

Opgave 1, s. 212

Which of the following functions are in \mathcal{L}^1 ? in \mathcal{L}^2 ?

(a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\sin x}{|x|^{3/2}} \right| dx \quad (1)$$

Da $\sin x$ er begrænset af 1, og $\sin x \approx x$ for $0 \leq x \leq 1$ kan integralet deles op i disse dele.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\sin x}{|x|^{3/2}} \right| dx \leq 2 \int_0^1 \frac{x}{|x|^{3/2}} dx + \int_1^{\infty} \frac{1}{|x|^{3/2}} dx \quad (2)$$

$$= 2 \left[2x^{1/2} \right]_0^1 + \left[-2x^{-1/2} \right]_1^{\infty} \quad (3)$$

Ovenstående konvergerer og udtrykket ligger derfor i \mathcal{L}^1 . Udtrykket ligger ikke i \mathcal{L}^2 .

(b)

$$(1 + x^2)^{-1/2} \quad (4)$$

Sæt $u = (1 + x^2)^{-1/2}$ og udregn integralet.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{u} du = \left[\ln(1 + x^2)^{1/2} \right]_{-\infty}^{\infty} = \infty \quad (5)$$

Den ligger altså ikke i \mathcal{L}^1 .