $hamis$, az $IGAZ$ az $igaz$ értéket rendeli.

Jelölés (Igazsághalmaz)***:*** Legyen $R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvény. Ekkor $\lceil R \rceil$ jelöli az olyan állapottérbeli pontok halmazát ahol R igaz. Azaz

$$\lceil R \rceil = \{a \in A \mid R(a) = \{igaz\}\}$$

Az $\lceil R \rceil$ halmazt az R logikai függvény *igazsághalmazának* nevezzük.

Ne felejtsük el hogy $R \in A \to \mathbb{L}$ nem feltétlenül értelmezett az A minden pontjában. Amennyiben $R \colon A \to \mathbb{L}$, akkor már viszont igaz hogy egy $a \in A$ pontban ha R nem igaz, akkor hamis.

2. A „következik" reláció

Definíció: Legyenek $Q, R \in A \to \mathbb{L}$ tetszőleges logikai függvények. Amennyiben $\lceil Q \rceil \subseteq \lceil R \rceil$ teljesül, akkor azt mondjuk hogy Q maga után vonja R-t (vagy másképp: Q-ból következik R) és a következőképpen jelöljük: $Q \implies R$.

Vegyük észre, hogy ha $Q \implies R$, akkor ez azt jelenti, hogy minden olyan $a \in A$ pontra amire Q igaz, arra igaz R is.

Példa: Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$ és $Q, R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények úgy hogy $\lceil Q \rceil = \{1, 3, 4\}$ és $\lceil R \rceil = \{1, 3\}$. Ebben az esetben $Q \implies R$ nem teljesül (mert a 4-re igaz Q de R nem), de $R \implies Q$ igen.

Példa: Legyen $A = (a{:}\mathbb{N}, h{:}\mathbb{N})$ és $Q, R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények úgy hogy $Q = (a = 10)$ és $R = (h = a^3)$. Ugyan van olyan A-beli pont (az A halmaz most speciálisan egy állapottér, tehát elemei állapotok) amihez Q és R is igazat rendel, méghozzá az $\{a{:}10, h{:}1000\}$ állapot, de az nem igaz hogy $Q \implies R$, hiszen például $\{a{:}10, h{:}82\} \in \lceil Q \rceil$, de az $\{a{:}10, h{:}82\}$ elemhez R hamisat rendel.

3. Leggyengébb előfeltétel

Definíció: Legyen $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\textbf{fail}\})^{**}$ program, $R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvény. Ekkor az S program R utófeltételhez tartozó leggyengébb előfeltétele az az $lf(S, R)\colon A \to \mathbb{L}$ függvény, amelyre

$$\lceil lf(S,R) \rceil = \{a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge p(S)(a) \subseteq \lceil R \rceil\}$$

A leggyengébb előfeltétel tehát pontosan azokban a pontokban igaz, ahonnan kiindulva az S program biztosan hibátlanul terminál, és az összes lehetséges végállapotban igaz R.

Tétel (Az lf tulajdonságai)***:*** Legyen $S \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{\textbf{fail}\})^{**}$ program, $Q, R \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények. Ekkor

1. $lf(S, HAMIS) = HAMIS$
2. ha $Q \implies R$ akkor $lf(S,Q) \implies lf(S,R)$
3. $lf(S,Q) \wedge lf(S,R) = lf(S, Q \wedge R)$
4. $lf(S,Q) \vee lf(S,R) \implies lf(S, Q \vee R)$

Példa: Legyen $A = (x{:}\mathbb{N})$. $R\colon A \to \mathbb{L}$ logikai függvény adott, $R = (x < 10)$. Számoljuk ki az $x := x - 5$ értékadásnak az R utófeltételhez tartozó leggyengébb előfeltételét.

Először megvizsgáljuk hogyan viselkedik az $x := x - 5$ program az állapottér néhány pontjában: az $\{x{:}8\}$ ponthoz az $< \{x{:}8\}, \{x{:}3\} >$ sorozatot, míg az $\{x{:}2\}$ állapothoz az $< \{x{:}2\}, fail >$ sorozatot rendeli. A program programfüggvénye olyan $\{x{:}a_1\}$ állapotokban van értelmezve, ahol $a_1 \geqslant 5$, innen indulva a program garantáltan olyan pontban terminál ahol x értéke $a_1 - 5$. Egyéb állapotból indulva a program a $fail$ állapotban terminál.

Felhasználva a leggyengébb előfeltétel definícióját, és az $x := x - 5$ értékadást S-sel jelölve, felírhatjuk:

$$\begin{aligned}\lceil lf(S,R) \rceil = \{a \in A \mid a \in D_{p(S)} \wedge p(S)(a) \subseteq \lceil R \rceil\} &= \\ \{a \in A \mid x(a) \geqslant 5 \wedge \{x(a) - 5\} \subseteq \lceil R \rceil\} &= \\ \{a \in A \mid x(a) \geqslant 5 \wedge x(a) - 5 \in \lceil R \rceil\} &= \\ \{a \in A \mid x(a) \geqslant 5 \wedge x(a) - 5 < 10\}&\end{aligned}$$

Azaz azt kaptuk, hogy az $lf(S, R)$ pontosan akkor igaz ha $(5 \leqslant x < 15)$. Ne felejtsük el hogy az A állapottéren az egyetlen változónk neve x és most számoltuk ki azon állapotok halmazát ahol a leggyengébb előfeltétel igaz.

A leggyengébb előfeltétel fogalma nagyon fontos, ugyanakkor nagyon egyszerű. Vegyük észre hogy az előbbi példában azt számoltuk ki, hogy az x értéke 15-nél kisebb kell legyen, hogy az $x := x - 5$ értékadást végrehajtva olyan pontban termináljunk ahol x értéke 10-nél kisebb. Továbbá az x értéke legalább 5 kell legyen, hogy az $x := x - 5$ értékadás hibátlanul működjön (ne ffeljtsük: az x típusa természetes szám).
Természetesen igaz az is hogy $x \in [8..12]) \implies lf(x := x - 5, x < 10$, azaz hogy ha az x-hez tartozó érték a $[8..12]$ halmazból van, akkor az $x := x - 5$ biztos hogy hibátlanul terminál, méghozzá olyan állapotban ahol $x < 10$ teljesül. Mindez azért van, mert az $x \in [8..12]$ feltétel szigorúbb mint az a leggyengébb előfeltétel amit előbb kiszámoltunk.
Általánosan: ha valamely P logikai függvényre teljesül hogy $P \implies lf(S, R)$ (azaz P szigorúbb mint az $lf(S, R)$ feltétel) akkor a P tulajdonságú pontokból indulva az S program biztos hogy helyesen terminál és a végpontokban igaz R. A leggyengébb előfeltételt ezért hívják „leggyengébb előfeltételnek”.

Programozáselmélet - A specifikáció tétele

Készítette: Borsi Zsolt

1. Specifikáció tétele

Definíció: Azt mondjuk hogy a B halmaz az $F \subseteq A \times A$ feladat egy paramétertere, ha léteznek olyan $F_1 \subseteq A \times B$ és $F_2 \subseteq B \times A$ relációk, melyekre $F = F_2 \circ F_1$.

Megjegyzés: Bármely $F \subseteq A \times A$ feladatnak létezik paramétertere. Hiszen legyen $B = A$, és válasszuk az $F_1 \subseteq A \times B$ és $F_2 \subseteq B \times A$ relációkat úgy, hogy $F_1 = id$ (azaz a minden A-beli elemhez önmagát rendelő reláció) és $F_2 = F$. Ekkor nyilvánvalóan teljesül hogy $F \circ id = F$.

Definíció: Legyenek A és B tetszőleges nemüres halmazok és $R \subseteq A \times B$ tetszőleges reláció. Az R reláció inverze:

$$R^{(-1)} ::= \{(b, a) \in B \times A | (a, b) \in R\}$$

azaz olyan B-ről A-ra képező reláció, ami pontosan akkor tartalmaz egy $(b, a) \in B \times A$ párt, ha $(a, b) \in R$.

Tétel: Legyen $F \subseteq A \times A$ feladat, B az F egy paramétertere (azaz léteznek olyan $F_1 \subseteq A \times B$ és $F_2 \subseteq B \times A$ relációk úgy hogy $F = F_2 \circ F_1$). Legyen $b \in B$ tetszőleges paraméter, amihez definiáljuk a $Q_b\colon A \to \mathbb{L}$ és $R_b\colon A \to \mathbb{L}$ logikai függvényeket az igazsághalmazaik megadásával:

$$\lceil Q_b \rceil ::= F_1^{(-1)}(b)$$
$$\lceil R_b \rceil ::= F_2(b)$$

Ekkor ha $\forall b \in B : Q_b \implies lf(S, R_b)$ akkor az S program megoldja az F feladatot.

$\lceil Q_b \rceil = \{a \in A \mid (a, b) \in F_1\}$, azaz Q_b igazsághalmazában olyan $a \in A$ állapotok vannak, melyekhez az F_1 reláció hozzárendeli a $b \in B$ paramétert.
$\lceil R_b \rceil = \{a \in A \mid (b, a) \in F_2\}$, azaz R_b igazsághalmazában olyan $a \in A$ állapotok vannak, melyeket az F_2 reláció a $b \in B$ paraméterhez rendel.

2. Feladat specifikációja

Tekintsük azt a feladatot, amikor egy adott pozitív egész egy osztóját kell megadnunk. A feladat állapottere $A = (n{:}\mathbb{N}^+, d{:}\mathbb{N}^+)$. Ezt a feladatot le tudjuk formálisan írni, mint olyan $(u, v) \in A \times A$ párok halmaza ahol u és v állapotok n változó szerinti értékei megegyeznek és

v célállapot d változóhoz tartozó értéke osztója az u kiindulási állapot n változóhoz tartozó értéknek:

$$\{(u,v) \in A \times A \mid n(u) = n(v) \wedge d(v)|n(u)\}$$

Felhasználva a specifikáció tételének jelöléseit, írjuk fel más módon - de formálisan - a feladat specifikációját. Azt vesszük észre, hogy minden $a \in A$ állapothoz melyekre $n(a)$ megegyezik, a feladat ugyanazt rendeli; nem függ a kiindulási állapot d változó szerinti értékétől. Írjuk fel az F feladatot a F_1 és F_2 relációk kompozíciójaként, úgy hogy azokhoz az állapotokhoz melyeknek F szerinti képe azonos, F_1 ugyanazt a paramétert rendelje. Mivel ezek az állapotok megegyeznek az n változóhoz tartozó értékükben, célszerű hozzájuk ugyanezt a (címkézett) értéket rendelni, F_1 reláció szerint. Azaz, a feladat egy paraméterteree legyen a pozitív egész számok halmaza, ahol az értékre az n' változó segítségével (egy komponens lévén, nem lenne szükség változóra, de általános esetben kell) hivatkozhatunk: $B = (n' {:} \mathbb{N}^+)$.
Azt, hogy F_1 pontosan akkor rendel egy $a \in A$ állapothoz egy $b \in B$ értéket, a specifikáció tételében szereplő Q_b logikai függvénnyel adhatjuk meg. Legyen $b \in B$ tetszőleges, ekkor $\forall a \in A : Q_b(a) = (n(a) = n'(b))$.
Természetesen úgy kapjuk meg F feladatot az F_1 és F_2 relációk kompozíciójaként, ha F_2 a $b \in B$ paraméterhez olyan állapottérbeli a pontot rendel, melynek d változóhoz tartozó értéke osztója a kiindulási állapot n változóhoz tartozó értékének. Épp ezért tetszőleges $b \in B$ esetén legyen R_b olyan logikai függvény, melyre
$\forall a \in A : R_b(a) = (n(a) = n'(b) \wedge d(a)|n(a))$.
Vegyük észre hogy a $n(a) = n'(b)$ kikötésre szükségünk van, anélkül csak annyit mondanánk hogy a célállapotban a d változóhoz tartozó érték osztója kell legyen az n változóhoz tartozó aktuális értéknek, nem fogalmaznánk meg szorosabb kapcsolatot a kiindulási állapot és a célállapot között. A feladat specifikációja tehát

$A = (n{:}\mathbb{N}^+, d{:}\mathbb{N}^+)$

$B = (n'{:}\mathbb{N}^+)$

$\forall b \in B : Q_b(a) = (n(a) = n'(b))$ (ahol $a \in A$ tetszőleges állapot)

$\forall b \in B : R_b(a) = (n(a) = n'(b) \wedge d(a)|n(a))$ (ahol $a \in A$ tetszőleges állapot)

A továbbiakban a feladatnak ezen leírását (tehát ami tartalmazza a feladat állapotterét és a feladat egy paraméterterének megadását; minden $b \in B$ paraméterre a hozzá tartozó Q_b és R_b logikai függvények definícióját) a feladat specifikációjának nevezzük. Mivel d az A állapottérről $\mathbb{N}$-re képező függvény (azaz argumentumába egy $a \in A$ elemet írhatunk), hasonlóan Q_b egy $b \in B$ paraméterhez definiált, $a \in A$ állapotokhoz logikai értéket rendelő függvény; az egyértelmű jelöléseket elhagyva a következőket kapjuk:
$A = (n{:}\mathbb{N}^+, d{:}\mathbb{N}^+)$

$B = (n'{:}\mathbb{N}^+)$

$Q = (n = n')$

$R = (Q \wedge d|n)$

Programozáselmélet - Programkonstrukciók

Készítette: Borsi Zsolt

Ebben a fejezetben azzal foglalkozunk, hogy lehet meglévő programokból új programokat készíteni. Háromféle konstrukciót engedünk meg: szekvencia, elágazás és ciklus. Ezek definícióit úgy adjuk meg, hogy a velük képzett relációk illeszkedjenek a korábban bevezetett program fogalmához. A programkonstrukciókat struktogrammal ábrázoljuk.

1. Szekvencia

Szekvencia esetében két programot egymás után végzünk el. Amennyiben az első program végrehajtása adott állapotból indulva nem véges vagy hibásan terminál, a második program nem tudja folytatni a végrehajtást a végpontból; az első program által generált végrehajtás egy lehetséges végrehajtása lesz a szekvenciának is.
Nevezzük csatlakozási pontnak azt az állapotot egy végrehajtási sorozatban, ahol az egyik program terminál és a másik program ugyaninnen indul el. Nem szeretnénk ha például az $x := x + 1$ és $x := x + 2$ programok szekvenciája (ahol x egész típusú) az állapottér $\{x{:}5\}$ eleméhez az $< \{x{:}5\}, \{x{:}6\}, \{x{:}6\}, \{x{:}8\} >$ sorozatot rendelné. Ezért az egymás után véges sokszor ismétlődő csatlakozási pontokból egyet hagyjunk el.

Jelölés: *Véges hosszú α sorozat utolsó elemét jelölje $\tau(\alpha)$. Tehát ha α véges, $\tau(\alpha) = \alpha_{|\alpha|}$.*

Jelölés: *Legyen A tetszőleges állapottér. $\alpha \in \bar{A}^*$ és $\beta \in (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ úgy hogy α és β nem üres sorozatok továbbá $\tau(\alpha) = \beta_1$. Ekkor $\alpha \otimes \beta$ jelölje az α és β sorozatok összefűzésében β első elemének elhagyásával kapott sorozatot.*
Általánosítsuk a jelölést $n \in \mathbb{N}^+$ darab vagy akár végtelen sok sorozat esetére. A sorozatok összefűzése (konkatenációja) után az egymás után véges sokszor ismétlődő csatlakozási pontokból egyet hagyjunk el.

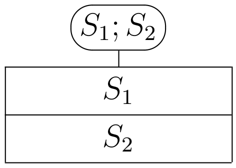
Példa: *Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Ekkor*

$$\otimes_4(< 1, 2, 3, 1 >, < 1, 2, 3, 1 >, < 1, 2, 3, 1 >, < 1, 2, 3, 1 >) =< 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1 >$$
$$\otimes_4(< 1 >, < 1 >, < 1 >, < 1, 2, 3, 1 >) =< 1, 1, 1, 2, 3, 1 >$$
$$\otimes_\infty(< 1 >, < 1 >, < 1 >, < 1 >, \ldots) =< 1, 1, \ldots >$$
$$\otimes_\infty(< 1, 2, 3, 1 >, < 1, 2, 3, 1 >, < 1, 4 >, < 4 >, < 4 >, < 4 >, \ldots) =< 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 4, 4, 4, \ldots >$$

Definíció: *Legyen A közös alap-állapottere az S_1 és S_2 programoknak. Az $(S_1; S_2)$ relációt az S_1 és S_2 programok szekvenciájának nevezzük, ha*

$$\begin{aligned}(S_1; S_2)(a) =&\{\alpha \in \bar{A}^\infty \mid \alpha \in S_1(a)\}\cup\\ &\{\alpha \in (\bar{A} \cup \{fail\})^* \mid \alpha \in S_1(a) \land \alpha_{|\alpha|} = fail\}\cup\\ &\{\gamma \in (\bar{A} \cup \{fail\})^{**} \mid \gamma = \alpha \otimes \beta \land \alpha \in S_1(a) \land |\alpha| < \infty \land \alpha_{|\alpha|} \neq fail \land \beta \in S_2(\alpha_{|\alpha|})\}\end{aligned}$$

A szekvencia struktogramja:



Tétel: *Legyen A közös alap-állapottere az S_1 és S_2 programoknak. Az $(S_1; S_2)$ szekvencia program.*

Tétel: *Legyen A közös alap-állapottere az S_1 és S_2 programoknak és jelölje S az $(S_1; S_2)$ szekvenciát. Ekkor*

$$p(S) = p(S_2) \odot p(S_1)$$

2. Elágazás

Definíció: *Legyen A közös alap-állapottere az $S_1, \dots S_n$ programoknak. Legyenek továbbá $\pi_1, \dots \pi_n \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények. Ekkor az $IF \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ relációt az S_i programokból képzett π_i feltételek által meghatározott elágazásnak nevezzük és $(\pi_1{:}S_1, \dots \pi_n{:}S_n)$-nel jelöljük, ha*

$$\forall a \in A : IF(a) = \omega_0(a) \cup \bigcup_{i=1}^{n} \omega_i(a)$$

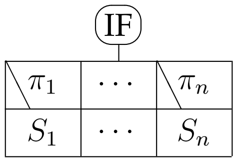
ahol $\forall i \in [1..n]$:

$$\omega_i(a) = \begin{cases} S_i(a), & \textit{ha } a \in \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge \pi_i(a) \\ \emptyset, & \textit{ha } a \in \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge \neg\pi_i(a) \\ \{< a, fail >\}, & \textit{ha } a \notin \mathcal{D}_{\pi_i} \end{cases}$$

és

$$\omega_0(a) = \begin{cases} \{< a, fail >\}, & \textit{ha } \forall i \in [1..n] : (a \in \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge \neg\pi_i(a)) \\ \emptyset, & \textit{különben} \end{cases}$$

Az elágazás struktogramja:



Az elágazást szokás még a következő módon is leírni:

if
$\quad \pi_1 \to S_1 \; \square$
$\quad \ldots$
$\quad \pi_{n-1} \to S_{n-1} \; \square$
$\quad \pi_n \to S_n$
fi

Tétel: *Legyen A közös alap-állapottere az $S_1, \ldots S_n$ programoknak. Legyenek továbbá $\pi_1, \ldots \pi_n \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények. Az $IF = (\pi_1{:}S_1, \ldots \pi_n{:}S_n)$ elágazás program.*

Tétel: *Legyen A közös alap-állapottere az $S_1, \ldots S_n$ programoknak. Legyenek továbbá $\pi_1, \ldots \pi_n \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények. $IF = (\pi_1{:}S_1, \ldots \pi_n{:}S_n)$. Ekkor*

$$\mathcal{D}_{p(IF)} = \{a \in A \mid a \in \bigcap_{i=1}^{n} \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge a \in \bigcup_{i=1}^{n} \lceil \pi_i \rceil \wedge \forall i \in [1..n] : a \in \lceil \pi_i \rceil \implies a \in \mathcal{D}_{p(S_i)}\}$$

és

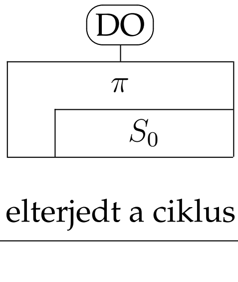
$$\forall a \in \mathcal{D}_{p(IF)} \colon p(IF)(a) = \bigcup_{i=1}^{n} p(S_i)|_{\lceil \pi_i \rceil}$$

3. Ciklus

Definíció: *Legyen $\pi \in A \to \mathbb{L}$ feltétel és $S_0 \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program. A $DO \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ relációt az S_0 programból π feltétellel képzett ciklusnak nevezzük és (π, S_0)-lal jelöljük, ha $\forall a \in A$:*

$$DO(a) = \begin{cases} (S_0; DO)(a) & \textit{ha} \quad a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \pi(a) \\ \{< a >\} & \textit{ha} \quad a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \neg\pi(a) \\ \{< a, fail >\} & \textit{ha} \quad a \notin \mathcal{D}_\pi \end{cases}$$

A ciklus struktogramja:



A szakirodalomban a következő mód is elterjedt a ciklus leírására:

while π **do**
$\quad S_0$
od

A szekvenciához és az elágazáshoz hasonló módon is definiálhatjuk a ciklust.

Definíció: $\forall a \in A$:

$$DO(a) = \begin{cases} \{< a, fail >\}, & \textit{ha } a \notin \mathcal{D}_\pi \\ \{< a >\}, & \textit{ha } a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \neg\pi(a) \\ \{\alpha \in (\bar{A} \cup \{fail\})^{**} \mid \exists \alpha^1, \ldots, \alpha^n \in (\bar{A} \cup \{fail\})^{**} \colon \alpha = \otimes_n(\alpha^1, \ldots, \alpha^n) \wedge & \\ \alpha^1 \in S_0(a) \wedge \forall i \in [1..n-1] \colon (\alpha^i \in \bar{A}^* \wedge \tau(\alpha^i) \in \lceil \pi \rceil \wedge \alpha^{i+1} \in S_0(\tau(\alpha^i))) \wedge & \\ ((\alpha^n \in \bar{A}^\infty \vee (\alpha^n \in (\bar{A} \cup \{fail\})^* \wedge \tau(\alpha^i) = fail) \vee & \\ (\alpha^n \in \bar{A}^* \wedge \tau(\alpha^i) \in \mathcal{D}_\pi \wedge \tau(\alpha^i) \notin \lceil \pi \rceil)\} & \\ \cup & \\ \{\alpha \in \bar{A}^\infty \mid \exists \alpha^1, \alpha^2, \ldots \in \bar{A}^* \colon \alpha = \otimes_\infty(\alpha^1, \alpha^2, \ldots) \wedge \alpha^1 \in S_0(a) \wedge \forall i \in \mathbb{N}^+ \colon & \\ (\alpha^i \in \bar{A}^* \wedge \tau(\alpha^i) \in \lceil \pi \rceil \wedge \alpha^{i+1} \in S_0(\tau(\alpha^i)))\} & \\ \cup & \\ \{\alpha \in (\bar{A} \cup \{fail\})^* \mid \exists \alpha^1, \ldots, \alpha^n \in (\bar{A} \cup \{fail\})^{**} \colon \alpha = \otimes_n(\alpha^1, \ldots, \alpha^n) \wedge & \\ \alpha^1 \in S_0(a) \wedge \forall i \in [1..n-2] \colon (\alpha^i \in \bar{A}^* \wedge \tau(\alpha^i) \in \lceil \pi \rceil \wedge \alpha^{i+1} \in S_0(\tau(\alpha^i))) & \\ \wedge(\alpha^{n-1} \in \bar{A}^* \wedge \tau(\alpha^{n-1}) \notin \mathcal{D}_\pi \wedge \alpha^n = < \tau(\alpha^{n-1}), fail >)\}, & \textit{ha } a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \pi(a) \end{cases}$$

Első ránézésre a definíció kissé bonyolultnak tűnik. Amennyiben sorra vesszük hogy az állapottér egy a pontjához milyen sorozatokat rendelhet a ciklus, már nem is fogjuk bonyolultnak találni a definíciót!

- Ha a állapotban a ciklusfeltétel nem kiértékelhető, akkor a ciklus hibásan terminál.
- Ha a állapotban a ciklusfeltétel kiértékelhető de nem teljesül a-ra, akkor a ciklus semmit nem csinál, végrehajtása befejeződik az a állapotban.
- A ciklusmagot véges sokszor elvégezzük egymás után, úgy hogy a ciklusmag utolsó végrehajtásához tartozó sorozat
  - végtelen; vagy
  - véges és a $fail$ állapotban végződik; vagy
  - véges és utolsó elemében kiértékelhető a π feltétel, de az $hamis$.
- A ciklusmagot végtelen sokszor elvégezzük egymás után, mert egy végrehajtás után mindig olyan állapotba jutunk ahol a ciklusfeltétel teljesül.
- Az utolsó lehetőség az, hogy a ciklusmagot azért véges sokszor (de legalább egyszer) végezzük el egymás után, mert utoljára egy olyan állapotba jutunk ahol a ciklusfeltétel nem kiértékelhető.

Programozáselmélet - Levezetési szabályok

Készítette: Borsi Zsolt

Tétel: *A szekvencia levezetési szabálya*
Legyen A közös alap-állapotterű S_1 és S_2 programok szekvenciája $S = (S_1; S_2)$. Legyenek Q, Q' és R logikai függvények A-n. Ha

1. $Q \implies lf(S_1, Q')$ *és*
2. $Q' \implies lf(S_2, R)$

akkor $Q \implies lf(S, R)$.

Tétel: *Az elágazás levezetési szabálya*
Legyen $IF = (\pi_1{:}S_1, \ldots \pi_n{:}S_n)$ a közös A alap-állapotterű S_i programokból képzett, A feletti π_i logikai függvényekkel meghatározott elágazás. Legyenek továbbá Q és R logikai függvények A-n. Ha

1. $Q \implies \bigwedge\limits_{i=1}^{n} (\pi_i \vee \neg\pi_i)$ *és*
2. $Q \implies \bigvee\limits_{i=1}^{n} \pi_i$ *és*
3. $\forall i \in [1..n] : Q \wedge \pi_i \implies lf(S_i, R)$

akkor $Q \implies lf(IF, R)$.

Tétel: *A ciklus levezetési szabálya*
Legyen $DO = (\pi, S_0)$ az A alap-állapottér feletti S_0 programból és a $\pi \in A \to \mathbb{L}$ feltétellel képzett ciklus. Továbbá legyenek P, Q és R logikai függvények A-n és $t\colon A \to \mathbb{Z}$ függvény adottak. Ha

1. $Q \implies P$ *és*
2. $P \wedge \neg\pi \implies R$ *és*
3. $P \implies \pi \vee \neg\pi$ *és*
4. $P \wedge \pi \implies t > 0$ *és*
5. $P \wedge \pi \implies lf(S_0, P)$
6. $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \implies lf(S_0, t < t_0)$ *bármely t_0 egész számra*

akkor $Q \implies lf(DO, R)$.

A levezetési szabályban szereplő P állítást a ciklus invariáns tulajdonságának, a t függvényt terminálófüggvénynek nevezzük.
Az utolsó két pont összevonható:
$5-6.$ $P \wedge \pi \wedge t = t_0 \implies lf(S_0, P \wedge t < t_0)$ bármely t_0 egész számra

Programozáselmélet - Párhuzamos programok
Készítette: Borsi Zsolt

Továbbra is szekvenciális programokkal foglalkozunk, de bevezetünk három új programkonstrukciót. Ezek definícióját úgy adjuk meg, hogy a velük képzett relációk megfeleljenek a program korábban kimondott definíciónak. Azaz, a három új programkonstrukció segítségével további programokat tudunk előállítani. Mivel célunk továbbra is az, hogy belássuk programok helyességét (tehát hogy igazoljuk hogy adott program megold egy adott feladatot), az új programkonstrukcióknak is megadjuk a levezetési szabályait.

1. Multiprogramozási modell

Három új programkonstrukció egyike a párhuzamos blokk, ami lehetővé teszi párhuzamosan végrehajtott programok reprezentálását. Egy párhuzamos program végrehajtása alatt a párhuzamos blokkot alkotó programok elemi utasításainak valamilyen ütemezés szerinti sorbarendezését és egy processzoron (magon) való egymás utáni végrehajtását értjük. A multiprogramozási modellben az elemi programok végrehajtása (így az értékadás is) atomi módon történik, mint ahogy a logikai feltételek kiértékelése sem szakítható meg.

2. Új programkonstrukciók

- Atomi utasítás: $[S]$
  Megszakítás nélkül hajtjuk végre. S nem tartalmazhat ciklust vagy várakoztató utasítást.

- Várakoztató utasítás: $\textbf{await } B \textbf{ then } S \textbf{ ta}$
  Amennyiben a β őrfeltétel igaz, az S program atomi utasításként a β kiértékelésével egyszerre hajtódik végre. S nem tartalmazhat ciklust vagy várakoztató utasítást. Ha β kiértékelhető de hamis, az utasítást tartalmazó folyamat blokkolttá válik; a végrehajtás nem tud továbblépni a várakoztató utasításon, amíg egy másik folyamat nem „segít" és változtatja meg az állapotot úgy hogy β teljesüljön.

- Párhuzamos blokk: $\textbf{parbegin } S_1 \| \dots \| S_n \textbf{ parend}$
  Befejeződik, ha minden komponensprogramja terminál. Végrehajtása valamely ágnak kiválasztását és az ott lévő komponens első utasításának, illetve a kapott maradék programnak egymás utáni végrehajtását jelenti.

Definíció: *Legyen A tetszőleges állapottér, S program az A állapottér felett.*
$\forall a \in A : [S](a) = S(a)$

Definíció: *Legyen A közös állapottere az S programnak és a β logikai függvénynek (őrfeltételnek).*

$$\forall a \in A : (\mathbf{await}\ \beta\ \mathbf{then}\ S\ \mathbf{ta})(a) \ = \begin{cases} [S](a) & \textit{, ha } a \in \mathcal{D}_\beta \wedge \beta(a) \\ (\mathbf{skip}; \mathbf{await}\ \beta\ \mathbf{then}\ S\ \mathbf{ta})(a) & \textit{, ha } a \in \mathcal{D}_\beta \wedge \neg\beta(a) \\ \{< a, \mathbf{fail} >\} & \textit{, ha } a \notin \mathcal{D}_\beta \end{cases}$$

Amikor az n komponensből álló párhuzamos blokkot végrehajtjuk, akkor egy adott állapotból indulva bármely S_i komponenssel ($i \in [1..n]$) megkezdődhet a párhuzamos program végrehajtása. Amennyiben az S_i programot atomiként kell végrehajtani (mert vagy elemi program, vagy a [ ] atomi művelet programkonstrukcióval nem megszakíthatóvá lett téve), akkor annak végrehajtása után a $\mathbf{parbegin}\ S_1\| \dots \|S_{i-1}\|S_{i+1}\| \dots \|S_n\ \mathbf{parend}$ párhuzamos blokkot kell elvégezni.
Amennyiben S_i végrehajtása megszakítható, akkor S_i program felbontható egy u atomi utasításra és egy T programra. Vagyis S_i felfogható az $u;T$ szekvenciaként, ahol u az S_i első (nem megszakítható) utasítása, T pedig az S_i maradék része. Ekkor a párhuzamos blokk egy végrehajtását kapjuk az u utasítás majd azt követően a
$\mathbf{parbegin}\ S_1\| \dots \|S_{i-1}\|T\|S_{i+1}\| \dots \|S_n\ \mathbf{parend}$ párhuzamos blokkot elvégezve.
Mivel a párhuzamos blokk végrehajtását bármely komponenst kiválasztva elkezdhetjük, a párhuzamos programok szükségképpen nem-determinisztikusak. Az összes végrehajtási sorozatot megkapjuk a párhuzamos blokk elvégzését az elsőként az S_i komponens aktiválásával kapott végrehajtási sorozatok összességeként.

Definíció: *Legyen A közös alap-állapottere az $S_1 \dots S_n$ programoknak.*

$$\forall a \in A : (\mathbf{parbegin}\ S_1 \parallel \cdots \parallel S_i \parallel \cdots \parallel S_n\ \mathbf{parend})(a) \ = \bigcup_{i=1}^{n} B_i(a)$$

ahol

$$B_i(a) = \begin{cases} (S_i; \mathbf{parbegin}\ S_1 \parallel \cdots \parallel S_{i-1} \parallel S_{i+1} \parallel \cdots \parallel S_n\ \mathbf{parend})(a) \\ \qquad \textit{ha } S_i \textit{ nem megszakítható az } a \textit{ állapotból indulva} \\ (u_i; \mathbf{parbegin}\ S_1 \parallel \cdots \parallel S_{i-1} \parallel T_i \parallel S_{i+1} \parallel \cdots \parallel S_n\ \mathbf{parend})(a) \\ \qquad \textit{ha } S_i(a) = (u_i; T_i)(a) \textit{ ahol } u_i \textit{ nem megszakítható az } a \textit{ állapotból indulva} \end{cases}$$

Lásd a fejezet végén lévő kiegészítés részt, hogy mit értünk a különböző programszerkezetek első utasításaként egy adott a állapotból indulva.

3. Az új programkonstrukciók levezetési szabályai

Tétel: *Atomi művelet levezetési szabálya*
Ha
$Q \implies lf(S, R)$ *akkor* $Q \implies lf([S], R)$

Tétel: *Várakozó utasítás levezetési szabálya*
Ha

1. $Q \implies \beta \vee \neg\beta$
2. $Q \wedge \beta \implies lf(S, R)$

akkor $Q \implies lf(\textbf{await}\ \beta\ \textit{\textbf{then}}\ S\,\textbf{ta}, R)$

Tétel: *Párhuzamos blokk levezetési szabálya*
Legyenek $Q, Q_1, \ldots Q_n$ *és* $R, R_1, \ldots R_n$ *logikai függvények. Ha*

1. $Q \implies Q_1 \wedge \cdots \wedge Q_n$ *és*
2. $R_1 \wedge \cdots \wedge R_n \implies R$ *és*
3. $\forall i \in [1..n] : Q_i \implies lf(S_i, R_i)$ *és*
4. *a* $Q_1 \implies lf(S_1, R_1), \ldots, Q_n \implies lf(S_n, R_n)$ *teljes helyességi formulák interferencia-mentesek és*
5. *a párhuzamos blokk holtpontmentes*

akkor $Q \implies lf(\textbf{parbegin}\ S_1 \| \ldots \| S_n\ \textbf{parend}, R)$

A párhuzamos blokk levezetési szabályának első három feltétele szemléletesen azt fejezi ki, hogy

- ha Q előfeltétel teljesül, akkor a párhuzamos blokk bármely S_i komponensprogramjának végrehajtása elkezdhető, mert teljesül a Q_i előfeltétele (ezt nevezhetjük „belépési feltételnek”).
- amikor a párhuzamos blokk terminál (az összes S_i komponens befejeződött, elérte utófeltételét) akkor jó helyen terminált: ott ahol R utófeltétel igaz (ezt nevezhetjük „kilépési feltételnek”).
- minden S_i komponens önmagában teljesen helyes a Q_i előfeltételével és R_i utófeltételével adott feladatra nézve.

4. Interferencia-mentesség

Ezzel a fogalommal azt akarjuk kifejezni, hogy ha valamit már beláttunk az S_i komponens esetén, az a bizonyítás nem veszti érvényét egy S_i komponenssel párhuzamosan végrehajtott S_j komponensben lévő u utasítás elvégzésével. Például, ne legyen az hogy miután már beláttuk hogy S_i egy ciklusának magjában a termináló függvény értéke csökken, a bizonyításunkat tönkreteszi u végrehajtása, azáltal hogy meg tudja növelni az adott ciklus termináló függvényének értékét. Különben érvényét vesztené az a bizonyításunk, melyben beláttuk hogy a ciklus terminál.
Mivel értéket megváltoztatni, és így egy logikai állítást hamissá tenni csak az értékadás tud, így u utasításként azon utasításokat kell kell figyelembe venni, amik vagy értékadások vagy atomi módon végrehajtott programként értékadást tartalmaznak. Nevezzük őket kritikus utasításnak!

Jelölés: *Teljes helyességi formula Ha valamilyen S program és Q, R logikai függvények esetén teljesül hogy $Q \implies lf(S, R)$, akkor nevezzük az $Q \implies lf(S, R)$ alakot az S egy teljes helyességi formulájának! Mivel az interferencia-mentesség igazolásához azt akarjuk megmutatni hogy egy bizonyítás nem veszti érvényét, S program helyett egy hozzá tartozó $Q \implies lf(S, R)$ teljes helyességi formulát veszünk figyelembe (tehát azt amellyel bizonyítottuk hogy S program a Q feltételnek eleget tevő állapotokból indulva biztos hogy helyesen terminál, és a végállapotokban teljesül R).*

Definíció: *A $Q_1 \implies lf(S_1, R_1), \ldots, Q_n \implies lf(S_n, R_n)$ teljes helyességi formulák interferencia-mentesek, ha bármely i és j esetén ($i, j \in [1..n]$ és $i \neq j$) az S_i komponens egyik kritikus utasítása sem interferál a $Q_j \implies lf(S_j, R_j)$ teljes helyességi formulával.*

Definíció: *Azt mondjuk hogy az S_i komponens u kritikus utasítása (aminek előfeltételét jelölje pre_u) nem interferál az $Q_j \implies lf(S_j, R_j)$ teljes helyességi formulával, ha*

- $pre_u \wedge R_j \implies lf(u, R_j)$
  Azaz, u végrehajtása nem rontja el S_j utófeltételét: ha R_j igaz volt a végrehajtás előtt akkor utána is igaz lesz.

- $pre_u \wedge pre_s \implies lf(u, pre_s)$ *bármely S_j-beli s utasítás (aminek előfeltételét jelölje pre_s) esetén*
  Azaz u végrehajtása igaznak tartja meg S_j bármely s utasításának előfeltételét: ha s elvégezhető volt u végrehajtása előtt akkor utána is az lesz.

- $pre_u \wedge t = t_0 \implies lf(u, t \leq t_0), \forall t_0 \in \mathbb{Z}$ *esetén ahol t egy S_j-beli ciklus termináló függvénye*

Azaz u végrehajtása S_j bármely ciklusának t terminálófüggvényének értékét nem növeli meg.

5. Holtpont

Legyen $A = (a{:}\mathbb{Z}, b{:}\mathbb{Z})$ és tekintsük az A alap-állapottér feletti következő programot:

```
a:=0; b:=0;
parbegin
   while IGAZ do
      α0: a:=a+1;
      α1: await b≠0 then
            α2:    a:=a+3
          ta;
   od
||
   while IGAZ do
      β0: a:=2*a;
      β1: await a≠1 then
            β2:   b:=b+1
          ta;
   od
parend
```

Ez a program az állapottér bármely állapotából indulva, sorrendben a β_0 majd α_0 címkével jelzett utasításokat végrehajtva, az $\{a{:}1, b{:}0\}$ állapotba kerülve holtpontba jut.

Definíció: *Holtpont*

- *Egy várakoztató utasítás egy adott állapotban blokkolt, ha az őrfeltétele hamis az állapotban.*
- *Egy szekvenciális program blokkolt, ha egy általa közvetlenül tartalmazott várakoztató utasítás blokkolt.*
- *Egy párhuzamos blokk holtpontban van, ha minden még be nem fejeződött komponense blokkolttá vált.*

6. A holtpontmentesség egy elégséges feltétele

Elégséges feltételt szeretnénk arra adni, hogy a programunk garantáltan nem juthat holtpontba, nincs olyan végrehajtása amely során holtponthelyzet állna fent. Hangsúlyozzuk, hogy egy általános párhuzamos program alatt olyan programot értünk ami az eddig megengedett programkonstrukciókból épül fel (nagy valószínűséggel szekvencia) de tartalmazza az új programkonstrukciók valamelyikét is.
Tekintsünk egy ilyen programot. A holtpontmentesség szempontjából számunkra a várakoztató utasítások és a párhuzamos blokkok az érdekesek. Tegyük fel hogy az általános programunkban m olyan várakoztató utasítás szerepel ami nincs egy párhuzamos blokkon belül, a párhuzamos blokkok száma pedig legyen n.
A k-adik párhuzamos blokkot jelöljük így (tehát n_k komponense van a $k$adik párhuzamos blokknak):
T_k: **parbegin** $S_1^k \| \dots \| S_{n_k}^k$ **parend**, ahol a komponensek akár újabb várakoztató utasításokat tartalmazhatnak.

S :

$\vdots$

A_1 : **await**β_1 then S_1 ta;

$\vdots$

A_i : **await**β_i then S_i ta;

$\vdots$

T_1 : **parbegin** $S_1^1 \| \dots \| S_{n_1}^1$ **parend**

$\vdots$

A_j : **await**β_j then S_j ta;

$\vdots$

T_n : **parbegin** $S_1^n \| \dots \| S_{n_n}^n$ **parend**

$\vdots$

A_m : **await**β_m then S_m ta;

$\vdots$

Sorra vesszük a lehetséges holtpont helyzeteket:

- Az S szekvenciális folyamat blokkolt, ha valamely (nem párhuzamos blokkon belüli) várakoztató utasításánál várakozunk. Ezt úgy írjuk le hogy az A_j ($j \in [1..m]$) várakoztató utasítást készek vagyunk elvégezni (a $pre(A_j)$ előfeltétele teljesül) de a β_j őrfeltétel $hamis$.

- A szekvenciális S program valamely párhuzamos blokkja blokkolt. Tegyük fel hogy a T_k párhuzamos blokkról van szó. Azaz T_k minden S_i^k ($i \in [1..n_k]$) komponensprogramja terminált vagy blokkolt, de legalább az egyik blokkolt.

Definiáljuk $D(S)$-et és $D1(T_k)$-et a következőképpen: (A $D1$ alkalmazásakor tudjuk hogy az argumentuma egy párhuzamos blokk.)

- $$D(S) = \left[\bigvee_{j=1}^{m} (pre(A_j) \wedge \neg\beta_j)\right] \vee \left[\bigvee_{k=1}^{n} D1(T_k)\right]$$

  A formula azt fejezi ki hogy van benne (de nem párhuzamos blokkon belüli, hanem közvetlenül a „főprogramban") blokkolt várakoztató utasítás, vagy valamely párhuzamos blokkja blokkolt.

- $$D1(T_k) = \left[\bigwedge_{j=1}^{n_k} (post(S_i^k) \vee D(S_i^k))\right] \wedge \left[\bigvee_{i=1}^{n_k} D(S_i^k)\right]$$

  A T_k párhuzamos blokk blokkolt, ha minden S_i^k komponense blokkolt vagy véget ért, miközben van legalább egy komponense ami blokkolt.

Tétel: *Amennyiben $D(S)$ azonosan $HAMIS$, nem lehet az S programnak olyan végrehajtása hogy holtpont előfordulhatna; S holtpontmentes.*

7. Kiegészítés: S program felbontása első utasításra és az azt követő maradék programra

Itt megadjuk hogy írható fel egy a kezdőállapotot tekintve az S program (ahol S nem elemi program és nem is atomiként végrehajtható) az $u;T$ szekvenciaként, ahol u az S nem megszakítható első utasítása, T pedig a maradék program.

- Ha $S =$ **await** β **then** S_0 **ta** és $a \in \mathcal{D}_\beta \wedge \neg\beta(a)$, akkor u a **SKIP** program míg T az **await** β **then** S_0 **ta** várakoztató utasítás.
- Ha $S = (S_1; S_2)$ és S_1 végrehajtása nem megszakítható a-ból indulva, akkor u az S_1 és T az S_2.
- Ha $S = (S_1; S_2)$ és S_1 végrehajtása megszakítható a-ból indulva, akkor u az S_1 első (atomi módon végrehajtható) utasítása, míg T a $(T_1; S_2)$ szekvencia (ahol T_1 az S_1 maradék része).

- Ha $S = \textbf{if } \pi_1 \to S_1 \,\square \ldots \square\, \pi_n \to S_n \textbf{ fi}$ és van olyan π_i feltétel ami nem értelmezett a állapotban vagy mindegyik feltétel hamis a-ban ($\exists i \in [1..n] : a \notin \mathcal{D}_{\pi_i} \vee \forall i \in [1..n] : a \in \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge \neg\pi_i(a)$), akkor u az **ABORT** program és T szintén az **ABORT**.

- Ha $S = \textbf{if } \pi_1 \to S_1 \,\square \ldots \square\, \pi_n \to S_n \textbf{ fi}$ és az a állapotban mindegyik feltétel értelmezett és legalább egy közülük teljesül ($\forall i \in [1..n] : a \in \mathcal{D}_{\pi_i} \wedge \exists i \in [1..n] : \pi_i(a)$), akkor u a **SKIP** program míg T az S_i (feltéve hogy azt a végrehajtást nézzük ami az a állapotból indulva az i-edik ág kiválasztásával történik).

- Ha $S = \textbf{while } \pi \textbf{ do } S_0 \textbf{ od}$ és az a állapotban a ciklusfeltétel nem értelmezett ($a \notin \mathcal{D}_\pi$), akkor u és T is az **ABORT** program.

- Ha $S = \textbf{while } \pi \textbf{ do } S_0 \textbf{ od}$ és a állapotban a ciklusfeltétel hamis ($a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \neg\pi(a)$), akkor u és T is az **ABORT** program.

- Ha $S = \textbf{while } \pi \textbf{ do } S_0 \textbf{ od}$ és a ciklusfeltétel teljesül az a állapotban ($a \in \mathcal{D}_\pi \wedge \pi(a)$), akkor u a **SKIP** program és T az $(S_0; \textbf{while } \pi \textbf{ do } S_0 \textbf{ od})$ szekvencia.

- Ha $S = \textbf{parbegin } S_1 \parallel \cdots \parallel S_i \parallel \cdots \parallel S_n \textbf{ parend}$ és az a állapotból indulva nem megszakíthatóan végrehajtható S_i elvégzésével kezdjük meg a párhuzamos blokk végrehajtását, akkor u az S_i és T a $\textbf{parbegin } S_1 \parallel \cdots \parallel S_{i-1} \parallel S_{i+1} \parallel \cdots \parallel S_n \textbf{ parend}$ párhuzamos blokk.

- Ha $S = \textbf{parbegin } S_1 \parallel \cdots \parallel S_i \parallel \cdots \parallel S_n \textbf{ parend}$ és az a állapotból indulva a megszakítható S_i elvégzésével kezdjük meg a párhuzamos blokk végrehajtását, akkor u az S_i első (atomi módon végrehajtható) utasítása, és T az $\textbf{parbegin } S_1 \parallel \ldots \parallel S_{i-1} \parallel T_i \parallel S_{i+1} \parallel \cdots \parallel S_n \textbf{ parend}$ párhuzamos blokk, ahol T_i az S_i maradék programja.