For f og g stykvis kontinuerte funktioner på $[a,b]$ definerer vi

$$\langle f, g\rangle = \int_a^b f(x)\overline{g(x)}\,dx$$
$$||f|| = \sqrt{\int_a^b |f(x)|^2\,dx}$$

Man kan vise for f og g, at

$$|\langle f, g\rangle| \leq ||f||\;||g|| \qquad \text{Cauchy-Schwartz}$$
$$||f+g|| \leq ||f|| + ||g|| \qquad \Delta\text{-uligheden}$$

Fourierrækken for f er

$$\sum_{-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{inx} = \sum_{-\infty}^{\infty} \langle f, \phi_n\rangle\, \phi_n \tag{1}$$

For at sørge for, at Fourierrækker konvergerer skal man bestemme for hvilke funktioner dette gælder. Rummet bestående af alle stykvis kontinuerte funktioner er ikke fuldstændigt. Det fuldstændiggøres med

$$L^2(a,b) = \{f : \int_a^b |f(x)|^2\,dx < \infty\} \tag{2}$$

Ortonormal familie
En familie af funktioner $\{f_k\}_{k=1}^{\infty}$ i $L^2(a,b)$ kaldes ortonormal hvis

$$\langle f_m, f_n\rangle = \begin{cases} 0 & , m \neq n \\ 1 & , m = n \end{cases} \tag{3}$$

Bessels ulighed

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\langle f, \phi_n\rangle|^2 \leq ||f(x)||^2 \tag{4}$$