



Algoritmos Estructuras de Datos I

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Universidad Nacional de Tucumán
2023

PILA-STACK(2)



Notaciones

La forma tradicional de escribir expresiones aritméticas es la denominada notación **infija**, en la cual el operador se escribe entre los operandos como en este ejemplo :

$$A + B$$

Existen otras formas de escribir expresiones aritméticas como la:

notación **prefija** o polaca :

$$+ A B$$

o la notación **postfija** o polaca inversa (Reverse Polish Notation, o RPN):

$$A B +$$

Notaciones

- La denominación polaca se debe al matemático de dicho origen de nombre **Jan Lukasiewicz**, quien en la década del 50 realizó importantes estudios sobre las propiedades de estas notaciones.

Las notaciones pre y postfija tienen como **ventaja** sobre la notación infija tradicional que:

- al evaluar una expresión escrita en pre o postfija, no es necesario especificar *precedencia de operadores*,
- cualquier expresión en pre o postfija puede ser escrita sin la necesidad de usar *paréntesis*.

Ejemplos: Notaciones

Expresión aritmética en:

Notación infija	Notación prefija	Notación postfija
$A + B * C + D$	$++A * B C D$	$A B C * + D +$
$(A + B) * (C + D)$	$* + A B + C D$	$A B + C D + *$
$A * B + C * D$	$+ * A B * C D$	$A B * C D * +$
$A + B + C + D$	$+++A B C D$	$A B + C + D +$

PILA

Tratamientos de expresiones aritméticas

1) Algoritmo **CONVERTIR** (usa pila de operadores)

- Entrada: Expresión en notación infija
- Salida: Expresión en notación postfija

2) Algoritmo **EVALUAR** (usa pila de operandos)

- Entrada: Expresión en notación postfija instanciada
- Salida: Valor de la expresión

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

- Muchos compiladores transforman primero la expresión infija en una postfija en la cual el operador sigue al operando, y entonces generan instrucciones de maquina para evaluar esta expresión postfija.
- Este proceso se usa porque la transformación de infija a postfija es directa, y una expresión postfija es más fácil de evaluar mecánicamente que una expresión infija.
- Ejemplo:
Infija: $2 + 3 * 5$ postfija: $2\ 3\ 5\ *\ +$

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

Escribir un **algoritmo** en términos del **ADT PILA** para **CONVERTIR** una expresión aritmética dada en notación infija a una expresión en notación postfija.

Se van a considerar expresiones aritméticas bien formadas que tengan variables (de la 'a' a la 'z'), operadores binarios (+, -, *, /, ~) y paréntesis terminadas por la marca final '='.

El proceso de convertir acepta una *expresión infija* como entrada y produce una *expresión postfija* como salida.

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

Idea: utilizar una **pila** para almacenar los **operadores** a medida que son encontrados para más tarde desapilar estos operadores de acuerdo a su precedencia.

TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$a + b =$ \rightarrow $a \quad b \quad + \quad =$

Pila:

a $+$ b $=$

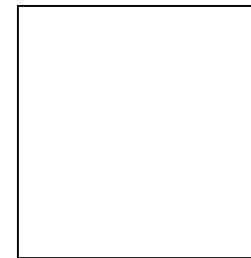
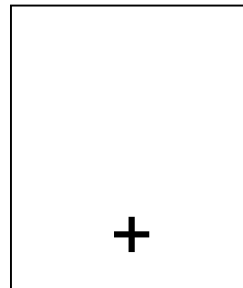
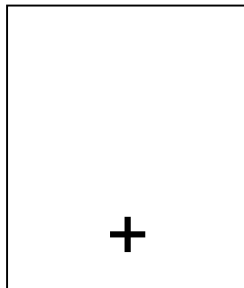
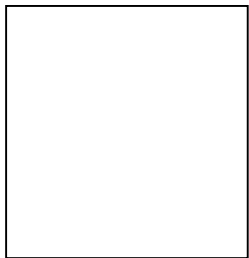


TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$\sim a + b =$ \rightarrow $a \sim b + =$

Pila:

\sim a $+$ b $=$

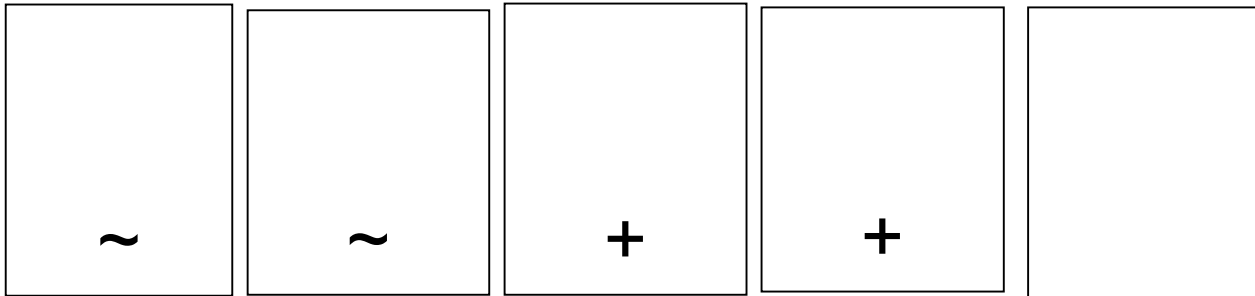


TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$a - b + c =$ \rightarrow $a \quad b \quad - \quad c \quad + \quad =$

Pila:

$a \quad - \quad b \quad + \quad c \quad =$

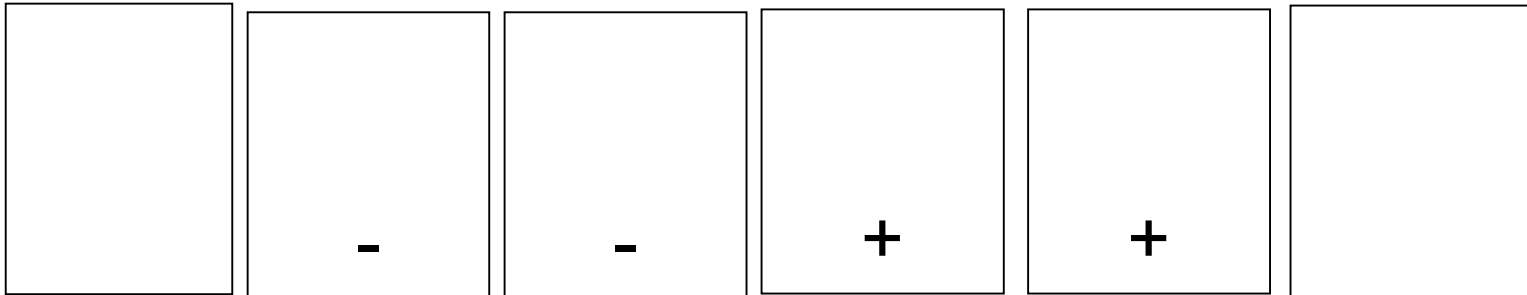


TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$a * b + c =$ \rightarrow $a \quad b \quad * \quad c \quad + \quad =$

Pila:

$a \quad * \quad b \quad + \quad c \quad =$

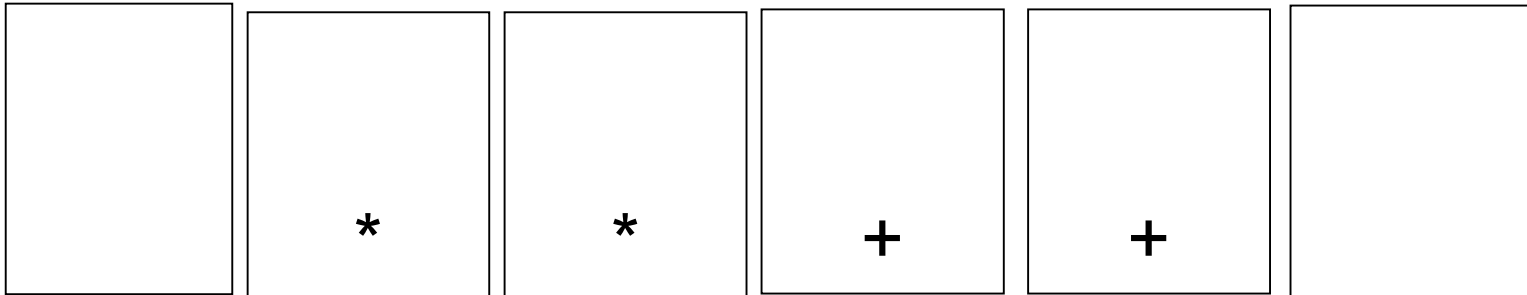


TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$a + b * c =$ \rightarrow $a \quad b \quad c \quad * \quad + \quad =$

Pila:

$a \quad + \quad b \quad * \quad c \quad =$

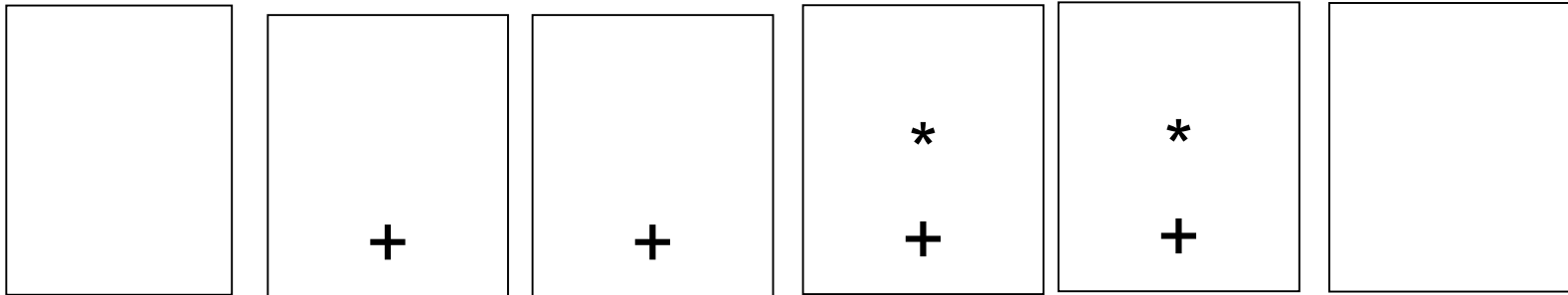


TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$(a + b) * c =$ \rightarrow $a \quad b \quad + \quad c \quad * \quad =$

Pila:

$(\quad a \quad + \quad b \quad) \quad * \quad c \quad =$

((+	+		*	*	

TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

$(a + (\sim b))^* c =$ \rightarrow $a \quad b \quad \sim \quad + \quad c \quad * \quad =$

Pila:

$(\quad a \quad + \quad (\quad \sim \quad b \quad) \quad) \quad * \quad c \quad =$

				~	~					
((+	(((+		*	*	
				+	+					
				(((

TABLA DE PRIORIDADES

OPERADOR	+	-	*	/	~	()	=
PRIORIDAD	1	1	2	2	3	0	-	0

PILA

Aplicación: Evaluar postfija

Escribir un algoritmo en términos del **ADT PILA** para **EVALUAR** una expresión aritmética en notación postfija.

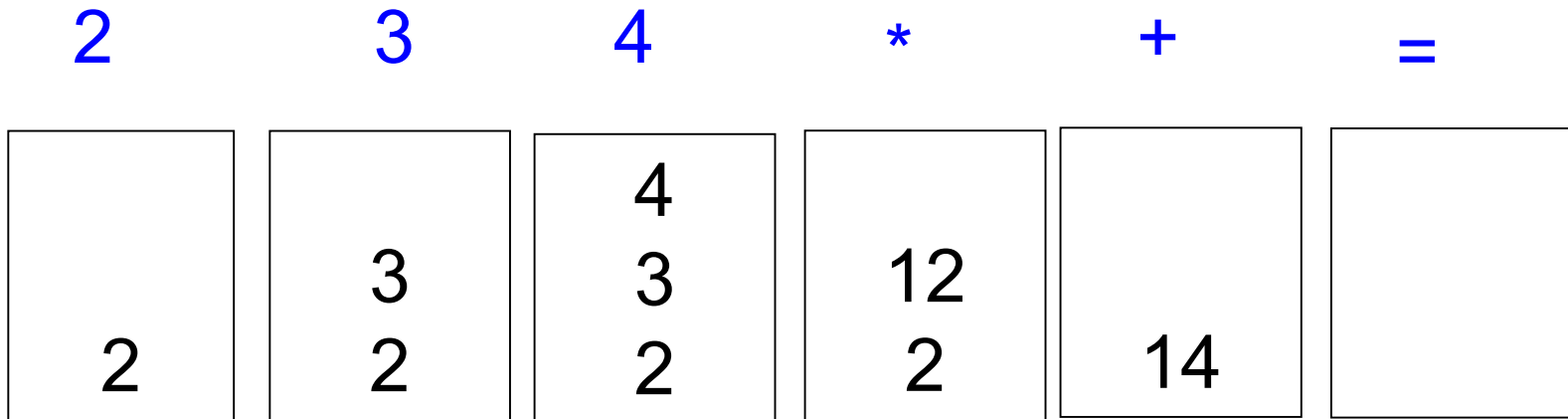
Idea: utilizar una **pila** para almacenar los **operandos** a medida que son encontrados, cuando se encuentra un operador se sacan los operandos de la pila, se opera y el resultado vuelve a la pila.

PILA

Aplicación: Evaluar postfija

$$2 + 3 * 4 = \rightarrow 2 \ 3 \ 4 \ * \ + \ = \ 14$$

Pila:



PILA

Aplicación: Convertir infija a postfija

Forma infija:

9	+	2	*	(5	*	4	-	6)	/	7	-	(8	+	3	*	1)	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

tope

						*	*	-	-									*	*		
				((((((*	/	/		((((+	+	+	+
	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

fondo

Contenido de la pila *después de procesar cada carácter* para pasar de infija a postfija

Forma postfija:

9	2	5	4	*	6	-	*	7	/	+	8	3	1	*	+	-	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

PILA

Aplicación: Evaluar postfija

Forma postfija:

9	2	5	4	*	6	-	*	7	/	+	8	3	1	*	+	-	=
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Evaluar la posfija:

Contenido de la pila *después de evaluar cada carácter* de la postfija:

			4		6			7				3	1	3			
		5	5	20	20	14		28				8	8	8	3	11	
9	2	2	2	2	2	2	28	9	4		13	13	13	13	13	2	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9								

PILA

Implementación

- Para la representación de las pilas se requiere el uso de otras estructuras de datos como ser:
 - Arreglos (arrays)
 - Listas enlazadas

PILA

Implementación con Arreglo en C



Tope de
la pila

Fondo de
la pila

```
// PRIVADO
#define N 100
#define indefinido -9999
typedef int item;
typedef struct {    int tope;
                   item elementos [N];}    tipopila;

//PUBLICO
void pilavacia ( tipopila* );
int espilavacia ( tipopila );
item top ( tipopila );
void pop ( tipopila* );
void push ( tipopila*, item );
```

PILA

Implementación con Arreglo en C



Tope de
la pila

Fondo de
la pila

```
// PRIVADO
#define N 100
#define indefinido -9999
typedef int item;
typedef struct {    int tope;
                   item elementos [N];}    tipopila;

//PUBLICO
void pilavacia ( tipopila* );
int espilavacia ( tipopila );
item top ( tipopila );
void pop ( tipopila* );
void push ( tipopila*, item );
```

PILA

Implementación con Arreglo en C

```
void pilavacia( tipopila *pila)
{ pila->tope = N; }
```

```
int espilavacia(tipopila pila)
{ return(pila.tope == N); }
```

```
item top ( tipopila pila)
{ if( espilavacia(pila) )
    return (indefinido);
  else
    return(pila.elementos[pila.tope]); }
```

***// NOTA: todas las
operaciones son $O(1)$ en
esta implementación***

```
void pop( tipopila *pila)
{ if ( ! espilavacia(*pila) )    pila->tope++; }
```

```
void push (tipopila *pila, item x)
{ if( pila->tope != 0 )
    pila->elementos[--pila->tope] = x; }
```


PILA

Programa de prueba en C

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
    tipopila PP;
    pilavacia(&PP);
    cout<<endl<<"probando pila con arreglo en C" <<endl;
    cout<<"ESTA vacia: " << espilavacia(PP)<<endl;
    for (int i=8; i<16; i++)
        {push( &PP,i);
          cout<<"push de " << i <<endl;    }
    cout<<"ESTA vacia: " << espilavacia(PP)<<endl;
    cout<<"-----Imprimiendo pila-----"<<endl;
    while (!espilavacia(PP))
        {cout<<"tope: "<<top(PP)<<endl;
          pop(&PP);}
    cout<<"ESTA vacia: "<<espilavacia(PP)<<endl;
    cout<<"tope: "<<top(PP)<<endl;
    return 0;
}
```

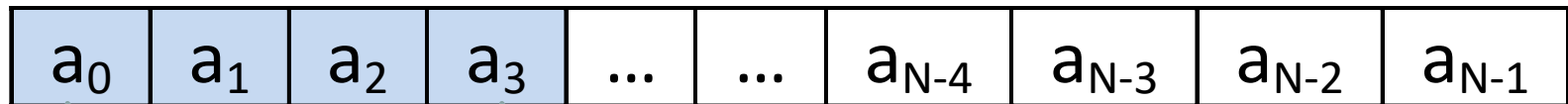
PILA

Salida del Programa de prueba

```
probando pila con arreglo en C
ESTA vacia: 1
push de 8
push de 9
push de 10
push de 11
push de 12
push de 13
push de 14
push de 15
ESTA vacia: 0
-----Imprimiendo pila-----
tope: 15
tope: 14
tope: 13
tope: 12
tope: 11
tope: 10
tope: 9
tope: 8
ESTA vacia: 1
tope: -9999
```

PILA

Otra implementación con arreglo en C



Fondo de
la pila

Tope de
la pila

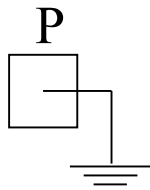
```
// PRIVADO
#define N 100
#define indefinido -9999
typedef int item;
typedef struct {    int tope;
                   item elementos [N];}    tipopila;

//PUBLICO
void pilavacia ( tipopila* );
int espilavacia ( tipopila );
item top ( tipopila );
void pop ( tipopila* );
void push ( tipopila*, item );
```

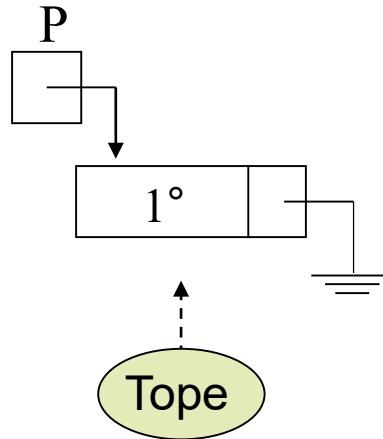
PILA

Implementación con Listas enlazadas en C

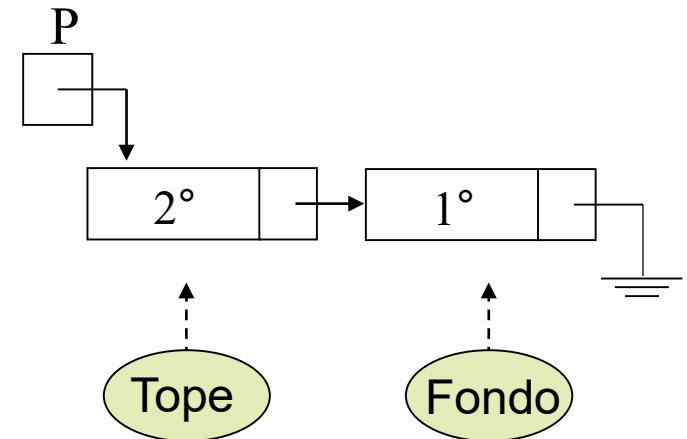
PILA VACÍA



PILA CON UN ELEMENTO



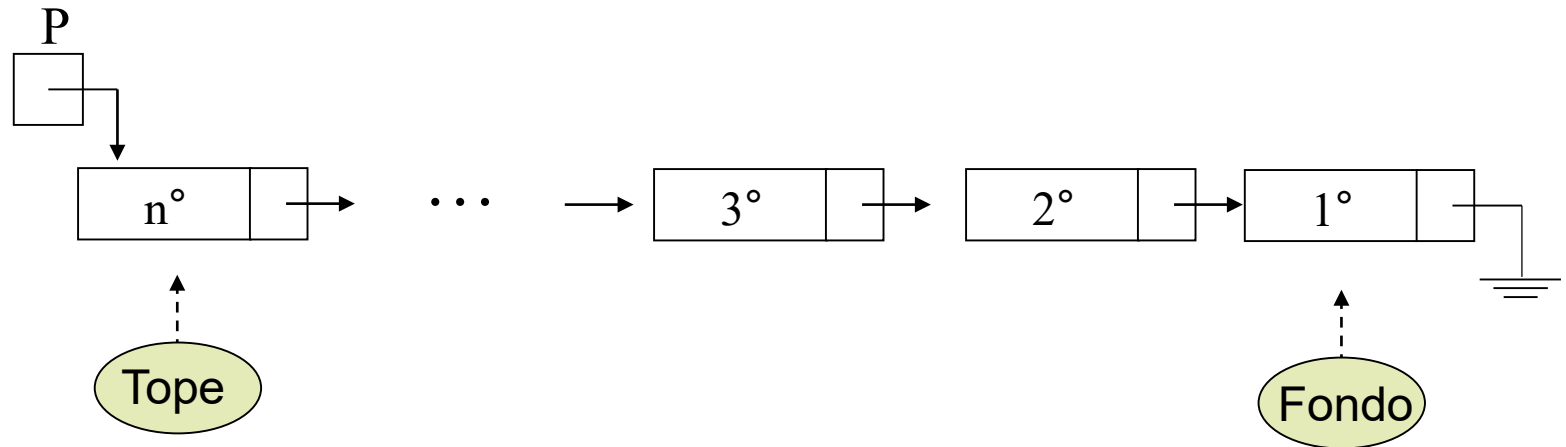
PILA CON DOS ELEMENTOS



PILA

Implementación con Listas enlazadas en C

PILA CON n ELEMENTOS



PILA

Implementación con Listas enlazadas en C

```
// PRIVADO
```

```
typedef int item;  
const item indefinido=-9999;  
struct nodo {  
    item dato;  
    struct nodo* sig;  
};  
typedef struct nodo* tipopila;
```

***// NOTA: todas las
operaciones son $O(1)$ en
esta implementación***