

## Deriválási összefoglaló

### Elemi függvények deriváltjai

- $f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$
- $f(x) = x^a \Rightarrow f'(x) = ax^{a-1} \quad (a \in \mathbb{R} \text{ tetszőleges})$
- $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$
- $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = \log(a) \cdot a^x \quad (a > 0 \text{ tetszőleges})$
- $f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \log_a x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\log a} \cdot \frac{1}{x} \quad (a > 0, a \neq 1 \text{ tetszőleges})$
- $f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$
- $f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$
- $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $f(x) = \cot x \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{\sin^2 x}$
- $f(x) = \arcsin x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arccos x \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x) = \arctan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

### Deriválási szabályok

- Összegfüggvény deriváltja:  $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$ .
- Szorzatfüggvény deriváltja:  $(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ .  
Speciálisan:  $(cf)'(x) = c \cdot f'(x)$  konstans  $c$  mellett.
- Hányadosfüggvény deriváltja:  $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$ .  
Speciálisan:  $\left(\frac{1}{g}\right)'(x) = \frac{-g'(x)}{g^2(x)}$ .
- Inverzfüggvény deriváltja:  $g = f^{-1}$  jelöléssel  $g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$ .
- Összetett függvény deriváltja (láncszabály):  $h(x) = f(g(x))$  jelöléssel  $h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .

Minta feladatok. Határozza meg a deriváltat!

- $f(x) = x^8 - 3x^4 + 12x - \frac{24}{x^3}$
- $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} + x\sqrt[4]{x}$
- $f(x) = x^{2017} + 2017^x + 2017^{2017}$
- $f(x) = \log_8 x + \log_8 5$
- $f(x) = x(x+1)\sin(3x) - \cos(3x)$
- $f(x) = \frac{e^{-2x}}{10 + e^{-2x}}$
- $f(x) = xe^{-x^2} + 2,45^x \sin(2\pi x)$
- $f(x) = \ln(2 + \cos^2(2x))$