

Sesión 2: Interpolación polinómica con python

Métodos Numéricos – Laboratorio 2024/2025

Ejercicio 1 Usando la librería **sympy** de **python**, calcula los tres primeros polinomios de Taylor (hasta grado 5) para la función $f(x) = \sin(x)$ en $x = 0$. Haz una gráfica conjunta de los tres polinomios y la función original para comprobar visualmente el grado de aproximación de cada uno de ellos.

Ejercicio 2 (Ejemplo 6, tema 2) Escribe un procedimiento en **python** para calcular el polinomio interpolador de orden n en la forma de Lagrange para una función f dada. Aplíquese a la función $f(x) = 1/x$ en los nodos

$$x_0 = 2, \quad x_1 = \frac{5}{2}, \quad x_2 = 4$$

y aproxímese el valor de $f(3)$.

Indicaciones:

1. Escribe un procedimiento para generar los polinomios ℓ_i , que tome como parámetro una lista con los nodos x_0, x_1, \dots, x_n , y que devuelva una lista con los polinomios $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_n$.
2. Escribe un procedimiento para calcular el polinomio interpolador en forma de Lagrange de una función arbitraria $f(x)$, que tome como parámetros la lista de nodos, la lista de los ℓ_i y la función f .
3. Combinando los apartados anteriores, escribe un procedimiento en **python** para hallar un valor aproximado de una función f en un punto p a partir de una lista de nodos. Alternativamente, se pueden dar como parámetros el punto p , la lista de nodos, y la lista de los valores de una función en dichos nodos. Se valorará el que se aporte ayuda que se obtenga con el comando **help**.

Ejercicio 3 (Ejemplo 8, tema 2) Escribe un procedimiento en `python` para calcular el polinomio interpolador de una función f en la forma de Newton a partir de una lista de $n + 1$ nodos y sus valores, y aplíquese para estimar $f(1.5)$ con los datos de la siguiente tabla:

x	1.0	1.3	1.6	1.9	2.2
$f(x)$	0.7865197	0.6200860	0.4554022	0.2818186	0.1103623

Indicaciones:

1. Almacena los nodos y los valores en listas, y la tabla de diferencias divididas en un array bidimensional.
2. En un primer paso, genera la tabla de diferencias divididas a partir de la lista de nodos y de los valores correspondientes, y en un segundo paso genera el polinomio interpolador a partir de la tabla de diferencias divididas. Cada paso debe hacerse mediante un procedimiento independiente.
3. Combinando los apartados anteriores, escribe un procedimiento en `python` para hallar un valor aproximado de una función f en un punto z a partir de una lista de nodos y la lista de los valores de una función en dichos nodos. Se valorará el que se aporte ayuda que se obtenga con el comando `help`.

Ejercicio 4 (Ejemplo 9, tema 2) Programa un procedimiento en `python` para construir el polinomio de Hermite del grado adecuado a partir de una lista de nodos, los valores de f en esos nodos y los correspondientes valores de la derivada f' . Aplica este procedimiento para generar el polinomio interpolador de Hermite de grado 5 a partir de la tabla siguiente, y aproxima con dicho procedimiento el valor de $f(1.5)$:

k	x_k	$f(x_k)$	$f'(x_k)$
0	1.3	0.6200860	-0.5220232
1	1.6	0.4554022	-0.5698959
2	1.9	0.2818186	-0.5811571

Indicaciones:

- Las instrucciones son análogas a las del ejercicio anterior.