24./1. a) $f(x) = \sqrt{\frac{2x^3-1}{x}}$ $D_f$ ?

$x \in \mathbb{R}$

$2x^3-1 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$\frac{2x^3-1}{x} \Rightarrow x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$\sqrt{\frac{2x^3-1}{x}} \Rightarrow x \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \wedge \frac{2x^3-1}{x} \geq 0$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \wedge \frac{2x^3-1}{x} \geq 0\}$

1. $2x^3-1 \geq 0 \wedge x \geq 0$

$2x^3 \geq 1$

$x^3 \geq \frac{1}{2}$

$\boxed{x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}}$

2. $2x^3-1 < 0 \wedge \boxed{x < 0}$

$x < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \vee x \geq \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\}$

$D_f = (-\infty, 0) \cup \left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, +\infty\right)$

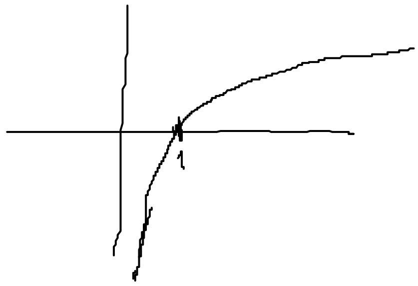
1) b, $f(x)=\sqrt{\lg(x^2-5x+7)}$

$x\in\mathbb{R}$

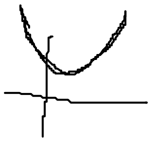
$x^2-5x+7 \Rightarrow x\in\mathbb{R}$

$\lg(x^2-5x+7) \Rightarrow x^2-5x+7>0$

$\sqrt{\lg(x^2-5x+7)} \Rightarrow \lg(x^2-5x+7)\ge 0$




$D_f=\{x\in\mathbb{R}\mid x^2-5x+7>0 \wedge \lg(x^2-5x+7)\ge 0\}$



$x^2-5x+7>0$

$x^2-5x+7=0$

$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 7}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{-3}}{2} \Rightarrow x\in\mathbb{R}$

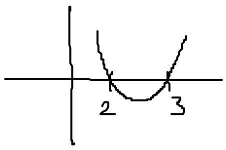
$\lg(x^2-5x+7)\ge 0$

$\lg(x^2-5x+7)\ge \lg 1$ lg. szig. mon. nő

$x^2-5x+7\ge 1$

$x^2-5x+6\ge 0$

$x_1=2,\ x_2=3$




$\Rightarrow x\le 2 \vee x\ge 3$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}\mid x\le 2 \vee x\ge 3\}$

$D_f=(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$

4. a) $f(x) = 2(x+3)^2 - 1 \quad (x \in \mathbb{R})$

1. $x^2$: ábrázoljuk
2. $(x+3)^2$: eltolás balra 3-mal
   vízszint. neg. irányba
3. $2(x+3)^2$: nyújtás függőlegesen 2x-re
   y tengely mentén
4. $2(x+3)^2 - 1$: eltolás: függőlegesen lefelé 1-gyel
   y tengely mentén neg. irányba

4.b) $f(x) = -x^2 + 5x + 3$

teljes négyzetté

$$= -\left(x^2 - 5x\right) + 3 =$$

$$= -\left[\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}\right] + 3 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{37}{4}$$

1. Ábrázoljuk $x^2$ fv-t
2. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2$ : Eltolás x tengelyen poz. irányba $\frac{5}{2}$-del
3. $-\left(x - \frac{5}{2}\right)^2$ : Tükrözés x tengelyre
4. $-\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{37}{4}$ : Eltolás y tengelyen poz. irányba $\frac{37}{4}$-del

4. g) $\frac{4x-1}{2x-1}$ rac tört fv $\Rightarrow$ x csak a nevezőben maradjon

Bővítünk 2-vel:

$$\frac{2}{2}\cdot\frac{4x-1}{2x-1} = 2\cdot\frac{4x-1}{4x-2} = 2\cdot\frac{4x-2+1}{4x-2} = 2\cdot\left(\frac{4x-2}{4x-2}+\frac{1}{4x-2}\right) =$$

$$= 2\cdot\left(1+\frac{1}{4x-2}\right) = \frac{1}{2x-1}+2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x-\frac{1}{2}}+2$$

1. Ábr. $\frac{1}{x}$ fv-t.
2. $\frac{1}{x-\frac{1}{2}}$ Eltolás jobbra $\frac{1}{2}$-del
3. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x-\frac{1}{2}}$ Zsugorítás függőlegesen $\frac{1}{2}$-szeresre
   összenyomás
4. $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x-\frac{1}{2}}+2$ Eltolás y tengelyen pot. irányba 2-vel
   függőlegesen fölfelé