



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 3

по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика, часть 2»

ВАРИАНТ 116

Тема: **Проверка статистических гипотез о математических ожиданиях
и дисперсиях выборок из нормальных распределений**

Выполнил:
Студент 3-го курса
Оганисян В.А.

Группа: **КМБО-06-20**

МОСКВА – 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1	УСЛОВИЯ	5
1.1	Задание 1.	5
1.2	Задание 2.	5
1.3	Задание 3.	5
1.4	Задание 4.	5
1.5	Задание 5.	6
1.6	Задание 6.	6
1.7	Задание 7.	6
2	КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	7
2.1	Нормальное распределение	7
2.2	χ^2 -распределение с n степенями свобод	7
2.3	Распределение Стьюдента $t(n)$	8
2.4	Распределение Фишера-Снедекора $F(k_1, k_2)$	8
2.5	Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента	9
2.6	Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа	9
2.7	Общая схема проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух наблюдаемых нормально распределенных случайных величин с использованием распределения Фишера-Снедекора	10
2.8	Средства языка программирования	10
3	РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ	12
3.1	Задание 1	12
3.2	Задание 2	14
3.3	Задание 3	16
3.4	Задание 4	18
3.5	Задание 5	20

3.6	Задание 6	22
3.7	Задание 7	24
4	ЛИТЕРАТУРА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ	25
	ПРИЛОЖЕНИЕ	26

1 УСЛОВИЯ

1.1 Задание 1.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$

1.2 Задание 2.

Проверить с использованием однофакторного дисперсионного анализа гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $0,05$ трёх наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$

1.3 Задание 3.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован t -критерий Стьюдента.

1.4 Задание 4.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столб-

цах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован t -критерий Уэлча.

1.5 Задание 5.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для трёх наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ.

1.6 Задание 6.

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с использованием распределения Фишера-Снедекора.

1.7 Задание 7.

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта.

2 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 Нормальное распределение

Плотность распределения	$\frac{1}{\sigma} \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$
Функция распределения	$\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt$
Математическое ожидание	a
Дисперсия	σ^2

2.2 χ^2 -распределение с n степенями свобод

Плотность распределения	$\begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^{\frac{n}{2}-1}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \end{cases}$
Математическое ожидание	n
Дисперсия	$2n$

Если для всех $X_i \sim \chi^2(k_i)$ и X_i независимы, то $\sum_{i=1}^N X_i \sim \chi^2\left(\sum_{i=1}^N k_i\right)$.

Если $\xi \sim N(0, 1)$, то плотность с.в. $\mu = \xi^2$ равна

$$\begin{cases} 0, & y \leq 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi y}} e^{-\frac{y}{2}}, & y > 0 \end{cases}$$

Если $X_i \sim N(0, 1)$ и X_i независимы, то $\sum_{i=1}^N X_i^2 \sim \chi^2(N)$.

Если $X_i \sim N(a, \sigma^2)$ и X_i независимы, то $\sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i-a}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(N)$.

Если $X_i \sim N(a, \sigma^2)$ и X_i независимы, то $\sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i-\bar{X}}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(N)$, при

этом $S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})$ и $\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$ независимы.

2.3 Распределение Стьюдента $t(n)$

Плотность распределения	$\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}}$
Математическое ожидание	0, $n > 1$. Иначе не существует.
Дисперсия	$\frac{n}{n-2}$, $n > 2$. Иначе не существует.

Если $\xi \sim N(0, 1)$ и $\mu \sim \chi^2(N)$ независимы, то $\xi\sqrt{\frac{N}{\mu}} \sim t(N)$.

Если $X_i \sim N(0, 1)$ и X_i независимы, то $\frac{X_0}{\sqrt{\bar{X}^2}} \sim t(N)$.

Если $X_i \sim N(a, \sigma^2)$ и X_i независимы, то $\frac{\bar{X}-a}{S}\sqrt{N} \sim t(N-1)$, $S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$.

2.4 Распределение Фишера-Снедекора $F(k_1, k_2)$

Плотность распределения	$\begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{\Gamma\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right) \cdot k_1^{\frac{k_1}{2}} \cdot k_2^{\frac{k_2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k_2}{2}\right)} \cdot x^{\frac{k_1}{2}-1} \cdot (k_1x + k_2)^{-\frac{k_1+k_2}{2}}, & x > 0 \end{cases}$
Математическое ожидание	$\frac{k_2}{k_2-2}$, $k_2 \geq 3$
Дисперсия	$\frac{2k_2^2(k_1+k_2-2)}{k_1(k_2-2)^2(k_2-4)}$, $k_2 \geq 5$

Если для всех $\xi \sim \chi^2(k_1)$ и $\mu \sim \chi^2(k_2)$ независимы, то $\frac{\xi/k_1}{\mu/k_2} \sim F(k_1, k_2)$.

Если выборки $X = (X_1, \dots, X_N)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_M)$ независимы, $X_i \sim N(a_1, \sigma^2)$ и X_i независимы, $Y_i \sim N(a_2, \sigma^2)$ и Y_i независимы, то верны св-ва:

а) $\frac{\bar{X}^2}{\bar{Y}^2} \sim F(N, M)$.

б) $\frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(N-1, M-1)$, $S_1^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$, $S_2^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (Y_i - \bar{Y})^2$.

2.5 Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента

Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух случайных величин по выборках и с использованием распределения Стьюдента с числом степеней свободы проводится следующим образом. Рассчитывается значение критерия $T_{N,M}$:

$$S_x^2(N-1) = N \left(\overline{x^2} - \bar{x}^2 \right)$$

$$S_y^2(M-1) = M \left(\overline{y^2} - \bar{y}^2 \right)$$

$$T_{N,M} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{S_x^2(N-1) + S_y^2(M-1)}} \sqrt{\frac{MN(N+M-2)}{N+M}}$$

Если гипотеза о равенстве математических ожиданий нормально распределенных случайных величин X и Y верна, то $T_{N,M}$ имеет распределение $t(N+M-2)$.

По уровню значимости α находится критическое значение $t_{кр,\alpha}(N+M-2)$. Если вычисленное значение $T_{N,M}$ такое, что $|T_{N,M}| \leq t_{кр,\alpha}(N+M-2)$, то гипотеза о равенстве мат. ожиданий принимается.

2.6 Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа

Проверка гипотезы проводится по следующей схеме.

Расчёт общего среднего значения и групповых средних

$$\bar{u} = \frac{1}{Nm} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N u_{ij}, \quad \bar{u}_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_{ij}, \quad j = 1, \dots, m$$

Расчёт общей суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N (u_{ij} - \bar{u})^2.$$

Расчёт факторной суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{факт}} = N \sum_{j=1}^m (\bar{u}_{.j} - \bar{u})^2$$

Расчёт остаточной суммы квадратов отклонений

$$S_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^N (u_{ij} - u_{.j})^2 = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}}$$

Расчёт критерия $F_{N,m}$:

$$F_{N,m} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}, \quad S_{\text{факт}}^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{m-1}, \quad S_{\text{ост}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}}{m(N-1)}$$

Если гипотеза о равенстве математических ожиданий m нормально распределённых случайных величин верна, то $F_{N,m}$ имеет распределение Фишера-Снедекора с числом степеней свободы (k_1, k_2) , $k_1 = m - 1$, $k_2 = m(N - 1)$.

2.7 Общая схема проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух наблюдаемых нормально распределённых случайных величин с использованием распределения Фишера-Снедекора

При проверке гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределённых с.в. по выборкам $\{x_1, \dots, x_N\}$ и $\{y_1, \dots, y_M\}$ используется распределение Фишера-Снедекора.

Рассчитывается значение критерия $F_{N,M}$ по формуле:

$$F_{N,M} = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad S_1^2 = \max(S_x^2, S_y^2), \quad S_2^2 = \min(S_x^2, S_y^2)$$

Если гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределённых с.в. верна, то $F_{N,M}$ имеет распределение Фишера-Снедекора с числом степеней свободы (k_1, k_2) , где

$$k_1 = \begin{cases} N - 1, S_1^2 = S_x^2 \\ M - 1, S_1^2 = S_y^2 \end{cases}, \quad k_2 = \begin{cases} N - 1, S_2^2 = S_x^2 \\ M - 1, S_2^2 = S_y^2 \end{cases}$$

2.8 Средства языка программирования

Получение квантиля уровня распределения Стьюдента

```
import scipy.stats as sps
sps.t.ppf(x, n) #  $n = 2N-2$ 
```

Округление с точностью до 5 знаков

```
import numpy as np
np.around(num, 5)
```

Получение критического значения для однофакторного дисперсионного анализа

```
import scipy.stats as sps
sps.f.ppf(x, m, n)
```

Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий t-критерием Стьюдента

```
import scipy.stats as sps
pval = sps.ttest_ind(X, Y, equal_var=True)
```

Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий t-критерием Уэлча

```
import scipy.stats as sps
pval = sps.ttest_ind(X, Y, equal_var=False)
```

Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий однофакторным дисперсионным анализом

```
import scipy.stats as sps
pval = sps.f_oneway(X, Y, Z)
```

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий критерием Бартлетта Функция для нормального распределения.

```
import scipy.stats as sps
pval = sps.bartlett(X, Y, Z)
```

3 РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

3.1 Задание 1

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$

V=116 $\{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

Столбцы	\bar{x}	\bar{y}	$\overline{x^2}$	$\overline{y^2}$	S_x^2	S_y^2	$T_{N,N}$
(1, 2)	7.105074	7.30528	53.147029	56.505039	2.805213	3.303077	-0.36227
(1, 3)	7.105074	6.416446	53.147029	43.667732	2.805213	2.628365	1.321163
(2, 3)	7.30528	6.416446	56.505039	43.667732	3.303077	2.628365	1.632132

Столбцы	$ T_{N,N} $	$t_{\text{кр}}(2N - 2)$	Вывод
(1, 2)	0.36227	2.024394	ВЕРНА
(1, 3)	1.321163	2.024394	ВЕРНА
(2, 3)	1.632132	2.024394	ВЕРНА

3.2 Задание 2

Проверить с использованием однофакторного дисперсионного анализа гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости 0,05 трёх наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{ij}|1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}$

$$V=116 \quad \{u_{ij}|1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, a = 0.05$$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

$S_{\text{общ}}$	$S_{\text{факт}}$	$S_{\text{ост}}$	$S_{\text{факт}}^2$	$S_{\text{ост}}^2$	k_1	k_2	$F_{N,m}$
174.691882	8.695435	165.996446	4.347718	2.912218	2	57	1.492923

$F_{N,m}$	a	$t_{\text{кр}}(k_1, k_2)$	Вывод
1.492923	0.05	3.158843	ВЕРНА

3.3 Задание 3

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован t -критерий Стьюдента.

$$V=116 \quad \{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

Столбцы	pval	α	Вывод
(1, 2)	0.719157	0.05	ВЕРНА
(1, 3)	0.194347	0.05	ВЕРНА
(2, 3)	0.110912	0.05	ВЕРНА

Для проверки t-критерия Стьюдента была использована функция:
`scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var=True)`

3.4 Задание 4

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован t -критерий Уэлча.

$$V=116 \quad \{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

Столбцы	pval	α	Вывод
(1, 2)	0.719171	0.05	ВЕРНА
(1, 3)	0.194356	0.05	ВЕРНА
(2, 3)	0.111019	0.05	ВЕРНА

Для проверки t-критерия Уэлча была использована функция:
`scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var=False)`

3.5 Задание 5

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для трёх наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ.

$$V=116 \quad \{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

pval	α	Вывод
0.233369	0.05	ВЕРНА

Для проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий однофакторным дисперсионным анализом была использована функция:
`scipy.stats.f_oneway(X,Y,Z)`

3.6 Задание 6

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределённых случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с использованием распределения Фишера-Снедекора.

$$V=116 \quad \{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

Столбцы	S_1^2	S_2^2	k_1	k_2	$F_{N,M}$
(1, 2)	2.805213	3.303077	19	19	1.177478
(1, 3)	2.805213	2.628365	19	19	1.067285
(2, 3)	3.303077	2.628365	19	19	1.256704

Столбцы	$F_{N,N}$	z_a	Вывод
(1, 2)	1.177478	2.526451	ВЕРНА
(1, 3)	1.067285	2.526451	ВЕРНА
(2, 3)	1.256704	2.526451	ВЕРНА

3.7 Задание 7

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости $\alpha = 0,05$ для наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U , с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта.

$V=116 \quad \{u_{ij} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq 3\}, N = 20, \alpha = 0.05$

9.77025	7.84276	4.05229
6.49458	6.9432	7.571
6.49341	7.28528	7.70446
9.30528	11.52394	3.91187
8.78022	2.82677	7.01889
6.33703	8.43742	7.40592
8.28251	8.01207	5.86276
4.20785	7.28157	8.33969
7.59231	5.37157	4.72374
5.11918	8.28191	7.52606
6.47003	7.02147	7.61848
8.27708	6.89119	4.35793
6.22377	6.89487	7.74233
8.26201	4.93473	5.12688
4.97357	9.22183	6.04206
8.26906	8.16409	4.80252
6.22581	9.3377	7.04449
4.20325	7.23606	4.52708
7.74532	7.13404	7.65328
9.06896	5.46313	9.2972

pval	α	Вывод
0.877728	0.05	ВЕРНА

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий критерием Бартлетта была использована функция: `scipy.stats.bartlett(X,Y,Z)`

4 ЛИТЕРАТУРА ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А.Лобузов - М.:МИРЭА, 2017.
2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман - 11-е изд., перераб. и доп. - М.:Юрайт, 2022.
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов / Гмурман В.Е. - 8-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. образов., 2006. — 480 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ИСХОДНЫЙ КОД

main.py:

```
from typing import List, Dict
from math import log2
from collections import OrderedDict
from scipy import stats
from ms import formatNumber, makeTable,
    makeLaTeXIntStaticsticalSeries, calcBinomProbability,
    makeLaTeXFloatStaticsticalSeries, ExpRaspr
import camelot
from camelot.core import Table
from numpy import round_, sqrt, arange
import matplotlib.pyplot as plt
from PyPDF2 import PdfFileReader
from titlePage import generateTitlePage
from dataclasses import dataclass
from dotenv import load_dotenv
import re
from pylatex import Subsection, NoEscape, basic, Figure
import os
from statistics import NormalDist

def printLatexSeventhNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution: FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 7')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

    tableData = []
    tableData.append("pval")
    tableData.append(NoEscape("$a$"))
    tableData.appendВывод("")
```

```

_, pval = stats.bartlett(firstDistribution.unorderedSample,
                          secondDistribution.unorderedSample, thirdDistribution
                          .unorderedSample)
tableData.append(formatNumber(pval))
tableData.append(formatNumber(0.05))

if pval < 0.05:
    tableData.appendHEBEPHA("")
else:
    tableData.appendBEPHA("")

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\
    small{")
subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 3, 2, subsection)
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

with open("../latex/inc/generated/{Number.tex".format(7), "w
    ") as file:
    subsection.dump(file)
def printArowForFirstNumberFirstTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
    FloatDistribution):
    tableData.append(formatNumber(firstDistribution.sampleMean))
    tableData.append(formatNumber(secondDistribution.sampleMean))
    tableData.append(formatNumber(firstDistribution.
        sampleVariance))
    tableData.append(formatNumber(secondDistribution.
        sampleVariance))
    tableData.append(formatNumber(firstDistribution.S_x2))
    tableData.append(formatNumber(secondDistribution.S_x2))
    TNN = (firstDistribution.sampleMean - secondDistribution.
        sampleMean) / \
        (sqrt( firstDistribution.T_N_M_calc_coef +
            secondDistribution.T_N_M_calc_coef )) * \

```

```

        sqrt(( firstDistribution.len * secondDistribution.len * (
            firstDistribution.len + secondDistribution.len - 2) ) /
            \
            (firstDistribution.len + secondDistribution.len))
    tableData.append(formatNumber(TNN))

    return tableData, TNN

def printArowForFirstNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
        FloatDistribution, TNN):

    TNN = abs(TNN)
    tableData.append(formatNumber(TNN))

    t_kr: float = stats.t.ppf(1-0.05, 2*firstDistribution.len -
        2)
    tableData.append(formatNumber(t_kr))

    if TNN > t_kr:
        tableData.appendHEBEPHA("")
    else:
        tableData.appendBEPHA("")

    return tableData

def printArowForThirdNumberTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
        FloatDistribution):

    _, pval = stats.ttest_ind(firstDistribution.unorderedSample,
        secondDistribution.unorderedSample, equal_var=True)
    tableData.append(formatNumber(pval))
    tableData.append(formatNumber(0.05))

```

```

    if pval < 0.05:
        tableData.appendHEBEPHA("")
    else:
        tableData.appendBEPHA("")

    return tableData

def printArowForFourthNumberTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
        FloatDistribution):

    _, pval = stats.ttest_ind(firstDistribution.unorderedSample,
        secondDistribution.unorderedSample, equal_var=False)
    tableData.append(formatNumber(pval))
    tableData.append(formatNumber(0.05))

    if pval < 0.05:
        tableData.appendHEBEPHA("")
    else:
        tableData.appendBEPHA("")

    return tableData

def printArowForSixthNumberFirstTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
        FloatDistribution):
    tableData.append(formatNumber(firstDistribution.S_x2))
    tableData.append(formatNumber(secondDistribution.S_x2))
    k1 = k2 = firstDistribution.len - 1
    tableData.append(formatNumber(k1))
    tableData.append(formatNumber(k2))
    FNN = max(firstDistribution.S_x2, secondDistribution.S_x2) /\
        min(firstDistribution.S_x2, secondDistribution.S_x2)
    tableData.append(formatNumber(FNN))

```

```

return tableData, FNN, k1, k2

def printArowForSixthNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution: FloatDistribution, secondDistribution:
        FloatDistribution, FNM, k1, k2):

    tableData.append(formatNumber(FNM))

    z_a: float = stats.f.ppf(1-0.05/2, k1, k2)
    print(f"z_a: {z_a}")
    tableData.append(formatNumber(z_a))

    if FNM > z_a:
        tableData.appendHEBEPHA("")
    else:
        tableData.appendBEPHA("")

    return tableData

def printLatexSecondNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution:FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 2')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

    tableData = []
    tableData.append(NoEscape("$S_{\\text{обш}}{}}$"))
    tableData.append(NoEscape("$S_{\\text{факт}}{}}$"))
    tableData.append(NoEscape("$S_{\\text{ост}}{}}$"))
    tableData.append(NoEscape("$S_{\\text{факт}}{}}^2$"))
    tableData.append(NoEscape("$S_{\\text{ост}}{}}^2$"))
    tableData.append(NoEscape("$k_1$"))
    tableData.append(NoEscape("$k_2$"))
    tableData.append(NoEscape("$F_{N,m}$"))

    mean_u = 0

```

```

mean_u = sum(firstDistribution.unorderedSample)
mean_u += sum(secondDistribution.unorderedSample)
mean_u += sum(thirdDistribution.unorderedSample)
mean_u *= 1/(3* firstDistribution.len)

S_gen = 0
S_gen = sum(((x-mean_u)**2) for x in firstDistribution.
    unorderedSample)
S_gen += sum(((x-mean_u)**2) for x in secondDistribution.
    unorderedSample)
S_gen += sum(((x-mean_u)**2) for x in thirdDistribution.
    unorderedSample)

S_fact = 0
S_fact = sum(((firstDistribution.sampleMean -mean_u)**2) for
    _ in firstDistribution.unorderedSample)
S_fact += sum(((secondDistribution.sampleMean -mean_u)**2)
    for _ in secondDistribution.unorderedSample)
S_fact += sum(((thirdDistribution.sampleMean -mean_u)**2) for
    _ in thirdDistribution.unorderedSample)
S_fact *= firstDistribution.len

S_dif = S_gen - S_fact

S2_fact = S_fact/(3-1)
S2_dif = S_dif/(3* (firstDistribution.len - 1))

k1= 3-1
k2 = 3*(firstDistribution.len - 1)

FNM = S2_fact/S2_dif

print(f"2. mean_u={mean_u}  S_gen={S_gen} S_fact={S_fact}
    S_dif={S_dif} S2_fact={S2_fact} S2_dif={S2_dif}")

tableData.append(formatNumber(S_gen))
tableData.append(formatNumber(S_fact))

```

```

tableData.append(formatNumber(S_dif))
tableData.append(formatNumber(S2_fact))
tableData.append(formatNumber(S2_dif))
tableData.append(formatNumber(k1))
tableData.append(formatNumber(k2))
tableData.append(formatNumber(FNM))

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\small{")
    subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 8, 2, subsection)
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

tableData = []
tableData.append(NoEscape("$F_{N,m}$"))
tableData.append(NoEscape("$a$"))
tableData.append(NoEscape("$t_{\text{kp}}(k_1, k_2)$"))
tableData.appendВывод(""))

tableData.append(formatNumber(FNM))
tableData.append(formatNumber(0.05))
F_krit: float = stats.f.ppf(0.95, k1, k2)
tableData.append(formatNumber(F_krit))

if FNM <= F_krit:
    tableData.appendBEPHA("")
else:
    tableData.appendHEBEPHA("")

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\small{")
    subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 4, 2, subsection)
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

```

```

with open("../latex/inc/generated/{}Number.tex".format(2), "w
    ") as file:
    subsection.dump(file)

def printLatexCommon(subsection, unorderedSample: List[float],
    variant: int):
    subsection.append("V={}".format(variant))
    subsection.append(NoEscape("$\\quad \\{ u_{ij}|1 \\le i \\le
        N, 1\\le j \\le 3 \\}, N=16, a =0.05 $\\n\\n"))
    subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{0cm}{0cm}\
        small{"))
    subsection.append(NoEscape("\\center"))
    makeTable(
        unorderedSample,
        3,
        int(len(unorderedSample)/3),
        subsection,
    )
    subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))
    return subsection

def printLatexThirdNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution:FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 3')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

    tableData = []
    tableData.appendСтолбцы("")
    tableData.append(NoEscape("pval"))
    tableData.append(NoEscape("$a$"))
    tableData.appendВывод("")

    tableData.append(NoEscape("$ (1, 2) $"))

```



```

tableData = printArowForThirdNumberTable(tableData,
    firstDistribution, secondDistribution )

tableData.append(NoEscape("$ (1,3) $"))
tableData = printArowForThirdNumberTable(tableData,
    firstDistribution, thirdDistribution )

tableData.append(NoEscape("$ (2,3) $"))
tableData = printArowForThirdNumberTable(tableData,
    secondDistribution, thirdDistribution )

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\
    small{") )
subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 4, 4, subsection )
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

with open("../latex/inc/generated/{ }Number.tex".format(3), "w
    ") as file:
    subsection.dump(file)
def printLatexSixthNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution:FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 6')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

tableData = []
tableData.appendСтолбцы("")
tableData.append(NoEscape("$S_{1}^2$"))
tableData.append(NoEscape("$S_{2}^2$"))
tableData.append(NoEscape("$k_1$"))
tableData.append(NoEscape("$k_2$"))

```

```

tableData.append(NoEscape("$F_{N,M}$"))

tableData.append(NoEscape("$ (1,2)$"))
tableData, FNM12, k1, k2 = printArowForSixthNumberFirstTable(
    tableData, firstDistribution, secondDistribution)

tableData.append(NoEscape("$ (1,3)$"))
tableData, FNM13, k1, k2 = printArowForSixthNumberFirstTable(
    tableData, firstDistribution, thirdDistribution)

tableData.append(NoEscape("$ (2,3)$"))
tableData, FNM23, k1, k2 = printArowForSixthNumberFirstTable(
    tableData, secondDistribution, thirdDistribution)

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-1.5cm}{0cm}
    \small{"))
subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 6, 4, subsection )
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

tableData = []
tableData.append(Столбцы(""))
tableData.append(NoEscape("$F_{N,N}$"))
tableData.append(NoEscape("$z_a$"))
tableData.append(Вывод(""))

tableData.append(NoEscape("$ (1,2)$"))
tableData = printArowForSixthNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution, secondDistribution, FNM12, k1, k2)

tableData.append(NoEscape("$ (1,3)$"))
tableData = printArowForSixthNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution, thirdDistribution, FNM13, k1, k2)

tableData.append(NoEscape("$ (2,3)$"))
tableData = printArowForSixthNumberSecondTable(tableData,
    secondDistribution, thirdDistribution, FNM23, k1, k2)

```

```

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\
    small{")
subsection.append(NoEscape(r"\center"))
subsection = makeTable(tableData, 4, 4, subsection )
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

with open("../latex/inc/generated/{0}Number.tex".format(6), "w
    ") as file:
    subsection.dump(file)
@dataclass()
class Distribution:
    orderedSample: List[int] | List[float]
    unorderedSample: List[int] | List[float]
    len: int

    def __init__(self, unorderedSample: List[int] | List[float]):
        self.len = len(unorderedSample)
        self.unorderedSample = unorderedSample

        self.orderedSample =sorted(unorderedSample)

@dataclass()
class Intervals:
    intervals: List[float]
    a_0: float
    a_m: float
    m: int
    d: float

    def __init__(
        self,
        orderedSample: List[float],
        size,
        a_0: None | float = None,

```

```

        a_m: None | float = None,
    ):
        if a_0 == None:
            a_0 = min(orderedSample)
        if a_m == None:
            a_m = max(orderedSample)

        if a_m < a_0:
            raise Exception("Error data")

        d = a_m - a_0
        m = 1 + int(log2(size))
        self.intervals = []
        self.intervals.append(a_0)
        for i in range(1, m + 1):
            self.intervals.append(d / m + self.intervals[i - 1])
        self.a_m = a_m
        self.a_0 = a_0
        self.m = m
        self.d = d/m
        if len(self.intervals) <= m:
            raise ExceptionВнимание("! Гдето- прон*** интервал")

def getIntervalNumber(self, number: float):
    if number == self.a_0:
        return 0
    if number == self.a_m:
        return len(self.intervals) - 2
    for i, num in enumerate(self.intervals):
        if number < num:
            return i - 1
    raise ExceptionВСЕ(" ПРОПАЛО. НЕВЕРНУЛСЯНОМЕРИНТЕРВАЛА
    ")

@dataclass()
class FloatDistribution(Distribution):

```

```

relativeFrequency: OrderedDict[int, float]
frequency: OrderedDict[int, int]
orderedSample: List[float]
unorderedSample: List[float]
teorProbability: List[float]
middleIntervals: List[float]
probabilityDensity: List[float]
cumulativeDistribution: List[float]
moment1: float
moment2: float
centralMoment2: float

sampleVariance: float
sampleMean: float

empericalCumulativeDistribution: List[float]
S_x: float
S_x2 : float
T_N_M_calc_coef: float

def __init__(self, unorderedSample: List[float]):
    super(FloatDistribution, self).__init__(unorderedSample)

    self.sampleMean = sum(self.unorderedSample)/self.len
    self.sampleVariance = sum(x**2 for x in self.
        unorderedSample)/self.len
    self.S_x = self.len * (self.sampleVariance - (self.
        sampleMean**2))
    self.S_x2 = (self.len/(self.len-1)) * (self.
        sampleVariance - (self.sampleMean**2))
    self.S_x2 = self.S_x / (self.len - 1)
    self.T_N_M_calc_coef = self.len * (self.sampleVariance -
        (self.sampleMean**2))

def printLatexFirstNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution:FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):

```

```

subsection = SubsectionЗадание(' 1')
subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
    variant)

tableData = []
tableData.appendСтолбцы("")
tableData.append(NoEscape("$\\overline{x}$"))
tableData.append(NoEscape("$\\overline{y}$"))
tableData.append(NoEscape("$\\overline{x^2}$"))
tableData.append(NoEscape("$\\overline{y^2}$"))
tableData.append(NoEscape("$S_{x}^2$"))
tableData.append(NoEscape("$S_{y}^2$"))
tableData.append(NoEscape("$T_{N,N}$"))

tableData.append(NoEscape("$ (1,2) $"))
tableData, TNN12 = printArowForFirstNumberFirstTable(
    tableData, firstDistribution, secondDistribution)

tableData.append(NoEscape("$ (1,3) $"))
tableData, TNN13 = printArowForFirstNumberFirstTable(
    tableData, firstDistribution, thirdDistribution)

tableData.append(NoEscape("$ (2,3) $"))
tableData, TNN23 = printArowForFirstNumberFirstTable(
    tableData, secondDistribution, thirdDistribution)

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-1.5cm}{0cm}
    }\small{"))
subsection.append(NoEscape("$\\center$"))
subsection = makeTable(tableData, 8, 4, subsection )
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

tableData = []
tableData.appendСтолбцы("")
tableData.append(NoEscape("$|T_{N,N}|$"))

```

```

tableData.append(NoEscape("$t_{\\textkp{}} (2N-2)$"))
tableData.appendВывод("")

tableData.append(NoEscape("$ (1,2)$"))
tableData = printArowForFirstNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution, secondDistribution, TNN12)

tableData.append(NoEscape("$ (1,3)$"))
tableData = printArowForFirstNumberSecondTable(tableData,
    firstDistribution, thirdDistribution, TNN13)

tableData.append(NoEscape("$ (2,3)$"))
tableData = printArowForFirstNumberSecondTable(tableData,
    secondDistribution, thirdDistribution, TNN23)

subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\small{")
subsection.append(NoEscape("\center"))
subsection = makeTable(tableData, 4, 4, subsection )
subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

with open("../latex/inc/generated/{ }Number.tex".format(1), "w") as file:
    subsection.dump(file)

def main():
    load_dotenv()
    variant = os.getenv('VARIANT')
    group = os.getenv('GROUP')
    fio = os.getenv('FIO')
    if variant == None or group == None or fio == None:
        raise Exception(("\\nen заданфайл .env
снеобходимымипеременными .\\n"Создайте

```

```

        " файл .env издайте переменные    VARIANT
        , FIO, GROUP. Пример:\n"
        "VARIANT=15\nGROUPКМБО=-0X-XX\nFIO
        Петров= ИА..""))

variant = int(variant)
print(variant)
unorderedSample = readNumber(variant)
firstDistribution, secondDistribution, thirdDistribution=
    calculateNumber(unorderedSample)
printLatexFirstNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexSecondNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexThirdNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexFourthNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexFifthNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexSixthNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)
printLatexSeventhNumber(unorderedSample, firstDistribution,
    secondDistribution, thirdDistribution, variant)

titlePagePdf = r'../latex/inc/generated'
titlePageTemplate = r'../../titlePageTemplate.docx'
generateTitlePage(variant, 4, Проверка"
    статистических гипотез математическом ожидании    ", и
    "
    дисперсии нормально распределенных случайных величин
    ", fio, group,
    titlePageTemplate, 'title.pdf', titlePagePdf);

main()

```



```

def printLatexFourthNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution: FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 4')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

    tableData = []
    tableData.appendСтолбцы("")
    tableData.append(NoEscape("pval"))
    tableData.append(NoEscape("$a$"))
    tableData.appendВывод("")

    tableData.append(NoEscape("$ (1,2) $"))
    tableData = printArowForFourthNumberTable(tableData,
        firstDistribution, secondDistribution )

    tableData.append(NoEscape("$ (1,3) $"))
    tableData = printArowForFourthNumberTable(tableData,
        firstDistribution, thirdDistribution )

    tableData.append(NoEscape("$ (2,3) $"))
    tableData = printArowForFourthNumberTable(tableData,
        secondDistribution, thirdDistribution )

    subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\
        small{"))
    subsection.append(NoEscape("\center"))
    subsection = makeTable(tableData, 4, 4, subsection )
    subsection.append(NoEscape(r"\end{changemargin}"))

    with open("../latex/inc/generated/{ }Number.tex".format(4), "w
        ") as file:
        subsection.dump(file)

```

```

def printLatexFifthNumber(unorderedSample: List[float],
    firstDistribution: FloatDistribution,
        secondDistribution: FloatDistribution, thirdDistribution:
            FloatDistribution, variant: int):
    subsection = SubsectionЗадание(' 5')
    subsection = printLatexCommon(subsection, unorderedSample,
        variant)

    tableData = []
    tableData.append("pval")
    tableData.append(NoEscape("$a$"))
    tableData.appendВывод("")

    _, pval = stats.f_oneway(firstDistribution.unorderedSample,
        secondDistribution.unorderedSample, thirdDistribution
            .unorderedSample)
    tableData.append(formatNumber(pval))
    tableData.append(formatNumber(0.05))

    if pval < 0.05:
        tableData.appendHEBEPHA("")
    else:
        tableData.appendBEPHA("")

    subsection.append(NoEscape(r"\begin{changemargin}{-0cm}{0cm}\
        small{")
    subsection.append(NoEscape("\center"))
    subsection = makeTable(tableData, 3, 2, subsection )
    subsection.append(NoEscape(r"}\end{changemargin}"))

    with open("../latex/inc/generated/{5}Number.tex".format(5), "w
        ") as file:
        subsection.dump(file)

```