最大子段和问题的动态规划求解

1. 基本原理

设数组为 a[k]，1≤k≤n，最大子段和 X 被定义为：

$$X = \max_{1\le i\le j\le n}\left\{\sum_{k=i}^{j} a[k]\right\}$$

不妨设：

$$b[j] = \max_{1\le j\le n}\left\{\sum_{k=m}^{j} a[k]\right\}$$

其中 m 是可变的。注意：a[j]必须是 b[j]这个最大局部受限子段和所对应子段的最右端，好好理解此处 j 和 b[j]的含义是整个算法的关键！

根据 b[j]和 X 的定义，不难发现：

$$X = \max_{1\le j\le n} b[j]$$

另一方面，根据 b[j]的定义，可以看出：

- 当 b[j-1]＞0 时，无论 a[j]为何值，b[j]=b[j-1]+a[j]；
- 当 b[j-1]≤0 时，无论 a[j]为何值，b[j]=a[j]；

所以有：

$$b[j] = \max_{1\le j\le n}\{b[j-1]+a[j], a[j]\}$$

2. 具体实例

k	1	2	3	4
a[k]	3	-4	2	10
b[k]	3	-1	2	12

其中：b[1]=a[1]，b[2]=b[1]+a[2]，b[3]=a[3]，b[4]=b[3]+a[4]；因此，对于数组 a 而言，最大子段和为 b[4]，即 X=12。

3. 编程实现

略，针对数组 a 进行一遍扫描即可。算法实现的时间复杂度只有 O(n)。