

Versuch M8

Lebensdauer von Positronen in Festkörpern

Laborpraktikum Teilchenphysik, Master-Studiengang Physik, RWTH Aachen

August 2010

Voraussetzungen

- Grundkenntnisse über die Eigenschaften und den Zerfall des Positroniums
- Messung mit Szintillationszählern
- Koinzidenzelektronik
- Schnelle Pulstechnik

Versuchsziel

- Bestimmung und Vergleich der Lebensdauer von Positronen in Polyethylen und in Aluminium.
- Bestimmung des relativen Anteils an Bildung von Positronium in Polyethylen.

Methode

Zur Messung der Lebensdauer wird ein Kurzzeitspektrometer im ns-Bereich verwendet. Dabei dient der 1,28 MeV γ -Übergang vom Zerfall des Positronenstrahlers ^{22}Na als Startsignal und eines der Annihilationsquanten, die vom Zerfall des Positrons im Festkörper herrühren, als Stoppsignal.

Inhaltsverzeichnis

1	Der Zerfall eines e^+e^--Paares	1
1.1	Abbremsen von Positronen	1
1.2	Die e^+e^- -Zerfallsmöglichkeiten	2
1.3	Auswahlregeln für den e^+e^- -Zerfall	3
2	Positronenzustände in Materie	4
2.1	Die „Øre-Gap“-Theorie der Positroniumbildung	4
2.2	Die $^3S \rightarrow ^1S$ -Konversion	5
3	Versuchsaufbau	5
3.1	Quelle und Detektor	5
3.2	Das Zeitspektrometer	7
3.3	Arbeitspunkt und Eichung der Apparatur	8
4	Die Auswertung der Zeitspektren	9
4.1	Die „tail“-Methode	9
4.2	Die „centroid shift“-Methode	10
5	Versuchsdurchführung	11
5.1	Aufbau der Schaltung, Einstellen der Arbeitspunkte und Eichung	11
5.2	Meßreihen	12
6	Auswertung und Bericht	13
A	Geräte und Material	13
A.1	Geräte	13
A.2	Material	14

Literatur

- [1] J. Chang: Table of Nuclides, KAERI (Korea Atomic Energy Research Institute), <http://atom.kaeri.re.kr/ton/>, Stand: 30.7.2010
- [2] T. Kohonen: Contributions to the study of life times of positrons in solids, Annales Academiae Scientiarum Fennicae, Ser. A, Vol. VI: Physica, No. 92 (1961) S. 1–79
- [3] H. Neuert: Kernphysikalische Meßverfahren zum Nachweis für Teilchen und Quanten, Verlag G. Braun, Karlsruhe 1966, Signatur der Physikbibliothek: Dr 129
- [4] National Nuclear Data Center: Chart of Nuclides database, Brookhaven National Laboratory, <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>, Stand: 30.7.2010
- [5] G. Otter, R. Honecker: Atome – Moleküle – Kerne, Band I, Atomphysik, 2. Auflage, Teubner Verlag 1998, ISBN 3519132192, Signatur der Physikbibliothek: Bo 184 (1. Auflage, 1993)
- [6] R. N. West: Positron studies of condensed matter, Advances in Physics, Volume 22, Issue 3 May 1973, S. 263–383, DOI: 10.1080/00018737300101299, <http://dx.doi.org/10.1080/00018737300101299>, Signatur der Physikbibliothek: 22 Z 5
- [7] B. Williams: Positron-Annihilation, in: Compton Scattering: Tool for the Investigation of Electron Momentum Distribution, McGraw-Hill Inc., New York 1977, ISBN 0070703604, Signatur der Physikbibliothek: Bo 145
- [8] Wikipedia-Artikel: Compton-Effekt, <http://de.wikipedia.org/wiki/Compton-Effekt>, Stand: 27.8.2010

1 Der Zerfall eines e^+e^- -Paares

1.1 Abbremsen von Positronen

Positronen werden in Materie zunächst weitgehend abgebremst, bevor sie zusammen mit einem Elektron zerstrahlen (siehe Abschnitt 1.2, Wirkungsquerschnitt). Die Abbremsdauer lässt sich im Prinzip aus der Bethe-Bloch-Formel ermitteln. Die Bremszeit dt pro Energieverlust dE ist gegeben durch

$$\frac{dt}{dE} = \frac{\frac{dt}{dx}}{\frac{dE}{dx}} = \frac{1}{v \cdot \frac{dE}{dx}}. \quad (1)$$

Der Energieverlust erfolgt durch Stöße mit Hüllenelektronen. Unter Berücksichtigung des e^+e^- -Streuquerschnitts¹ liefert die Theorie den Ausdruck für die Abbremsung bis herab zu kinetischen Energien in der Größenordnung von 10 keV [2]:

$$\frac{dt}{dE} = \frac{m_e (4\pi \epsilon_0)^2}{2\pi e^4 N Z} \frac{v(E)}{\ln \left(\frac{E^2 \gamma + 1}{I^2} \right) + f(\gamma)} \quad (2)$$

mit E totale Energie des Positrons ($= \gamma \cdot m_e c^2$)
 $v(E)$ Geschwindigkeit des Positrons
 γ Lorentzfaktor des Positrons ($\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$, $\beta = \frac{v}{c}$)
 m_e Masse des Elektrons/Positrons
 N atomare Dichte des Mediums
 Z Kernladungszahl des Mediums
 I mittlere Anregungsenergie des Mediums ($I \approx 13,4 \text{ eV} \cdot Z$ für leichte Elemente)
 $f(\gamma) = 2 \ln 2 - \frac{\beta^2}{12} \cdot \left(23 + \frac{14}{\gamma+1} + \frac{10}{(\gamma+1)^2} + \frac{4}{(\gamma+1)^3} \right)$

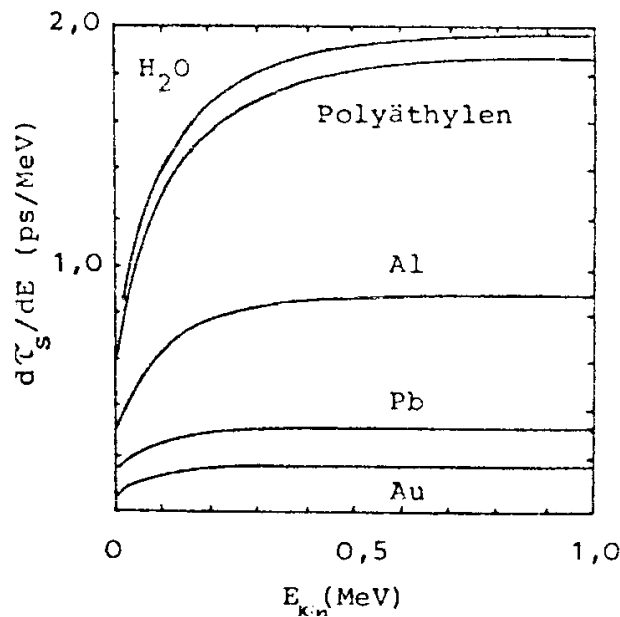


Abbildung 1: Differentielle Abbremszeit für verschiedene Stoffe in Abhängigkeit von der kinetischen Energie der Positronen.

In Abbildung 1 ist die Funktion für einige Medien dargestellt. Für die Positronen von ^{22}Na , mit einer mittleren kinetischen Energie von ca. 180 keV, ergeben sich folgende Abbremszeiten:

¹Bhabba-Streuung.

Medium	τ_s [ps]
H ₂ O	0,24
Polyethylen	0,22
Aluminium	0,11
Blei	0,048

Im Bereich von 10 keV bis 100 eV läßt sich folgende Näherung [2] verwenden:

$$\tau_s = \sqrt{\frac{eV}{E}} \cdot 10^{-16} \text{ s}, \quad (3)$$

wobei E die kinetische Endenergie ist. Das sind zusätzliche 10^{-17} s Abbremszeit.

In Metallen dauert die weitere Abbremsung bis auf thermische Energie ($\approx 0,025$ eV) etwa 3 ps. Die gesamte Abbremszeit in Metallen beträgt also insgesamt lediglich einige Pikosekunden. Man kann demnach davon ausgehen, daß die Positronen in Metallen im wesentlichen erst bei thermischen Energien annihilieren.

Bei Isolatorkristallen dauert die Thermalisierung erheblich länger, da keine freien Elektronenergiezustände für die Aufnahme von Energieüberträgen zu Verfügung stehen. Der Energieübertrag geschieht hier durch Anregung von Gitterschwingungen². Die Theorie liefert einen Wert von 300 ps für die Thermalisierung. Dies liegt bereits in der Größenordnung der mittleren Lebensdauer von Parapositronium³. In Isolatorkristallen können also Positronen annihilieren, bevor sie thermalisiert sind.

Bei amorphen Stoffen⁴ vermutet man jedoch wieder erheblich kürzere Abbremszeiten infolge der vielfältigen Strukturunregelmäßigkeiten des Mediums.

1.2 Die e^+e^- -Zerfallsmöglichkeiten

Die nachfolgenden Betrachtungen zu den Zerfallsmöglichkeiten von e^+e^- -Paaren stützen sich auf [6]. Die Zerstrahlung eines e^+e^- -Paares geschieht unter Aussendung von zwei oder mehreren γ -Quanten. Die Aussendung eines einzigen γ -Quants ist grundsätzlich auch möglich, jedoch nur unter Beteiligung eines weiteren Partners⁵, der den Restimpuls aufnimmt. In den üblichen Positronenexperimenten ist dieser Prozeß allerdings ohne Bedeutung.

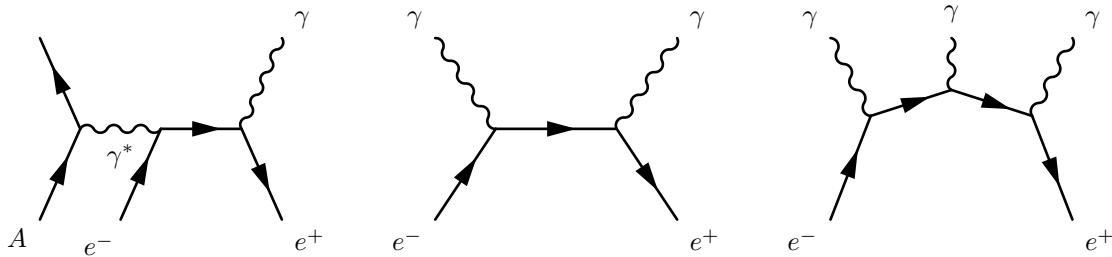


Abbildung 2: Feynman-Graphen für die e^+e^- -Annihilation in ein bis drei γ -Quanten.

Aufgabe 1: Welche Energien und Impulse haben die Photonen bei der Annihilation von Positron und Elektron in zwei bzw. in drei Photonen im Ruhesystem?

Abbildung 2 zeigt die Feynman-Graphen für die Annihilation in ein bis drei γ -Quanten. Die Wirkungsquerschnitte verhalten sich größenordnungsmäßig wie:

$$\frac{\sigma_{1\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} \approx \alpha^4, \quad \frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} \approx \alpha, \quad (4)$$

dabei hat die Feinstrukturkonstante $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ den Zahlenwert $\frac{1}{137}$.

Der Prozeß niedrigster Ordnung in α ist der Zerfall in zwei γ -Quanten. Der Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Positronen mit einem ruhenden, freien Elektron lautet für diesen Fall relativistisch:

$$\sigma_{2\gamma} = \alpha^2 \lambda_c^2 \frac{\pi}{\gamma + 1} \left(\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right) \quad (5)$$

²Phononen.

³siehe Abschnitt 2.

⁴z.B. Kunststoffe.

⁵Atom oder Ion.

mit $\lambda_c = \lambda_c / 2\pi$

$\lambda_c = h/m_e c$ Comptonwellenlänge des Elektrons⁶

Im nichtrelativistischen Fall reduziert sich diese Beziehung näherungsweise zu:

$$\sigma_{2\gamma} \approx \frac{\pi \alpha^2 \lambda_c^2}{\beta} \quad (6)$$

Da $\sigma_{2\gamma}$ lorentzinvariant ist, gilt diese Gleichung auch für den Fall, daß sich Elektron und Positron im Medium bewegen.⁷ Die Wahrscheinlichkeit $\lambda_{2\gamma}$ für die Annihilation des Positrons pro Zeiteinheit ist dann:

$$\frac{1}{\tau_{2\gamma}} = \lambda_{2\gamma} = 4 \sigma_{2\gamma} \cdot n_e \cdot v = 4\pi \alpha^2 \cdot \lambda_c^2 \cdot c \cdot n_e \quad (7)$$

mit n_e Elektronendichte

$\tau_{2\gamma}$ mittlere Lebensdauer der Positronen

Der Faktor 4 ist ein Spingewichtungsfaktor und rührt von der Mittelung über die vier möglichen relativen Spinanfangszustände her.

Die mittlere Lebensdauer der Positronen in einem Medium ist demnach umgekehrt proportional zur Elektronendichte, aber unabhängig von der Geschwindigkeit der Positronen.

Der Zerfall in drei γ -Quanten wird durch die Quantenelektrodynamik in nichtrelativistischer Näherung, gemittelt über alle Spin- und Polarisationsrichtungen, beschrieben durch:

$$\sigma_{3\gamma} = \frac{4}{3} \frac{\alpha^3 \lambda_c^2}{\beta} (\pi^2 - 9) \quad (8)$$

Die entsprechende Zerfallskonstante lautet unter Berücksichtigung des Spingewichtungsfaktor $\frac{4}{3}$:

$$\frac{1}{\tau_{3\gamma}} = \lambda_{3\gamma} = \frac{4}{3} \sigma_{3\gamma} \cdot n_e \cdot v = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \alpha^3 \lambda_c^2 c n_e (\pi^2 - 9) \quad (9)$$

Aufgabe 2: Berechnen Sie aus den angegebenen Formeln, um welchen Faktor der 3- γ -Zerfall des Positrons unwahrscheinlicher ist als der 2- γ -Zerfall.

1.3 Auswahlregeln für den e^+e^- -Zerfall

Der Zerfall eines e^+e^- -Paares geschieht aus einem Quantenzustand mit bestimmten Symmetrieeigenschaften. Da bei der elektromagnetischen Wechselwirkung alle Symmetrien erhalten sind, d.h. die Erhaltungssätze gelten, ergeben sich hieraus gewisse Forderungen, die zu Auswahlregeln für den Zerfall führen. Die Herleitung folgt [6].

Die Grundzustände eines e^+e^- -Paares sind der 1S -Zustand⁸ und der 3S -Zustand⁹ mit den Spins der e^+ -, e^- -Teilchen antisymmetrischer bzw. symmetrischer Spinwellenfunktion. Ein gebundenes e^+e^- -Paar bezeichnet man auch als Positronium.

Photonen haben den Spin $j = 1$ mit den beiden Komponenten $j_3 = +1$ und $j_3 = -1$.¹⁰ Der Zustand $j = 1$, $j_3 = 0$ existiert beim Photon nicht; man kann daher niemals zwei Photonen zum Gesamtspin $J = 1$ kombinieren. Aus diesem Grund ist der Zerfall des e^+e^- -Triplettzustandes in zwei Photonen streng verboten.

Eine weitere wichtige Symmetrieeigenschaft ist die Ladungsparität.¹¹ Sie ist für ein Fermion-Antifermion-Paar gegeben durch:

$$C = P_i P_l P_s \quad (10)$$

mit P_i innere Parität des Paares

P_l Raumparität

P_s Spinparität

⁶siehe hierzu auch [5] Kapitel 1.

⁷ $\beta = v/c$ ist für diesen Fall die Relativgeschwindigkeit der beiden Partner.

⁸Singulettzustand.

⁹Triplettzustand.

¹⁰Photonen mit $j_3 = +1$ sind rechtshändig und somit linkszirkular polarisiert. Bei $j_3 = -1$ spricht man von linkshändigen Photonen und rechtszirkular polarisiertem Licht.

¹¹C-Konjugation.

P_i setzt sich multiplikativ aus den inneren Paritäten der Einzelteilchen zusammen und ist bei Fermion-Antifermion-Systemen $P_i = -1$.

P_l hängt von der Bahndrehimpulsquantenzahl l ab und wird durch die Symmetrieeigenschaften der Kugelflächenfunktionen bei Spiegelung am Ursprung bestimmt. Es ist

$$P_l = (-1)^l. \quad (11)$$

Die Spinparität P_s läßt sich für ein Fermion-Antifermion-Paar aus der Tabelle der Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die Zusammensetzung von Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen ablesen. Es ist

$$P_s = (-1)^{s+1}, \quad s = \begin{cases} 0 & \text{Singulett} \\ 1 & \text{Triplett} \end{cases}. \quad (12)$$

Demnach ergibt sich für das e^+e^- -Paar:

$$C = (-1)^{l+s} \quad (13)$$

Somit ist $C = +1$ für das Singulett- und $C = -1$ für das Triplettssystem im Grundzustand.

Die Ladungspartität des Photons ist $C = -1$ und für ein System von n Photonen

$$C_n = (-1)^n. \quad (14)$$

Bei der elektromagnetischen Wechselwirkung ist die Ladungspartität erhalten. Daher kann der Singulettzustand nur in eine gerade Anzahl, der Triplettzustand nur in eine ungerade Anzahl von Photonen zerfallen.

Nach der Quantenelektrodynamik ist generell die Wahrscheinlichkeit für die Annihilation in $n + 1$ Photonen gegenüber derjenigen in n Photonen um den Faktor α vermindert. Man kann daher davon ausgehen, daß der 1S -Zustand praktisch nur in zwei γ -Quanten und der 3S -Zustand nur in drei γ -Quanten zerfällt [7].

Für den Fall der Bildung des Positroniums kann man die Lebensdauer somit berechnen. In den obigen Formeln für $\tau_{2\gamma}$ und $\tau_{3\gamma}$ ist $n_e = |\psi(0)|^2$ einzusetzen, wobei $\psi(r)$ die Wellenfunktion des Positroniums im Grundzustand ist.

Aufgabe 3: Suchen Sie die normierte Grundzustandswellenfunktion von Positronium $\psi(r)$ und berechnen Sie die Lebensdauer der beiden Zustände $\tau_{2\gamma}$ und $\tau_{3\gamma}$. Die Werte stimmen in etwa mit den Werten aus [2, 6, 7] überein.

2 Positronenzustände in Materie

Die e^+e^- -Lebensdauerspektren können je nach Medium aus mehreren Komponenten bestehen. Dies liegt an den verschiedenen Anfangszuständen, aus denen heraus das Positron zerfallen kann. Es kann spontan mit einem freien Elektron in zwei oder drei γ -Quanten zerfallen. Es ist aber auch im Festkörper die Bildung von gebundenen e^+e^- -Zuständen möglich, die Positronium genannt werden. Man unterscheidet zwischen Para- und Orthopositronium; ersteres ist der Singulettzustand, letzteres der Triplettzustand. Die Lebensdauer dieser Zustände hängt stark von der Festkörperstruktur ab. Daher ist die Lebensdauerermessung von Positronen in Medien für die Festkörperphysik von Bedeutung.

2.1 Die „Øre-Gap“-Theorie der Positroniumbildung

Damit es zur Bildung von Positronium kommen kann, muß die Anfangsenergie des Positrons in einem schmalen Intervall liegen, dem sogenannten „Øre-Gap“. [6, 2] Das Positron muß zunächst zusammen mit der freiwerdenden Bindungsenergie des Positroniums so viel Energie haben, daß es ein Molekül im Medium ionisiert und das Elektron einfängt:

$$E_{min} = E_i - E_B \quad (15)$$

mit E_i Ionisierungsenergie eines Moleküls im Medium
 $E_B = \frac{Ry}{2} \approx 6,8 \text{ eV}$ Bindungsenergie des isolierten Positrons¹²

¹²Rydbergkonstante $Ry = m_e c^2 \alpha^2 / 2$.

Andererseits darf die Energie nicht höher sein als der erste Anregungszustand des Moleküls. Andernfalls geht die Energie dem Positron verloren, da die Molekülanregung viel wahrscheinlicher ist als die Positroniumbildung. Das bedeutet:

$$E_i - E_B < E < E_e \quad (16)$$

In einem geordneten Festkörper mit Energiebändern kommen noch die verschiedenen Affinitäten hinzu:

$$(E_i + Q_p) - (BE + Q_{pos}) < E < E_1, \quad (17)$$

wobei	Q_p	Affinität des Kristalls für Positronen
	Q_{pos}	Affinität des Kristalls für Positronium
	BE	Bindungsenergie des Positroniums im Festkörper (kann kleiner als $\frac{Ry}{2}$ sein)
	E_1	Anregungsenergie in den niedrigsten unbesetzten Energiezustand (= Bandabstand)
	E_i	Ionisierungsenergie = Energie, um ein Elektron von der oberen Kante des Valenzbandes aus dem Kristallverband zu befördern

Berücksichtigt man, daß $E_i - E_1 = Q_e$ die Elektronenaffinität ist, so kann man die Bedingung für die Existenz des Øre-Gap schreiben:

$$Q_e + Q_p < Q_{pos} + BE \quad (18)$$

Positroniumbildung ist also verboten, wenn die Elektronen- und die Positronenaffinitäten zu groß sind. Dies ist z.B. bei Metallen der Fall, wo wegen der hohen Elektronendichte im Leitungsband die Bindungsenergie BE des Positroniums erheblich unter dem Wert 6,8 eV liegt. So geschieht beispielsweise die Messung der γ - γ -Winkelkorrelation bei der e^+e^- -Paarvernichtung an Aluminium und Kupfer nicht über Positronium, sondern über spontan zerfallende e^+e^- -Zustände.

2.2 Die $^3S \rightarrow ^1S$ -Konversion

Ist die Positroniumbildung in einem Medium möglich, so entsteht im statistischen Mittel zu 25% der Singulettzustand und zu 75% der Triplettzustand. Dies rührt von der dreifachen Entartung des 3S -Zustandes her. Das Lebensdauerspektrum wird demnach durch folgende Prozesse bestimmt:

1. Spontaner Zerfall von Positronen, die kein Positronium bilden; wie in Abschnitt 1 erläutert, erfolgt der Zerfall vorwiegend in 2 γ -Quanten.
2. Zerfall des Singulettzustandes mit kurzer Lebensdauer (siehe Aufgabe 3)
3. Zerfall des Triplettzustandes mit längerer Lebensdauer (siehe Aufgabe 3)

Letzterer zerfällt jedoch nicht, wie zu erwarten wäre, mit der gemäß Aufgabe 3 berechneten relativ langen Lebensdauer, sondern erheblich schneller. Das liegt daran, daß je nach Festkörperstruktur der 3S -Zustand mehr oder weniger schnell in den 1S -Zustand konvertieren kann [6].¹³

Am wahrscheinlichsten ist hierbei die Konversion mittels Elektronenaustausch bei einem Stoß des Positroniums mit einem Elektron des Medium. Das ausgetauschte Elektron nimmt mit dem Positron den energetisch günstigeren 1S -Zustand ein. Weniger wahrscheinlich ist ein Spinflip vom 3S -Zustand in den 1S -Zustand durch magnetische Wechselwirkung bei einem Stoß. Dieser Spinflip spielt jedoch eine Rolle, wenn ein starkes äußeres Magnetfeld an die Probe gelegt wird.

3 Versuchsaufbau

3.1 Quelle und Detektor

Als Quelle eignet sich ^{22}Na mit einer maximalen Energie der Positronen von 540 keV. Der Zerfall von ^{22}Na verläuft praktisch nur über den ersten angeregten Zustand von ^{22}Ne , welches spontan unter Aussendung eines 1,28 MeV γ -Quants in den Grundzustand übergeht (siehe Abbildung 7). Diese Eigenschaft der Quelle legt es nahe, ein Zeitspektrometer für die Messung der Positronen zu verwenden. Dazu sind zwei Detektoren frontal zueinander aufgestellt und dazwischen ist die Quelle so in einem ausgesuchten Medium eingebettet, daß alle Positronen darin abgebremst werden (siehe Abbildung 3). Einer der Detektoren spricht auf die 1,28 MeV γ -Quanten an und liefert

¹³Die Konversion in der Gegenrichtung kann ebenfalls auftreten und wird in [2] diskutiert.

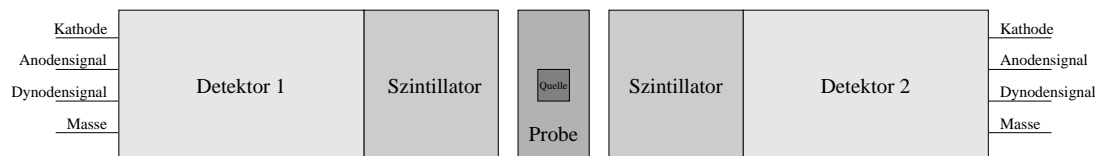


Abbildung 3: Prinzipielle Anordnung der Detektoren um die Quelle.

das Startsignal, der andere registriert eine gewisse Zeit später eines der γ -Quanten¹⁴ aus der Annihilation des Positrons mit einem Elektron und liefert das Stoppsignal des Zeitspektrometers. Die gemessene Zeitdifferenz wird in einen Puls umgewandelt, dessen Höhe proportional zur Zeitdifferenz ist. Das so erhaltene Zeitspektrum erscheint dann als Pulshöhenspektrum, welches in Abbildung 5 dargestellt ist. Dieses Pulshöhenspektrum kann mittels eines Vielkanalanalysators (VKA)¹⁵ dargestellt werden.

Die Stärke der Quelle ist durch die maximal zugelassene Anzahl zufälliger Koinzidenzen begrenzt, die den Untergrund der Messung verursachen.

Die Anzahl dn_i echter Koinzidenzen pro Zeitintervall dt im Zeitkanal i , bei denen das 1,28 MeV γ -Quant und eines der zugehörigen Annihilationsquanten gemessen wird, ist offensichtlich:

$$\frac{dn_i}{dt} = P_i A \left(\frac{\Omega_1}{4\pi} \right) \epsilon_1 \left(\frac{\Omega_2}{4\pi} \right) \epsilon_2, \quad (19)$$

wobei A Aktivität der Quelle
 Ω_1, Ω_2 vom jeweiligen Zähler aufgespannter Raumwinkel
 P_i Wahrscheinlichkeit für die Zeitverzögerung im Zeitkanal i ,
d.i. der Anteil an Ereignissen im Zeitkanal i des Zeitspektrums
 ϵ_1, ϵ_2 Nachweiseffizienz der beiden Zähler

Die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen pro Zeitintervall ist:

$$\frac{dn_z}{dt} = \Delta t A^2 \left(\frac{\Omega_1}{4\pi} \right) \epsilon_1 \left(\frac{\Omega_2}{4\pi} \right) \epsilon_2, \quad (20)$$

dabei bedeutet Δt die Breite eines Zeitkanals. Wählt man zum Vergleich denjenigen Zeitkanal m , in dem das Maximum der Verteilung liegt, so ist das Verhältnis

$$a_z = \frac{dn_z/dt}{dn_m/dt} = \frac{A \Delta t}{P_m} \quad (21)$$

unabhängig von der Nachweiseffizienz der Zähler und der Geometrie der Anordnung.

Aufgabe 4: Es wird eine 100 μCi ^{22}Na -Quelle verwendet. Berechnen Sie den relativen Untergrundanteil im Zeitkanal mit der höchsten Zählrate. Es sei $P_m = 0,2$ und $\Delta t = 0,5$ ns.

¹⁴Die möglichen Energien wurden in Aufgabe 1 betrachtet. Aufgabe 2 und Abschnitt 2.2 geben Aufschluß darüber, welche Energien hauptsächlich zu erwarten sind.

¹⁵engl.: Multi Channel Analyzer, MCA.

Aufgabe 5: Berechnen Sie die Mindestdicken der Proben für die Abbremsung der Positronen jeweils in Aluminium und in Polyethylen. Die Dichte von Polyethylen ist $\rho_{PE} = 0,92 \text{ g/cm}^3$ und die von Aluminium $\rho_{Al} = 2,70 \text{ g/cm}^3$. Nach [3] ist die Reichweite $R_0 = \frac{R}{\rho}$ von β -Strahlen abhängig von der Maximalenergie E_{max} des β -Spektrums und durch folgende empirische Beziehungen gegeben (Die Reichweite von Positronen sind bis zu ca. 10% von denjenigen von Elektronen verschieden):

$$\begin{aligned}
 R [\text{g/cm}^2] &= 0,412 \cdot E_{max}^n [\text{MeV}] & 0,01 \text{ MeV} < E_{max} < 3 \text{ MeV} \\
 &\text{mit } n = 1,265 - 0,0954 \cdot \ln E_{max} [\text{MeV}] \\
 R [\text{mg/cm}^2] &= 0,0067 \cdot E_{max}^{1,67} [\text{keV}] & E_{max} < 200 \text{ keV} \\
 E_{max} [\text{MeV}] &= 1,92 \sqrt{R^2 + 0,22R}, \quad [R] = \text{g/cm}^2 & E_{max} < 700 \text{ keV} \\
 R [\text{g/cm}^2] &= 0,571 \cdot E_{max} [\text{MeV}] - 0,161 & 0,7 \text{ MeV} < E_{max} < 3 \text{ MeV} \\
 R [\text{g/cm}^2] &= 0,53 \cdot E_{max} [\text{MeV}] - 0,106 & 1 \text{ MeV} < E_{max} < 20 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

Die zu erwartenden Zeitdifferenzen liegen in der Größenordnung von Nanosekunden und weniger. Die Detektoren müssen daher zeitlich sehr kurze Pulse liefern können. Von dieser Anforderung her kommen nur Szintillationszähler mit Plastikszintillatoren in Frage. Die Lichtblitze dieser Szintillatoren haben eine Abklingzeit von ca. 1–2 ns bei einer Schwankung von ca. 0,1 ns. Sie haben allerdings den Nachteil geringer Lichtausbeute und nicht allzu großer Quanteneffizienz. γ -Quanten der vorgegebenen Energie werden nur über den Comptoneffekt im Szintillator registriert.¹⁶ Die Detektoren sind mit schnellen zwölfstufigen Photomultiplier¹⁷ mit 50 Ω -Koaxialkabelaussgang ausgerüstet. Die Laufzeitschwankungen der Elektronen in der Röhre beträgt laut Hersteller weniger als 1 ns.

3.2 Das Zeitspektrometer

Das Zeitspektrometer teilt sich in einen schnellen und einen langsamen Schaltkreis auf.¹⁸ Der schnelle Kreis liefert die Information über die Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppsignal, während im langsamen Kreis die Ereignis Selektion stattfindet, um nur Signale mit den richtigen Energien der Photonen aufzuzeichnen.

Aufgabe 6: Worin unterscheiden sich der Anoden- und der Dynodenausgang der Szintillationszähler in Abbildung 3? Welcher Ausgang eignet sich für die Zeitmessung, welcher für die Energieselektion? Ziehen Sie auch den Schaltplan des Spannungsteilers (siehe Abbildung 6) zu Rate. Warum verwendet man überhaupt zwei verschiedene Ausgänge und benutzt kein T-Stück?

Im schnellen Kreis laufen die Pulse der beiden Photomultiplier zunächst jeweils durch den schnellen Diskriminator, um das Rauschen der SEV-Röhren von der nachfolgenden Elektronik fernzuhalten bzw. um eine untere Schwelle für das Pulsspektrum zu setzen. Die Ausgangspulse von den Diskriminatoren unterliegen normalerweise einer erheblichen Zeitschwankung, die auf die spektrale Verteilung der Pulshöhe am Eingang zurückzuführen ist. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 4a graphisch veranschaulicht. Um diesen „time jitter“ zu verhindern, werden in schnellen Diskriminatoren die Eingangspulse durch Differentiation in bipolare Pulse umgewandelt, deren Nulldurchgang ein zeitstabiles, von der Anfangsamplitude unabhängiges Ausgangssignal liefert. Dieses kann in Abbildung 4b nachvollzogen werden. Die nachfolgende Elektronik besteht aus einem Zeit-Pulshöhen-Wandler (TAC¹⁹), der dem Prinzip nach folgendermaßen funktioniert: Der Startpuls schaltet eine konstante Stromquelle ein und lädt hiermit einen Kondensator so lange auf, bis ein Stoppsignal registriert wird. Der Kondensator wird daraufhin über einen festen Widerstand entladen. Dadurch entsteht ein Spannungspuls, dessen Höhe proportional zur Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppsignal ist. Der Ausgang des TAC ist über eine eingebaute verstellbare Verzögerungsstufe mit dem Eingang des VKA verbunden, so daß das Pulshöhenspektrum aufgezeichnet werden kann.

Der langsame Koinzidenzkreis dient zur Energieselektion der Start- und Stoppsignale. Die beiden Photomultiplier liefern hierfür jeweils ein weiteres Ausgangssignal. Diese Pulse werden über je eine Verstärker-Analysator-Einheit geleitet und dort mittels Standard-Einkanaldiskriminatoren selektiert. Im Startzweig können nur die

¹⁶siehe Compton-Kante in [8].

¹⁷dt.: Sekundärelektronenvervielfacher, SEV

¹⁸In der englischen Literatur wurde die Anordnung „fast-slow-coincidence“ genannt.

¹⁹engl.: time-to-amplitude converter.

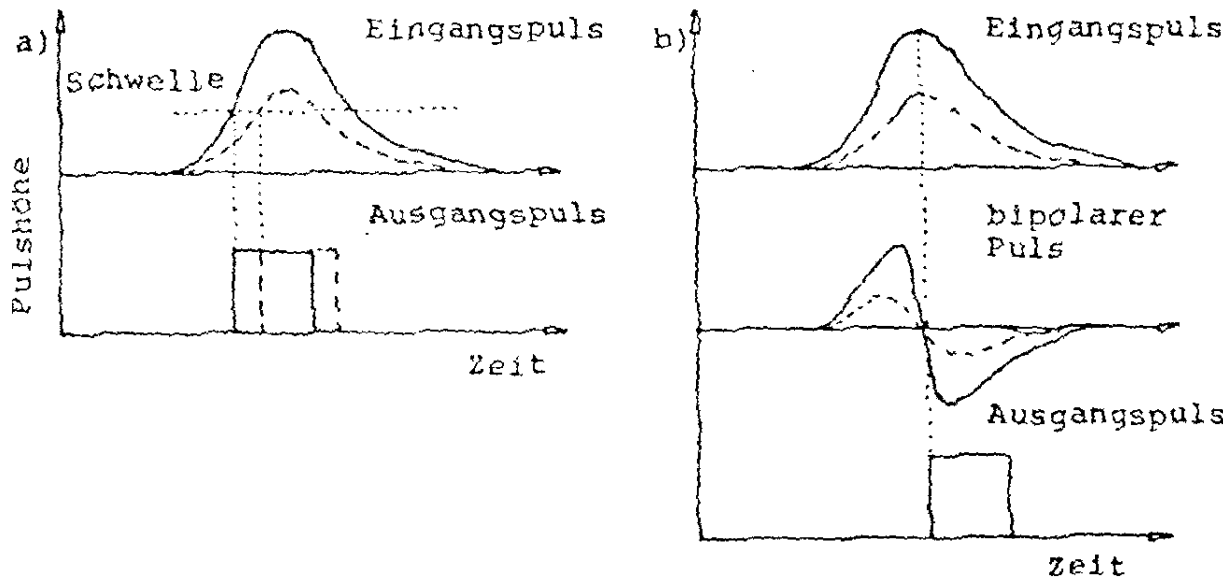


Abbildung 4: Erzeugung eines zeitstabilen Signals.

1,28 MeV γ -Quanten, im Stopzweig die γ -Quanten der Annihilation passieren. Die Ausgänge beider Diskriminatoren sind in einer Koinzidenz der Auflösungszeit von ca. 1 μ s zusammengeschaltet. Der Ausgang der Koinzidenzstufe öffnet das Gate des VKA, so daß das Zeitsignal vom TAC registriert werden kann.

Aufgabe 7: Entwerfen Sie ein Blockschaltbild des Zeitspektrometers mit langsamem und schnellem Kreis gemäß der obigen Beschreibung und der Geräteliste in Abschnitt A.1 und lassen Sie es vom Assistenten zu Beginn des Versuchs kontrollieren.

3.3 Arbeitspunkt und Eichung der Apparatur

Wenn ein echtes Zeitsignal den VKA erreicht, muß das Gate bereits geöffnet sein. Das Zeitsignal ist jedoch schneller als das zugehörige Gate-Signal und muß demzufolge mit einer linearen Verzögerungseinheit verzögert werden. Mittels eines Zweikanaloszilloskops läßt sich die Zeitabstimmung beider Signale visuell abstimmen. Die Zeit-Pulshöhen-Eichung²⁰ geschieht durch Einfügen einer variablen ns-Verzögerung vor den Stopeingang des TAC. Sie sollte linear sein und wird in ns/Kanal angegeben. Als Auflösung Δt definiert man die Breite der Pulshöhenverteilung, die durch zeitgleiche Ereignisse erzeugt wird. Hierbei unterscheidet man die rein elektronische und die gesamte apparative Zeitauflösung des Spektrometers. Die rein elektronische Zeitauflösung ist allein eine Eigenschaft des schnellen Kreises und dient zu dessen Funktionskontrolle. Sie wird dadurch gemessen, daß die Detektoren durch einen schnellen Pulsgenerator mit zwei synchronen Ausgängen ersetzt werden. Das Gate am VKA wird außer Betrieb gesetzt. Für die Messung der gesamten apparativen Zeitauflösung des Spektrometers mitsamt Detektoren und langsamen Kreis kann man z.B. ^{60}Co verwenden. Laut Zerfallsschema (siehe Abbildung 8) liefert das ^{60}Co beim Kaskadenzerfall in ^{60}Ni zwei zeitgleiche γ -Quanten²¹ von 1,17 MeV und 1,33 MeV Energie mit nur schwacher Richtungskorrelation. Die Energiefenster im langsamen Zweig werden in Abbildung 5 veranschaulicht. Das Diagramm zeigt das Pulshöhenspektrum eines der Szintillationszähler, daß sich aus der Überlagerung der Compton-Elektronenspektren im Plastiksintillator ergibt, erzeugt durch die 1,28 MeV- γ -Quanten und die Annihilationsphotonen. Zur Einstellung der Fenster leitet man die Ausgangssignale des Verstärkers über eine μ s-Verzögerungsstufe in den Eingang des VKA und versorgt das Gate des VKA mit den durch einen Gate-Generator aufbereiteten Ausgangspulsen des Einkanaldiskriminatoren. Die Position der Schwellen des Einkanaldiskriminatoren läßt sich dann visuell als linke und rechte Schnittgrenze der spektralen Wiedergabe am VKA kontrollieren.

²⁰genauer Zeit Kanal-Nr.-Eichung des VKA.

²¹ $\Delta t < 10^{-12}$ s.

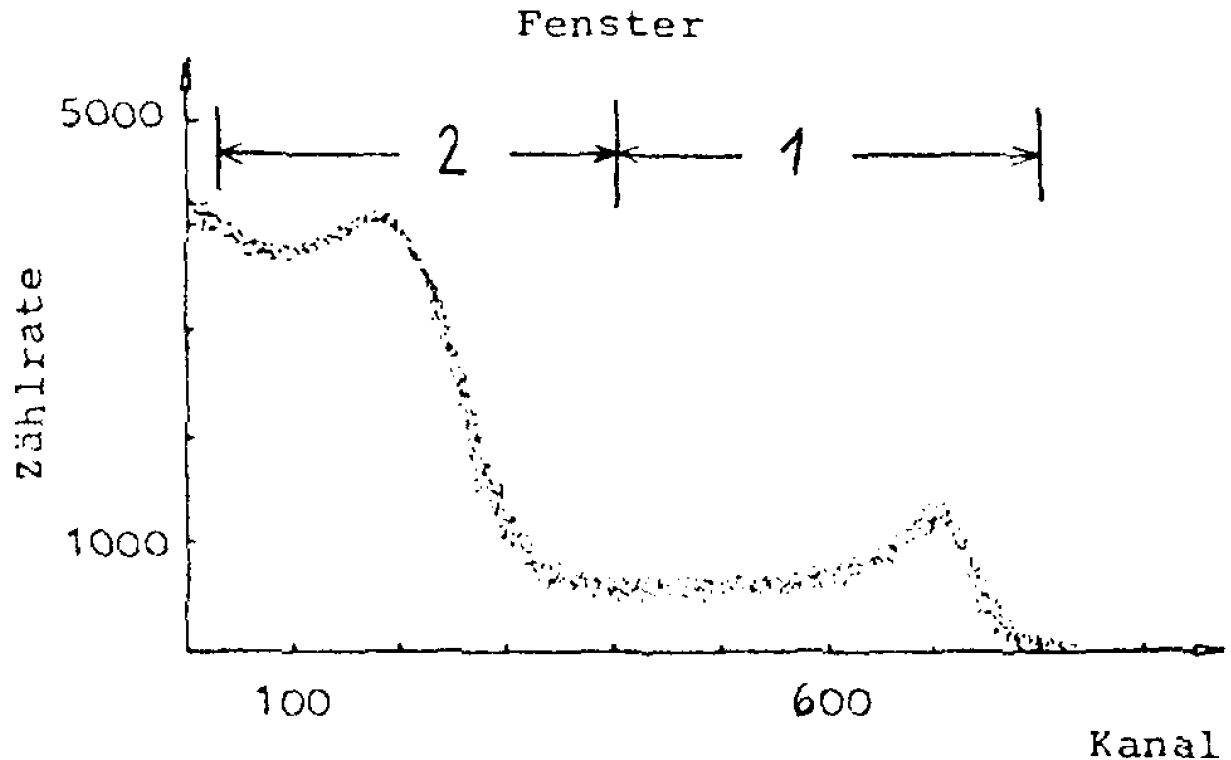


Abbildung 5: Pulshöhenspektrum der γ -Quanten vom Zerfall des ^{22}Na , aufgenommen mit einem Plastiksintillator.

4 Die Auswertung der Zeitspektren

Die Auswertung der Zeitspektren wird durch zwei Umstände erschwert:

1. Es ist grundsätzlich möglich, daß mehr als eine Zerfallskomponente auftritt, die entsprechenden Zeitspektren sich also überlagern. Bei der vorliegenden Messung in Polyethylen ist jedoch die relativ lange Zeitkomponente der $^3S \rightarrow ^1S$ -Konversion gut von der kurzen Komponente des spontanen Zerfalls getrennt. Beim Positronenzerfall in Aluminium tritt ohnehin praktisch nur die kurze Zerfallskomponente auf, solange das Material nicht stark verunreinigt ist.
2. Die Zeitauflösung der Apparatur kann in der gleichen Größenordnung wie die zu messende Lebensdauer liegen, so daß die Meßkurve eine Überlagerung des wahren Zeitspektrums mit der Auflösungskurve darstellt. In diesem Fall muß entweder die Meßkurve entfaltet werden, oder man bedient sich geeigneter Näherungsmethoden. Als solche bieten sich zwei Verfahren an:

4.1 Die „tail“-Methode

Die „tail“-Methode eignet sich für Lebensdauern, die größer als die apparative Zeitauflösung sind, wobei letztere aber dennoch nicht vernachlässigt werden kann. Sei $F(t)$ das gemessene Zeitspektrum²², $P(t)$ die mit ^{60}Co aufgenommene apparative Zeitauflösungskurve und $f(t)$ das wahre, vom Zerfall herrührende Zeitspektrum. Dann wird $F(t)$ durch ein Faltungsintegral gebildet:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(T) P(t - T) dT \quad (22)$$

Nach dem Zerfallsgesetz folgt $f(t)$ einer (normierten) Exponentialfunktion:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (23)$$

²²genauer: Pulshöhenspektrum.

Damit ergibt sich:

$$F(t) = \lambda \int_0^\infty e^{-\lambda T} P(t - T) dT \quad (24)$$

Mit der Substitution $y = t - T$ erhält man hieraus:

$$F(t) = +\lambda e^{-\lambda t} \int_{-\infty}^t e^{\lambda y} P(y) dy \quad (25)$$

Differenzieren dieser Gleichung liefert:

$$\frac{dF(t)}{dt} = \lambda (P(t) - F(t)) \quad (26)$$

und

$$\frac{d}{dt} \ln F(t) = \frac{\frac{dF(t)}{dt}}{F(t)} = -\lambda \left(1 - \frac{P(t)}{F(t)} \right) \quad (27)$$

Die vorletzte Gleichung zeigt, daß das Maximum der Meßkurve $F(t)$ genau im Schnittpunkt mit der Auflösungskurve $P(t)$ liegt; hierbei sind natürlich beide Kurven auf gleiche Ereigniszahlen normiert. Die letzte Gleichung läßt sich unmittelbar zur Auswertung der Daten heranziehen, um λ zu ermitteln. Sind zudem genügend Meßdaten in einem längeren Zeitbereich vorhanden, in welchem die Auflösungskurve $P(t)$ bereits ausgelaufen ist, d.h. zieht man nur denjenigen Zeitbereich zur Auswertung heran, für welchen $P(t) \ll F(t)$ gilt²³, so genügt die Näherung:

$$\frac{d}{dt} \ln F(t) \approx -\lambda \quad (28)$$

Es folgt dann die übliche Auswertung einer Zerfallskurve in halblogarithmischer Darstellung mittels linearer Regression.

Aufgabe 8: Verifizieren Sie den Rechnungsgang ausgehend vom Faltungsintegral in Gleichung 22 bis zu Gleichung 28.

4.2 Die „centroid shift“-Methode

Die „centroid shift“-Methode wird verwendet, wenn die Lebensdauer kleiner als die apparative Zeitauflösung ist. In diesem Fall äußert sich der Positronenzerfall lediglich darin, daß die Zeitauflöschungskurve verbreitert und leicht zu $t > 0$ verschoben wird. Das Verfahren beruht auf der Ermittlung der Momente erster Ordnung um die Ordinaten-Achse, sowohl des gemessenen Zeitspektrums als auch der Auflösungskurve.

Das n -te Moment einer Funktion $g(x)$ ist definiert durch:

$$M^n [g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n g(x) dx \quad (29)$$

Es sei wiederum $F(t)$ das gemessene Zeitspektrum, $P(t)$ die Auflösungskurve und $f(t)$ das wahre Zeitspektrum, wie in Gleichung 22 und 23 gegeben. Dann gilt zwischen den Momenten folgende Relation [2]:

$$M^n [F(t)] = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} M^{n-k} [P(t)] M^k [f(t)] \quad (30)$$

Die Berechnung der Momente nullter und erster Ordnung $M^0 [F(t)]$, $M^1 [F(t)]$ sowie $M^0 [P(t)]$, $M^1 [P(t)]$ liefert dann sofort die Lebensdauer:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{M^1 [F(t)]}{M^0 [F(t)]} - \frac{M^1 [P(t)]}{M^0 [P(t)]} \quad (31)$$

In Kanalinhalt und Kanalnummern übertragen lautet dies:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \left(\frac{\sum_i t_i N_{F,i}}{N_{F,tot}} - \frac{\sum_i t_i N_{P,i}}{N_{P,tot}} \right) \Delta t \quad (32)$$

²³i.a. für t größer als eine Halbwertsbreite von $P(t)$.

wobei	Δt	Zeitbreite eines Kanals (Kanalbreite)
	t_i	Kanal-Nummer
	$N_{F,i}$	Inhalt im Kanal t_i des Zeitspektrums $F(t)$
	$N_{P,i}$	Inhalt im Kanal t_i der Auflösungskurve $P(t)$
	$N_{X,tot} = \sum_i N_{X,i}$	Gesamtzahl der Ereignisse für Kurve X

Offensichtlich stellen die Terme in der Klammer jeweils die Schwerpunkte der beiden Verteilungen dar $\bar{t}_X = (\sum_i t_i N_{X,i}) / N_{X,tot}$. Das bedeutet:

$$\tau = (\bar{t}_F - \bar{t}_P) \Delta t \quad (33)$$

Die Lebensdauer ist also proportional zur Schwerpunktsverschiebung der Auflösungskurve. Die Standardabweichung der Schwerpunkte ist:

$$\sigma_{t,X} = \sqrt{\frac{\sum_i (t_i - \bar{t}_X)^2 N_{X,i}}{N_{X,tot} - 1}} \quad (34)$$

Der mittlere Fehler des Mittelwertes:

$$\sigma_{m,X} = \sqrt{\frac{\sum_i (t_i - \bar{t}_X)^2 N_{X,i}}{N_{X,tot} (N_{X,tot} - 1)}} = \frac{\sigma_{t,X}}{\sqrt{N_{X,tot}}} \quad (35)$$

Der gesamte statistische mittlere Fehler der Schwerpunktsverschiebung ist dann:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{m,F}^2 + \sigma_{m,P}^2} \quad (36)$$

Aufgabe 9: Verifizieren Sie die Identität in Gleichung 31 und den Übergang zur diskreten Formulierung in Gleichung 32.

5 Versuchsdurchführung

Um diesen Versuch durchführen zu können, ist es ratsam, zuvor die Aufgaben in dieser Anleitung bearbeitet zu haben, da dabei wichtige Aspekte erarbeitet werden sollen. Protokollieren Sie während des Versuchs alle vorgenommenen Einstellungen.

5.1 Aufbau der Schaltung, Einstellen der Arbeitspunkte und Eichung

1. Inbetriebnahme der Szintillationszähler:

Setzen Sie ein ^{22}Na -Präparat zwischen die Detektoren. Regeln Sie die Hochspannung der Szintillationszähler langsam hoch. Verfolgen Sie dabei die Anodensignale am Oszilloskop. Beachten Sie dabei, daß die Signalamplitude nicht beliebig groß werden darf, da sonst die maximale Eingangsspannung an anderen Modulen des Versuchsaufbau überschritten würde. Lesen Sie daher vorher die Spezifikationen in den jeweiligen Dokumentationen der Module nach! Charakterisieren und skizzieren Sie die Signale unter Angabe von Amplitude, Anstiegs- und Abfallzeit.

2. Einstellen der Pulshöhenfenster im langsamen Kreis:

Schalten Sie den langsamen Kreis zur Prüfung der Fenstereinstellung der Diskriminatoren zusammen. Für die Fenstereinstellung ist die Darstellung des Pulshöhenspektrums am Verstärkerausgang (wie in Abbildung 5) auf den VKA zu empfehlen. Dabei ist auf die Polarität der Signale zu achten. Wird der VKA mit dem Diskriminatorausgang der Verstärker-Analysator-Einheit getriggert, so wird nur der durch das Pulshöhenfenster ausgewählte Teil des Spektrums (mit scharfen Bereichsgrenzen) dargestellt. Da das Diskriminatorsignal naturgemäß erst einige Mikrosekunden nach dem Ausgangssignal des Verstärkers kommt, müssen beide Signale zeitlich aufeinander abgestimmt werden. Wie in Abbildung 4a dargestellt, verändert sich die Verzögerung des Diskriminatorsignal in Abhängigkeit von der Schwelle, so dass die zeitliche Abstimmung immer wieder überprüft werden muß.

3. Justieren des schnellen Kreises:

Schalten Sie den schnellen Kreis zusammen. Stellen Sie die schnellen Diskriminatoren so ein, daß die Schwelle für die Startpulse am oberen Ende des Comptonspektrums der Annihilationsphotonen liegt und diejenige für die Stoppulse den Hauptanteil des Rauschens diskriminiert. Die Einstellung läßt sich am VKA oder mit einem analogen Oszilloskop verifizieren, indem man den Ausgangspuls des jeweiligen Diskriminators als Triggersignal verwendet. Die interne Verzögerung der schnellen Diskriminatoren zwischen Ein- und Ausgang ist vernachlässigbar klein.

4. Überprüfung der Linearität der Zeit-Pulshöhen-Konversion und Einstellung der Zeiteichung:

Ersetzen Sie die beiden Detektoren durch einen Pulsgenerator. Pulshöhen und Pulsbreiten sollten von gleicher Größenordnung sein wie diejenigen der jeweiligen Detektorsignale. Geben Sie die TAC-Ausgangssignale auf den VKA bei ausgeschaltetem Gate. Prüfen Sie die Linearität zwischen Zeit und Pulshöhe über einen Bereich von 0 ns bis ca. 10–15 ns. Hierzu steht die einstellbare ns-Verzögerungseinheit im Stopkreis zur Verfügung. Die Zeit-Pulshöhen-Kurve²⁴ liefert Ihnen gleichzeitig die Zeiteichung des Spektrometers²⁵, die bei der Auswertung der späteren Meßreihen unmittelbar in die Resultate eingeht. Prüfen Sie die rein elektronische Zeitauflösung Δt des Spektrometers²⁶. Sie sollte in jedem Fall kleiner als 50 ps sein. Der Meßbereich auf dem VKA für die Lebensdauermessung sollte mindestens 10 ns betragen. Damit ein genügend großer Zeitbereich bei den Messungen zur Verfügung steht, sollte in die Verzögerungseinheit im Stopkreis auf Null zurückgesetzt werden. Falls für kleine Zeiten die Linearität nicht gegeben ist, sollte mit der Verzögerungseinheit der Nullpunkt in den linearen Bereich verschoben werden!

5. Überprüfung des gesamten Zeitspektrums:

Schalten Sie das Zeitspektrometer komplett zusammen, und setzen Sie das ^{60}Co -Präparat zwischen die Detektoren. ^{60}Co liefert zwei praktisch zeitgleiche γ -Quanten pro Zerfall. Prüfen Sie am Oszilloskop die Zeitverzögerung zwischen dem Signalpuls und dem Gate-Signal am VKA, d.h. zwischen den Ausgängen des TAC und der langsamen Koinzidenz. Gegebenenfalls ist eine Zeitanpassung erforderlich. Zur Erhaltung der Zeiteichung darf auf keinen Fall die Pulshöhe und Pulsbreite des TAC-Ausganges geändert werden! Das ^{60}Co -Signal muß auf der Zeitskala nicht unbedingt an der gleichen Stelle $t = 0$ liegen wie dasjenige des Pulsgenerators²⁷, aber zumindest in der Nähe.

5.2 Meßreihen

Damit ein genügend langer Zeitbereich zur Verfügung steht, sollte in jedem Fall die Verzögerungseinheit im Stopkreis auf Null zurückgesetzt werden. Jede Meßreihe sollte mindestens 10.000 Einträge haben. Lassen Sie die Messung gegebenenfalls noch länger laufen, wenn genügend Zeit zur Verfügung steht. Notieren Sie zu jeder Meßreihe die Meßzeit.

1. ^{60}Co :

Die zwei zeitgleichen γ -Quanten liefern die experimentelle Auflösungskurve. Die Zeitauflösung mit der Halbwertsbreite Δt sollte in der Größenordnung von 500 ps ausfallen. Sollte sie größer als 700 ps sein, so lassen Sie die Apparatur durch den Assistenten überprüfen. Speichern Sie das Spektrum ab.

2. ^{22}Na -Präparat in Aluminium:

Es sollte bereits am VKA erkennbar sein, daß das Spektrum gegenüber der Auflösungskurve leicht verbreitert ist. Speichern Sie die Meßdaten ab und vergleichen Sie die Lage des Maximums mit derjenigen der Auflösungskurve. Bereits aus diesem Vergleich sollte erkennbar sein, daß das Resultat in der richtigen Größenordnung zu liegen kommt.

3. ^{22}Na -Präparat in Polyethylen:

Dieses Spektrum nimmt einen erheblich größeren Zeitbereich in Anspruch. Vergewissern Sie sich beim Abspeichern, daß genügend Untergrund durch zufällige Koinzidenzen miterfaßt wurde und der lange Ausläufer zu langen Zeiten hin ausreichend Ereignisse enthält, um die Lebensdauer der langlebigen Komponente zu bestimmen.

²⁴Verzögerung gegen Kanal-Nr.

²⁵Kanalbreite in Zeiteinheiten.

²⁶Standardabweichung der Verteilung auf dem VKA.

²⁷Warum nicht?

4. ^{60}Co :

Zur Überprüfung der Stabilität der Apparatur wiederholen Sie die ^{60}Co -Messung.

6 Auswertung und Bericht

Berücksichtigen Sie bei allen Rechnungen die Fehlerfortpflanzung oder geben Sie, weshalb die Fehlerfortpflanzung vernachlässigbar ist. Wenn Sie für die Auswertung χ^2 -Anpassung verwenden, sollten Sie darauf achten, daß die χ^2 -Werte in einem sinnvollen Bereich liegen. Falls Sie Funktionen an Teilbereiche der gemessenen Kurven anpassen, prüfen Sie, wie stabil die Anpassung unter leichter Variation der Bereichsgrenzen ist. Welche Konsequenz hat das für die Fehlerabschätzung?

Die Auswertung soll insbesondere folgende Punkte umfassen:

1. Tragen Sie die mit Hilfe des Pulsgenerators aufgenommene Zeit-Kanal-Nr.-Kurve auf und prüfen Sie die Linearität. Bestimmen Sie die Zeiteichung (Kanalbreite in ps einschließlich Fehler).
2. Bestimmen Sie für alle aufgezeichneten Spektren den Untergrund anhand eines geeigneten Bereiches²⁸ der entsprechenden Kurven.
3. Tragen Sie beide ^{60}Co -Auflösungskurven nach Abzug des Untergrundes halblogarithmisch auf. Bestimmen Sie jeweils die Zentrallage (Mittelwertbildung) einschließlich Fehler sowie die experimentelle Zeitauflösung. Vergleichen Sie beide Messungen miteinander und treffen Sie eine Aussage zur Zeitstabilität der Apparatur.
4. Tragen Sie das Zeitspektrum für den Positronenzerfall in Aluminium nach Abzug des Untergrundes halblogarithmisch auf. Bestimmen Sie die Zentrallage (Mittelwertbildung) und ermitteln Sie die Lebensdauer der Positronen nach der Centroid-Shift-Methode.
5. Tragen Sie das auf die Auflösungskurve normierte Spektrum der Polyethylenprobe halblogarithmisch zusammen mit der Auflösungskurve auf. Der Untergrund muß vor der Normierung abgezogen worden sein. Je nach Zeitempfindlichkeit der Apparatur können Sie mehrere Kanäle des Spektrums jeweils zu einem neuen Kanal zusammenfassen²⁹, gegebenenfalls sogar mit unterschiedlichen Kanalbreiten³⁰. Der Untergrund muß vor der Normierung abgezogen sein. Prüfen Sie, ob die Meßkurve in ihrem Maximum die Auflösungskurve schneidet, damit die Tail-Methode anwendbar ist. Bestimmen Sie die Lebensdauern des Parapositroniums und des konvertierten Orthopositroniums nach der Tail-Methode. Gegebenenfalls genügt die Bestimmung aus dem linearen Teil des Spektrums in der halblogarithmischen Auftragung. Bestimmen Sie das Verhältnis von Parapositronium und konvertierten Orthopositronium.
6. Diskutieren Sie die Ergebnisse und vergleichen Sie diese mit der Erwartung bzw. der Literatur.

A Geräte und Material

A.1 Geräte

- 2 Photomultiplier, Valvo Typ XP1020, Schaltbild siehe Abbildung 6, mit je einem Plastiksintillator 20 mm, Länge 10 mm, Betriebsspannung ca. –1900 V
- 1 Zwei-Kanal-Hochspannungsgerät, Fa. CAEN, Modell N471
- 1 Time Analyzer, Fa. Canberra, Modell 2043
- 2 Amplifier Analyzer (mit Koinzidenzstufe), Fa. Nuclear Enterprises, Modell 4630
- 1 Delay 0,5–63,5 ns, Fa. SEN, Modell FE 290
- 1 Quad Gate/Delay Generator, Fa. Phillips Scientific, Modell 794

²⁸Wo gibt es nur Rauschen?

²⁹Dies ist nicht zwingend erforderlich, kann aber insbesondere die Auswertung vereinfachen, wenn man keinen Computer einsetzt. Ferner bietet sich diese Methode an, um den Verlauf des Spektrums zu glätten, wenn die Einträge von benachbarten Kanälen sehr stark variieren.

³⁰Vorsicht bei der Fehlerrechnung.

- 1 Vielkanalanalysator, Multiport II, Fa. Canberra
- 1 Pulsgenerator, Four Channel Digital Delay/Pulse Generator, Fa. Stanford Research Systems Inc., Modell DG535
- 1 analoges Oszilloskop
- 1 digitales Oszilloskop
- 2 Delay Amplifier, Fa. Canberra, Modell 1457
- 2 Differential Constant Fraction Discriminator, Fa. CMTE, Modell 7029A
- 1 Dual Linear Amplifier, Fa. LRS, Modell 133B
- 1 PC zur Auslese des Vielkanalanalysators

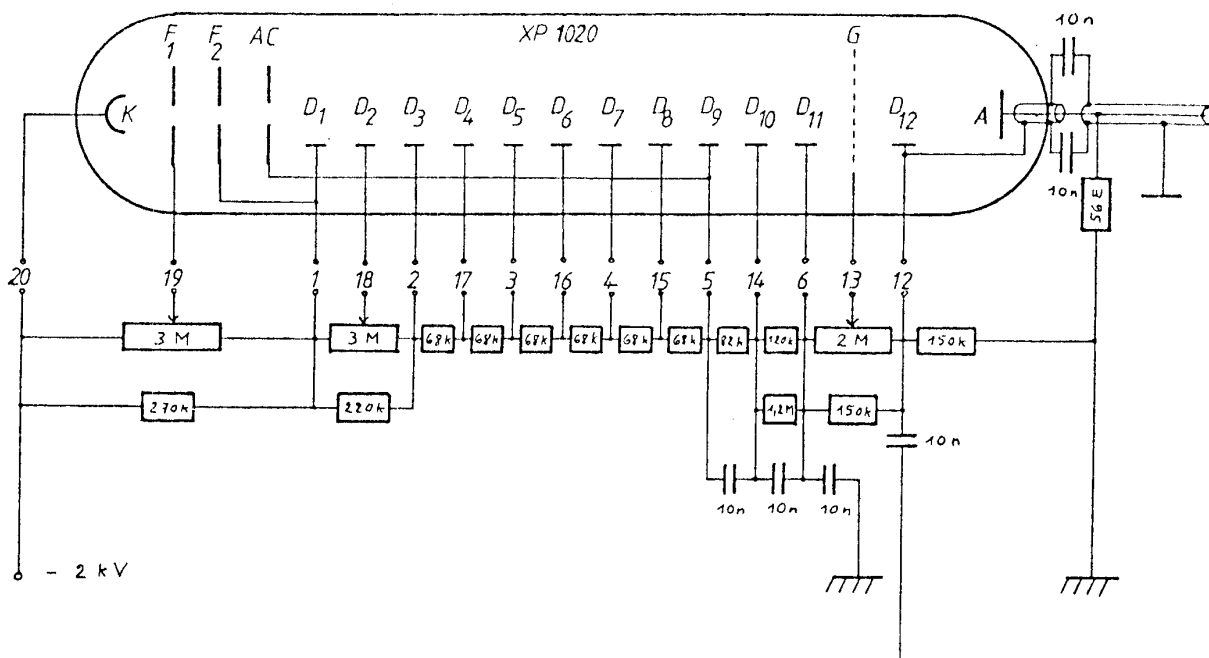


Abbildung 6: Schaltplan des Spannungsteilers für die Photomultiplier XP1020.

A.2 Material

- 1 ^{60}Co Präparat Nr. MW 970, 282,29 kBq am 31.12.2006, gefaßt zwischen zwei Polyethylen-Scheiben je 85 mm \varnothing und 4 mm stark
- 1 ^{22}Na Präparat Nr. SV 283, 3,43 MBq am 1.7.2010, gefaßt zwischen zwei Aluminium-Scheiben je 85 mm \varnothing und 4 mm stark
- 1 ^{22}Na Präparat Nr. SV 284, 3,39 MBq am 1.7.2010, gefaßt zwischen zwei Polyethylen-Scheiben je 85 mm \varnothing und 4 mm stark

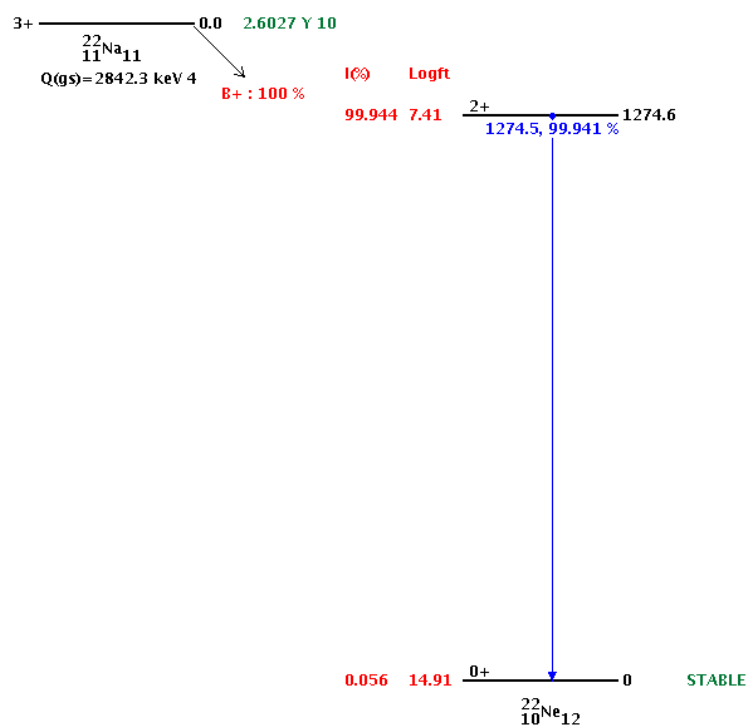


Abbildung 7: Zerfallsschema von ^{22}Na . Quelle: [4]

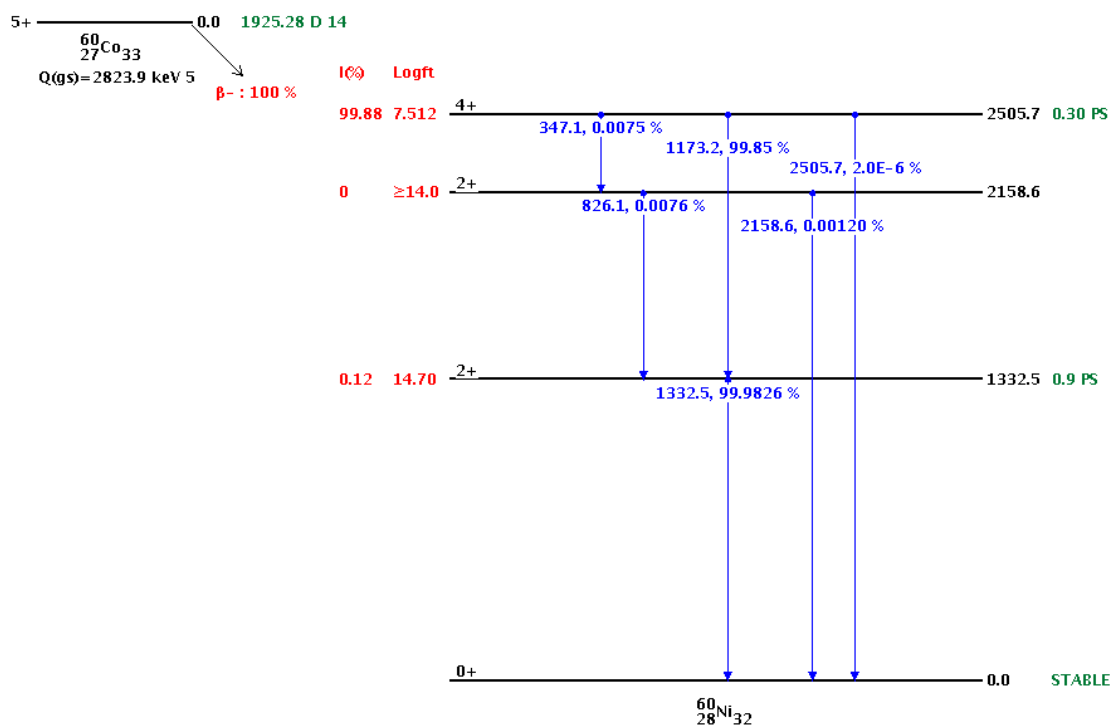


Abbildung 8: Zerfallsschema von ^{60}Co . Quelle: [4]