Programozáselmélet - gyakorlatokra javasolt feladatok - 9. alkalom

1.
$$A = (x:\mathbb{N}, n:\mathbb{N}, y:\mathbb{N})$$

 $B = (x':\mathbb{N}, n':\mathbb{N})$
 $Q = (x = x' \land n = n' \land x > 0)$
 $R = (Q \land y = x^n)$

Az S program alap-állapottere $(x:\mathbb{N}, n:\mathbb{N}, y:\mathbb{N}, b:\mathbb{N}, i:\mathbb{N})$.

\bigcirc		
y, b, i := 1, x, n		
i > 0		
$2 \mid i$	$\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $	
$i,b := i / 2, b^2$	$i, y := i - 1, y \cdot b$	

Legyen $Q' = (Q \land y = 1 \land b = x \land i = n)$ a szekvencia közbülső állítása, $P = (Q \land y \cdot b^i = x^n)$ ciklusinvariáns és t:i terminálófüggvény. Lássuk be hogy $Q \implies lf(S,R)$.

2.
$$A = (x:\mathbb{N}^+, y:\mathbb{N}^+, d:\mathbb{N}^+)$$

 $B = (x':\mathbb{N}^+, y':\mathbb{N}^+)$
 $Q = (x = x' \land y = y')$
 $R = (Q \land d = lnko(x, y))$

Az S program alap-állapottere $(x:\mathbb{N}^+,y:\mathbb{N}^+,c:\mathbb{N}^+,d:\mathbb{N}^+)$.

S		
c, d := x, y		
$c \neq d$		
c > d	$c \leq d$	
c := c - d	d := d - c	

Legyen $Q'=(Q\wedge x=c\wedge y=d)$ a szekvencia közbülső állítása, $P=(Q\wedge lnko(x,y)=lnko(c,d))$ ciklusinvariáns és t:c+d terminálófüggvény. Lássuk be hogy $Q\Longrightarrow lf(S,R)$.

Az lnko függvény tulajdonságai (ahol a és b pozitív egészek):

$$lnko(a,b) = \begin{cases} a & \text{ha} & a = b \\ lnko(a-b,b) & \text{ha} & a > b \\ lnko(a,b-a) & \text{ha} & a < b \end{cases}$$