

# Laborpraktikum Teilchenphysik

## Paulsche Teilchenfalle

Knut Kiesel  
Tobias Pook

5. September 2012

### Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel der Messung</b>	<b>1</b>
<b>2 Aufbau und Durchführung</b>	<b>1</b>
<b>3 Ergebnisse</b>	<b>4</b>
3.1 Bahnbeschreibung . . . . .	4
3.2 Kompensation der Gewichtskraft . . . . .	5
3.3 Resonanz . . . . .	7
3.4 Stabilitätsdiagramm . . . . .	8
<b>4 Vergleich der Messungen</b>	<b>11</b>
<b>5 Fazit</b>	<b>11</b>

# 1 Ziel der Messung

Ziel des Versuches ist die Speicherung von elektrisch geladenen Teilchen und die Bestimmung des Verhältnisses von Ladung zu Masse. Um die Teilchen in einem räumlich begrenzten Feld zu halten, ist ein statisches elektrisches Feld nicht ausreichend, da man damit keine Potentialminima schaffen kann. Eine Möglichkeit dennoch Teilchen zu fangen ist das Anlegen von phasenverschobenen Wechselspannungen und Gleichspannungen, wobei bei richtiger Einstellungen der Spannungen und Frequenzen die Teilchen stabil in der Falle bleiben. Konkret wurden beim durchgeführten Experiment der meta-stabile Bereich eines rotierenden Sattelpotential genutzt um Teilchen zu speichern. Für jede räumliche Komponente  $i \in \{x, y, z\}$  lautet die Bewegungsgleichung

$$\frac{4}{m\Omega^2}|\vec{F}_i| + (a_i - 2q_i \cos(2\xi_i))i + 2k_L \frac{dx}{d\xi_i} + \frac{d^2x}{d\xi_i^2} = B \cos\left(\frac{2\omega_W}{\Omega}\xi_i\right) \quad (1)$$

mit dem gleichstromabhängigen Koeffizienten  $a_i = \frac{16KqU_{G,i}}{3\Omega^2mr_0^2}$ , dem wechselstromabhängigen Koeffizienten  $q_i = -\frac{4kqU_i}{\Omega^2mr_0^2}$ , dem Antriebskoeffizienten  $B = \frac{2qU_W}{r_0m\Omega^2}$ , dem Luftreibungskoeffizient  $k_L = \frac{6\pi\eta R}{m\Omega}$ , der Winkelfrequenz der Dreiphasenspannung  $\Omega$ , der Winkelfrequenz der zusätzlich an einem Plattenpaar angelegten Wechselspannung  $\omega_W$  und der normalisierten Zeit  $\xi_i = \frac{\Omega t}{2} + \frac{i\pi}{3}$ .  $\vec{F}$  ist eine konstante äußere Kraft, zum Beispiel bei der z-Komponente die Gewichtskraft. Die Grundschwingung der Lösung wird durch

$$\beta_i = \sqrt{a_i + \frac{q_i^2}{2}}$$

beschrieben. Durch Anlegen geeigneter Frequenzen und Spannungen und das Beobachten der entstehenden Teilchenbewegungen kann mit unterschiedlichen Methoden das Verhältnis von Ladung zur Masse bestimmt werden.

# 2 Aufbau und Durchführung

Die z-Achse verläuft vertikal, die y-Achse ist die Blickrichtung, und die x-Achse liegt senkrecht zu den beiden übrigen.

Die Falle wird aus sechs Kupferringen und 12 Verbindungsstücken zu einem Würfel geklebt. Nach dem Anlöten und Isolieren der Anschlusskabel wird die Falle mit schwarzem Lack angestrichen, um Steulicht in der Kammer zu verringern. Die Falle wird mittig über der Öffnung für die Spritze an den Anschlusskabeln befestigt und die Plattform von unten an die Spannungsversorgung angeschlossen (siehe Abbildung 1), welche je nach Hebelstellung die Gleichspannungen oder die zusätzliche Wechselspannung zur Dreiphasenspannung hinzufügt. Die Dreiphasenspannung, im folgenden auch Fokussierspannung genannt, wird aus drei Wechselspannungsquellen die mit einem konstanten Phasenunterschied von  $120^\circ$  betrieben werden, geliefert (siehe Abbildung 2). Die Amplitude kann dabei für jedes Flächenpaar individuell eingestellt werden.

Es gibt mehrere Möglichkeiten die Gleichspannung anzulegen: Man kann sie auf den beiden gegenüber liegenden Seiten (siehe Abbildung 3) oder zwischen zwei gegenüberliegenden Seiten (siehe Abbildung 4) anbringen. Die Wechselspannung wird zwi-

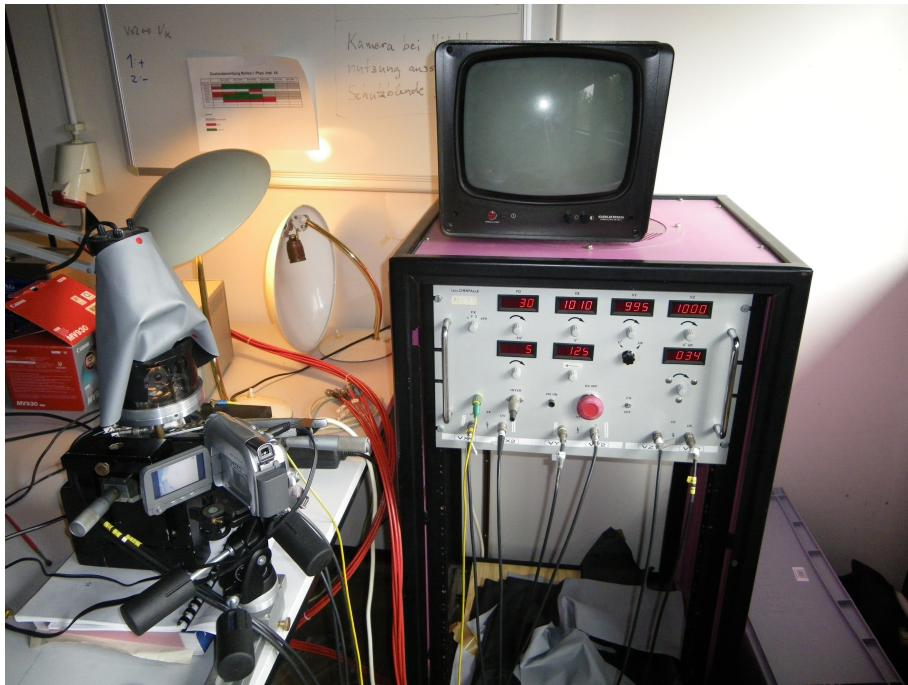


Abbildung 1: Versuchsaufbau der Paulschen Teilchenfalle

schen zwei gegenüberliegenden Flächen angelegt (siehe Abbildung 5), Frequenz und Amplitude sind einzeln regelbar. Die Verschaltung ist jedoch schon vorgefertigt und kann mit Schaltern hinzugeschaltet werden.

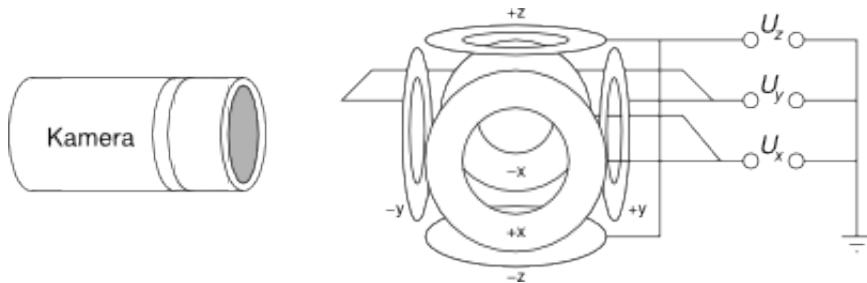


Abbildung 2: Verschaltung im Generator für die Fokussierspannung

Aus Sicherheitsgründen wird die Falle durch eine durchsichtige Acrylhaube abgedeckt. Die Haube wurde zusätzlich mit Ausnahme von zwei Stellen mit schwarzem Klebeband verkleidet. Die zwei Öffnungen dienen der seitlichen Beobachtung der Falle und der Bestrahlung durch eine oben angebrachten Lampe. Die geladenen Teilchen sind Aluminiumpulverstücke, die mittels einer Spritze durch eine Öffnung unterhalb der Falle eingebracht werden. Durch das Reiben an der Spritzenöffnung werden die Aluminiumteile ionisiert. Da zwischen Öffnung und dem stabilen Bereich der Teilchenfalle ein Abstand von ca. 2.5 cm besteht wurden die Teilchen durch anschnipsen der Spritze in die Falle geschleudert. Zusätzlich zum Messaufbau in Luft gibt es noch einen zweiten Messaufbau für Versuche im Vakuum. Hier befindet sich eine baugleiche Falle in einer zylindrischen Vakuumkammer. Die Kammer besitzt mehrere Öffnungen an denen Beobachtungsfens-

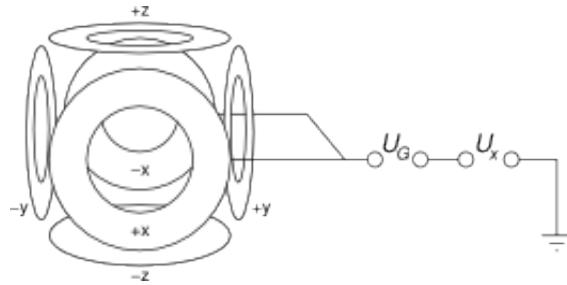


Abbildung 3: Verschaltung im Generator für eine Gleichspannung auf zwei Flächen

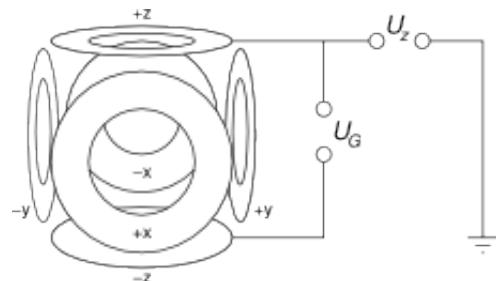


Abbildung 4: Verschaltung im Generator für die Gleichspannung zwischen zwei Flächen

ter, Stromversorgung, Vakuumpumpe und ein beweglicher Hebel mit Halterung für die Spritze druckdicht angebracht werden können. Da während der Versuchsdurchführung die Vakuumpumpe defekt war konnten Messungen lediglich bei verminderter Luftdruck, im Bereich zwischen 300 mbar – 450 mbar, durchgeführt werden.

Es gibt auch eine vorgefertigte Falle, die sich in einer Vakuumkammer befindet. Diese kann man mit einem normalen Turbinenpumpe und bei niedrigeren Drücken mit einer Turbo-Molekularpumpe vakuumisieren und den Druck mithilfe eines Drucksensors überprüfen. Durch Scheiben kann man die Falle ebenso anleuchten und beobachten.

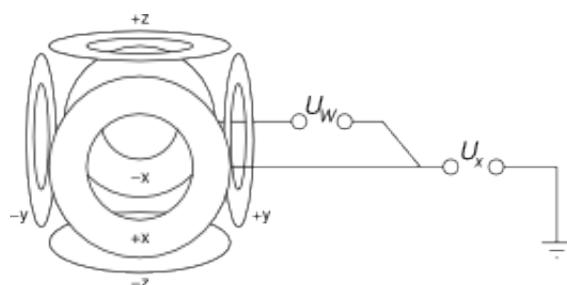


Abbildung 5: Verschaltung im Generator für die Wechselspannung zwischen zwei Flächen

## 3 Ergebnisse

Mit einem Messschieber wird der Plattenabstand der Teilchenfalle auf  $d = (3.05 \pm 0.02)$  cm abgeschätzt.

### 3.1 Bahnbeschreibung

In den meisten Fällen beschreiben die eingefangenen Teilchen eine elliptische Teilchenbahn deren Radius und die Exzentrizität durch das Verhältnis der angelegten Potenziale in der Fokusierspannung erklärt werden können. Viele Teilchen beschreiben zudem sehr kleine Bahnen und sind deshalb nur noch als Punkte wahrzunehmen.

#### Lissajous Figuren

Manchmal bilden sich auch Lissajous Figuren. Lissajous Figuren entstehen bei der Überlagerung harmonischer Schwingungen, wenn das Verhältnis der Frequenzen rational ist. In diesem Fall bildet die Teilchenbahn eine geschlossene Figur. Die möglichen Formen der Figuren sind sehr vielfältig und hängen vom Frequenzverhältnis und dem Phasenunterschied der Schwingungen ab. Ein Beispiel ist in Bild 6 zu sehen.



Abbildung 6: Beispiel für das auftreten einer Lissajous Figur

#### Kristallstruktur

Wenn man mehrere Teilchen in der Teilchenfalle gefangen hat, kann man manchmal pseudo Kristallstrukturen erkennen: Die Teilchen stoßen sich gegenseitig ab und suchen energetisch günstige Zustände, ebenso wie in einem Kristall. Überlagert zu diesem Effekt sieht man in Bild 7 noch die Auswirkungen des Feldes. In der hier sichtbaren  $x = 0$  und  $z = 0$  Ebene werden keine Teilchen gehalten, wie man auch Gleichung (1) entnehmen kann.

#### Fangen von Teilchen im Vakuum

Beim vakuumisieren der Kammer kann der gewünschte Druck von einigen  $\mu\text{bar}$  erreicht werden. Die Frontanzeige liefert bei Erreichen von  $90\mu\text{bar}$  auf einen Fehlercode und auch auf der Rückseite des Sensors ist der Druck immer noch zu groß. Auch das Halten von Teilchen in der Falle gestaltet sich bei diesen Einstellungen noch als schwierig, man kann erahnen wie die Teilchen immer zu einer Seite abgesaugt werden. Grund dafür könnte



Abbildung 7: Beispiel zur Pseudokristallstruktur

ein Leck an der Vakuumskammer sein, ein defekt der Turbo-Molekularpumpe ist aber auch nicht ausgeschlossen. Da das Saugen der Pumpe jede Speicherung während des Pumpens unmöglich macht, ist die einzige Möglichkeit, Teilchen in der Vakuumfalle zu halten, die Pumpe auszuschalten. Der Druck fällt rasch auf ein paar 100 mbar ab und ist dann relativ stabil, was einem das einfangen von Teichen erlaubt.

### 3.2 Kompensation der Gewichtskraft

In Gleichung (1) wird der Einfluss der Luftreibung vernachlässigt und ein Näherungsansatz der Form  $z(\xi_z) = Z(\xi_z) + d(\xi_z)$  durchgeführt. Die z-Komponente wird nun durch

$$Z(\xi) = Z_0 \sin(\beta_z \xi) - \frac{4|\vec{F}_z|}{m\beta_z \Omega^2}$$

beschrieben. Man sieht, dass die Schwingung um einen konstanten Term verschoben ist, der von  $a_z$  und  $q_z$  abhängt. Diese Abhängigkeit besteht nicht mehr, wenn gilt:

$$|\vec{F}_z| = |\vec{F}_G + \vec{F}_{qE}| = mg + q \frac{U_G}{d} = 0 \quad (2)$$

Zu der Dreiphasenspannung wird nun ein zusätzlicher Potentialunterschied zwischen den beiden z-Komponenten angeschlossen (siehe Bild 4), der solange erhöht wird, bis die Gravitationskraft kompensiert wird. Dies kann dadurch überprüft werden, dass sich der Mittelpunkt der Teilchenschwingung bei Änderung der Amplitude der z-Komponente der Dreiphasenspannung nicht mehr ändert. Die Fokussierspannung wird bei  $U_i = (1000 \pm 50)$  V für alle Flächenpaare betrieben.

Weil die Gleichspannung stark schwankend ist, wird die effektive Spannung durch notieren der angezeigten Werte in einem Zeitraum von ungefähr 20 s und anschliessendem Mitteln bestimmt. Der Fehler auf die Stichprobe wird im folgenden als statistischer Fehler angenommen. Da man die Teilchen oft wegen spontaner Spannungsschwankungen der Quelle verliert, kann der Bereich in dem die Gravitationskraft kompensiert wird, nicht in feineren Spannungsabschnitten untersucht werden. Dies führt dazu, dass nicht

$U_G[V]$	$\sigma_{U_G}[V]$	Verhalten des Bahnmittelpunkts	
Messung 1 (2 Teilchen)			
45	5	Bewegung	Bewegung
92	8	still	Bewegung
168	4	Bewegung	Bewegung
228	3	Bewegung	Bewegung
273	5	verloren	still
Messung 2 (1 Teilchen)			
33	5	Bewegung	
50	4	still	
60	5	Bewegung	
79	7	Bewegung	
Messung 3 (1 Teilchen)	verminderter Luftdruck $p = (450 \pm 50) \text{ mbar}$		
25	3	Bewegung	
68	3	still	
79	7	Bewegung	

Tabelle 1: Verhalten von beiden Teilchen bei unterschiedlichen Gleichspannungen zur Bestimmung der z-Kompensation

abgeschätzt werden kann wie exakt der Wert für die Kompensationsspannung  $U_G$  getroffen wird. Die mittlere Differenz zu den nächstliegenden  $U_G$  Messwerten, bei denen wieder Bewegungen des Schwingungsmittelpunkt bei Variation der Fokussierspannung  $U_z$  zu beobachten sind, wird deshalb als systematischer Fehler angenommen. Die Messungen werden teilweise für mehrere gleichzeitig gefangene Teilchen durchgeführt und die Spannung erhöht bis alle Teilchen den Stabilitätsbereich verlassen haben. Die Messergebnisse sind in Tabelle 1 aufgeführt, dabei werden für die einzelnen Messungen unterschiedliche Teilchen benutzt. Es wurde zusätzlich eine Messung unter verminderter Luftdruck von  $(450 \pm 50) \text{ mbar}$  durchgeführt. Das Vorzeichen der Ladung ergibt sich aus dem Anschluss an die Spannungsquelle und ist für alle beobachteten Teilchen negativ, was mit der Theorie übereinstimmt.

Aus Gleichung 2 lässt sich direkt eine Formel für die spezifische Ladung des untersuchten Teilchen herleiten:

$$\frac{q}{m} = -\frac{g \cdot d}{U_G} \quad (3)$$

Die berechneten Werte können Tabelle 2 entnommen werden. Hierbei wird die Erdbe schleunigung  $g = (9.81) \text{ m/s}^2$  als fehlerfrei angenommen und die Unsicherheit auf den Fallendurchmesser als weitere unabhängige systematische Fehlerquelle betrachtet.

Alle Messwerte liegen in einem mit einander kompatiblen Wertebereich. Durch die hohen systematischen Unsicherheiten auf das Treffen der richtigen Kompensationsspannung entstehen relative Unsicherheiten im Bereich von 20% – 70%. Die erzeugten Ergebnisse bieten also nur die Möglichkeit grob die Größenordnung der spezifischen Ladungen von Teilchen zu bestimmen.

Teilchen	$U_{G,komp}[V]$	$\frac{q}{m} \left[ \frac{mC}{kg} \right]$
1	$68 \pm 3(\text{stat.}) \pm 27(\text{sys.})$	$4.40 \pm 0.16(\text{stat.}) \pm 1.76(\text{sys})$
1	$50 \pm 4(\text{stat.}) \pm 14(\text{sys.})$	$5.95 \pm 0.53(\text{stat.}) \pm 1.67(\text{sys})$
1	$92 \pm 8(\text{stat.}) \pm 62(\text{sys.})$	$3.27 \pm 0.28(\text{stat.}) \pm 2.21(\text{sys})$
1	$273 \pm 5(\text{stat.}) \pm 55(\text{sys.})$	$1.09 \pm 0.02(\text{stat.}) \pm 0.23(\text{sys})$

Tabelle 2: Das Verhältnis von Ladung zu Masse von verschiedenen Teichen, bestimmt durch die Kompensation der Gewichtskraft

### 3.3 Resonanz

In diesem Versuchsteil wird zusätzlich zur Fokusierspannung eine Wechselspannung zwischen dem Flächenpaar entlang der x-Achse angelegt. Die Gleichspannung wird auf 0 geregelt.

Bei einer Frequenz von

$$\omega_W^{res} = \frac{\Omega}{2} \sqrt{\beta_x^2 - 2k_L^2} \quad (4)$$

tritt eine rezonante Verstärkung der Oszillation auf und die Teilchenbahn erreicht ihre maximale Auslenkung

$$A_{max} = \frac{B}{2k_L \sqrt{\beta_x^2 - k_L^2}}. \quad (5)$$

Durch Eliminieren von  $k_L$  in Gleichung 4 und 5 erhält man

$$\frac{q}{m} = \pm \sqrt{\frac{U_w^2 r^6 \Omega^4 \pm r^4 \Omega^2 \sqrt{(U_w r \Omega)^4 - 4(4KU_x A_{max} \omega)^4}}{128 A_{max}^2 (KU_x)^4}}. \quad (6)$$

Für die Lösung im Vakuum reicht es in Gleichung (4)  $k_L = 0$  zu setzen, und man erhält

$$\frac{q}{m} = -\frac{\Omega r_0^2 \omega_W^{res}}{\sqrt{2} K U_x}. \quad (7)$$

Um die Resonanzfrequenz zu messen, wird die Wechselspannung variiert bis das Teilchen maximale Auslenkung zeigt. In Luft wird zusätzlich die maximale Amplitude bestimmt, indem mit einer Digitalkamera Fotos der Teilchenbahn angefertigt werden.

Bei niedriger Fokusierfrequenz erhöht sich der relative Fehler und bei hoher Fokusierfrequenz wird die Stabilitätsgrenze schneller erreicht, darum wurde eine Frequenz von  $\Omega = (503 \pm 6)\text{Hz}$  und eine Fokusierfrequenz von  $(1414 \pm 7)\text{V}$  gewählt. Die Amplitude der Wechselspannung unterliegt starken Schwankungen ( $(210 \pm 30)\text{V}$ ) und lässt sich kaum durch den dafür vorgesehenen Drehschalter regeln. Der Ausschlag der Teilchen wird über das Verhältnis der Amplitude zum Innendurchmesser der Falle  $d_{innen}$  bestimmt.

$$A_{max} = \frac{A_{max} \text{ [Pixel]}}{d_{innen} \text{ [Pixel]}} \cdot d_{innen} = (0.7 \pm 0.4) \text{ mm}$$

Alle gemessenen Teilchen zeigen ihre maximale Auslenkung bei  $\omega_W < (31 \pm 6)\text{Hz}$ , dabei handelt es sich um die minimal an der Spannungsquelle einstellbare Frequenz.

Wenn man die Resonanzfrequenz durch die Grundschwingungsfrequenz in Luft  $\bar{\omega}_0$  ausdrückt, erhält man

$$\omega_W^{res} = \sqrt{\bar{\omega}_0^2 - \frac{\Omega^2 k_L^2}{2}},$$

was dazu führt, dass die Resonanz unterhalb der Grundschwingungsfrequenz liegt. Die beobachteten Ereignisse waren wahrscheinlich Schwingungsmaxima, das heißt die eigentlich gesuchte Frequenz liegt unterhalb der Beobachteten. Um Interpretationsfehler zu vermeiden, wurde dennoch das ganze zur Verfügung gestellte Frequenzspektrum abgefahrt, aber ohne eine zusätzliche Resonanz zu entdecken.

Auch die Amplitude blieb bei allen drei Teilchen in Luft und drei Teilchen im Vakuum (innerhalb des Fehlers) gleich groß. Man erhält mit gausscher Fehlerfortpflanzung in Luft

$$\frac{q}{m} < (-2.0 \pm 2.0) \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}$$

und mit der Näherung für Vakuum

$$\frac{q}{m} < (-2.2 \pm 0.5) \cdot 10^{-4} \text{ C/kg}.$$

Der hohe Fehler bei der genauen Lösung ist durch die Differenzen von hohen Potenzen fehlerbehafteter Größen in Gleichung (6) bedingt. Eine weiterer Grund ist die starke Spannungsschwankung von  $U_w$ . Beide Werte sind untereinander kompatibel, stellen jedoch nur Obergrenzen für das Verhältnisses von Ladung zu Masse dar, da die Resonanzfrequenz nicht weiter regulierbar ist.

### 3.4 Stabilitätsdiagramm

Wie Gleichung (1) zu entnehmen, ist die Grundschwingung der Teilchen durch  $\beta$  gegeben. Wenn  $\beta$  imaginär ist, was äquivalent zu  $a + \frac{1}{2}q^2 > 0$  ist, werden die Winkelfunktionen zu Exponentialfunktionen, was zum Austritt der Teilchen aus der Falle führt. Dafür wird bei verschiedenen, konstanten  $U_x = U_y = U_z = U_i$  die Spannung  $U_G$  gesucht, bei der das Teilchen entkommt. Weil das Teilchen nicht entkommen darf (es muss bei mehreren  $U_i$  vermessen werden), ist die Abschätzung nur schwer zu bewerkstelligen, da die Gleichspannungsquelle stark schwankt und es somit leicht entkommen kann. Für jedes Teilchen wird  $U_g$  gegen  $U_i^2$  aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt. Die systematischen Fehler für das grobe Abschätzen der Gleichspannung resultieren in einer Verschiebung der Geraden nach unten, sodass die Steigung nicht stark beeinflusst wird. Aus der Steigung kann man dann die Werte für  $\frac{q}{m}$  bestimmen.

Luft1:  $q/m = -5.0786e-06 \pm 3.90e-07$  (stat)  $\pm 6.66e-08$  (sys)  $\pm 3.96e-07$  (gesamt)  
 C/kg Luft2:  $q/m = -1.0106e-06 \pm 4.87e-07$  (stat)  $\pm 1.33e-08$  (sys)  $\pm 4.87e-07$  (gesamt)  
 C/kg 375bar:  $q/m = -1.4470e-05 \pm 1.80e-06$  (stat)  $\pm 1.90e-07$  (sys)  $\pm 1.81e-06$  (gesamt)  
 C/kg 400bar:  $q/m = -1.6135e-05 \pm 1.74e-06$  (stat)  $\pm 2.12e-07$  (sys)  $\pm 1.75e-06$  (gesamt)  
 C/kg 425bar:  $q/m = -3.3246e-06 \pm 7.30e-07$  (stat)  $\pm 4.36e-08$  (sys)  $\pm 7.31e-07$  (gesamt)  
 C/kg 425bar2:  $q/m = -1.3026e-05 \pm 6.82e-07$  (stat)  $\pm 1.71e-07$  (sys)  $\pm 7.03e-07$  (gesamt) C/kg

Am  $\chi^2/ndf$  sieht man, dass die Spannungen tendenziell zu vorsichtig abgeschätzt wurden

bei niedigen spannungen ist der relative fehler größer immer schritte von 500 bar,  
also 250 = schwanken zwischen zwei schritten für alle versuche ist  $\Omega = 2 * \pi * 30\text{hz}$

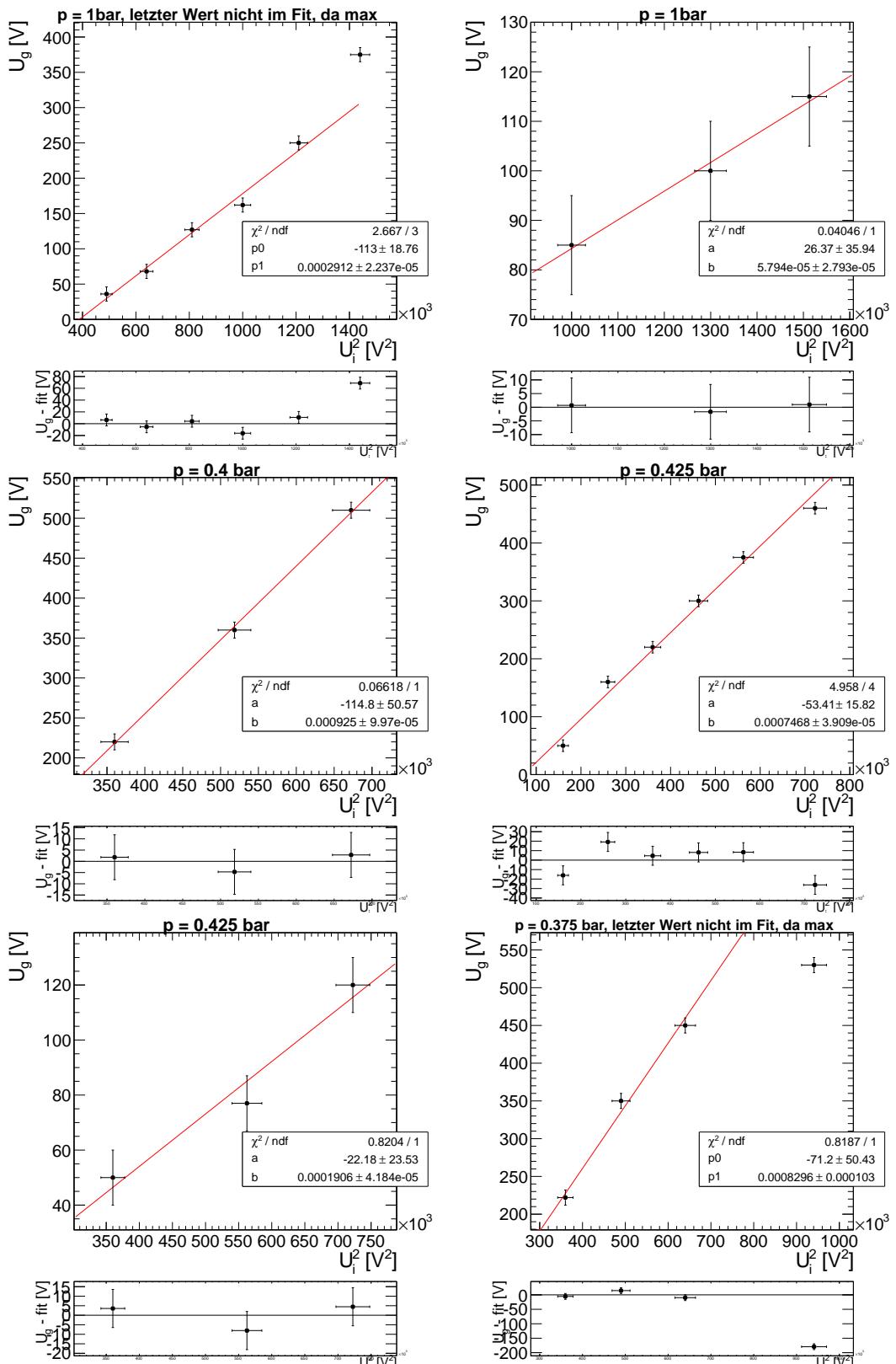


Abbildung 8: Lineare Regressionen zur Stabilitätsuntersuchung. Bei der oberen Messung ist der letzte Punkt nicht für den Fit verwendet worden, da bei dieser Spannung das Teilchen entkommen ist. Stattdessen kann man die Spannungsdifferenz zwischen eigentlichen Fluchtspannung und abgeschätzten Spannung ablesen.

## **4 Vergleich der Messungen**

## **5 Fazit**

Die Versuchsdurchführung war dadurch geprägt das die Spannungsquelle nur stark schwankende Ausgangsspannungen liefert hat. Besonders ein regelmäßiges plötzliches Abfallen der Fokussierspannung für ein Flächenpaar hat zu regelmäßigem Verlust der Teilchen geführt. Insbesondere die Resonanzmessung und die Stabilitätsmessung waren oft nicht durchzuführen, weil ein langfristiges einfangen der Teilchen nicht möglich war.