Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Голова Варвара Алексеевна

Содержание

List of Figures

1 Цель работы

Ознакомиться с задачей об эпидемии, рассмотреть ее модель и построить графики по этой модели.

2 Задание

Вариант 28

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 11400$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 250$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 47$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: 1) если $I(0) \leq I^*$ 2) если $I(0) > I^*$

#Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Библиотеки

Подключаю все необходимые библиотеки(рис. 3.1).

```
import numpy as np
import math
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
```

Figure 3.1: Библиотеки

3.2 Значения

Ввод значений из своего варианта (28 вариант)(рис. 3.2).

```
a=0.01
b=0.02
N=11400
I=250
R=47
S=N-I-R
```

Figure 3.2: Значения

3.3 Значения

Ввод значений (рис. 3.3).

```
x0=np.array([S,I,R])
t=np.arange(0,200,0.01)
```

Figure 3.3: Значения

3.4 Решение для случая №1

Решение системы для случая $I(0) \leq I^*$ (рис. 3.4).

```
def syst1 (x,t):
    dx_1=0
    dx_2=-b*x[1]
    dx_3=b*x[1]
    return [dx_1, dx_2, dx_3]
```

```
y1=odeint(syst1, x0, t)
```

Figure 3.4: Решение №1

3.5 Вывод графика для случая $I(0) \leq I^*$

Вывод динамики изменения числа людей в каждой из трех групп(рис. 3.5).

```
plt.plot(t, y1, lw=2)
plt.title('Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 1')
plt.grid('True')
```

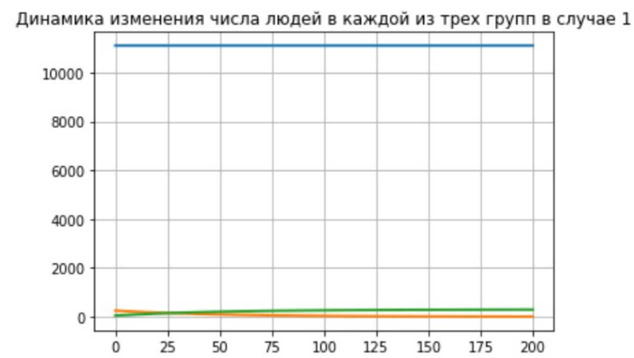

Figure 3.5: Вывод графика №1

3.6 Решение для случая №2

Решение системы для случая $I(0) > I^*$ (рис. 3.6).

```
def syst2 (x,t):
    dx_1=-a*x[0]
    dx_2=a*x[0]-b*x[1]
    dx_3=b*x[1]
    return [dx_1, dx_2, dx_3]
```

```
y2=odeint(syst2, x0, t)
```

Figure 3.6: Решение №2

3.7 Вывод графика для случая $I(0) > I^*$

Вывод динамики изменения числа людей в каждой из трех групп(рис. 3.7).

```
plt.plot(t, y2, lw=2)
plt.title('Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае 2')
plt.grid('True')
```

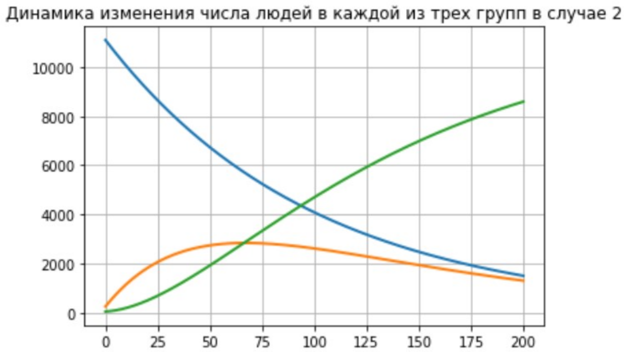

Figure 3.7: Вывод графика №2

4 Выводы

Я ознакомилась с задачей об эпидемии, рассмотрела ее модель и построила графики по этой модели.