



Semestrální projekt

Elektronika pro informační technologie 2015/2016

Jméno: Václav Martinka
Login: xmarti76
ID: 187169

Olomouc, 20.12.2015

Obsah

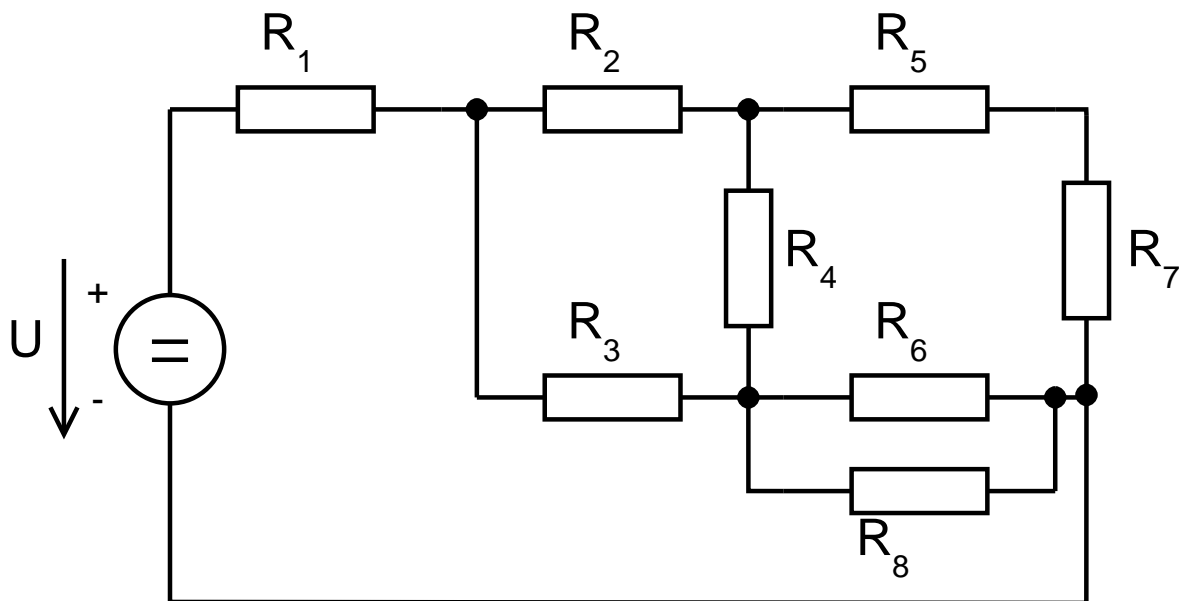
1	1. příklad	2
1.1	Zadání	2
1.2	První zjednodušení	2
1.3	Transformace hvězda-trojúhelník	3
1.4	Třetí zjednodušení	3
1.5	Čtvrté zjednodušení	4
1.6	Výpočet R_{EKV}	4
1.7	Výpočet (6. krok)	4
1.8	Výpočet (7. krok)	5
1.9	Výpočet (8. krok)	5
1.10	Výsledek	5
2	2. příklad	6
2.1	Zadání	6
2.2	Alternativní zapojení	6
2.3	Výpočet R_i	7
2.4	Výpočet U_{XY}	7
2.5	Výsledek	7
3	3. příklad	8
3.1	Zadání	8
3.2	Sestavení rovnic	8
3.3	Výpočet	9
3.4	Výsledek	9
4	4. příklad	10
4.1	Zadání	10
4.2	Určení impedancí	10
4.3	Sestavení rovnic	11
4.4	Výsledné napětí	11
4.5	Určení φ_{C_2}	11
5	5. příklad	12
5.1	Zadání	12
5.2	Sestavení rovnice	12
5.3	Charakteristická rovnice	12
5.4	Obecný tvar řešení	13
5.5	Výsledek	13
5.6	Zkouška	14
6	Výsledky	15

1. příklad

1.1 Zadání

Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu. Jsou zadány tyto hodnoty:

$$\begin{array}{lll} U = 80 \text{ V} & R_3 = 410 \text{ } \Omega & R_6 = 750 \text{ } \Omega \\ R_1 = 350 \text{ } \Omega & R_4 = 130 \text{ } \Omega & R_7 = 310 \text{ } \Omega \\ R_2 = 650 \text{ } \Omega & R_5 = 360 \text{ } \Omega & R_8 = 190 \text{ } \Omega \end{array}$$



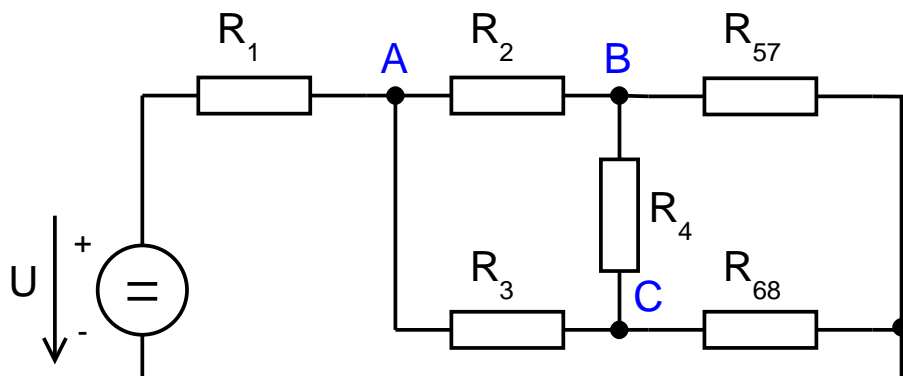
Obrázek 1: Zadané schéma

1.2 První zjednodušení

Rezistory R_5 a R_7 jsou zapojeny sériově, proto je můžeme nahradit rezistorem R_{57} podle vzorce $R_{57} = R_5 + R_7 = 360 + 310 = \mathbf{670 \text{ } \Omega}$.

Dále rezistory R_6 a R_8 jsou zapojeny paralelně, proto je můžeme nahradit rezistorem R_{68} podle vzorce $R_{68} = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} = \frac{750 \cdot 190}{750 + 190} \doteq \mathbf{151.5957 \text{ } \Omega}$.

Vznikne nám nový obvod:



Obrázek 2: 1. úprava schématu

1.3 Transformace hvězda-trojúhelník

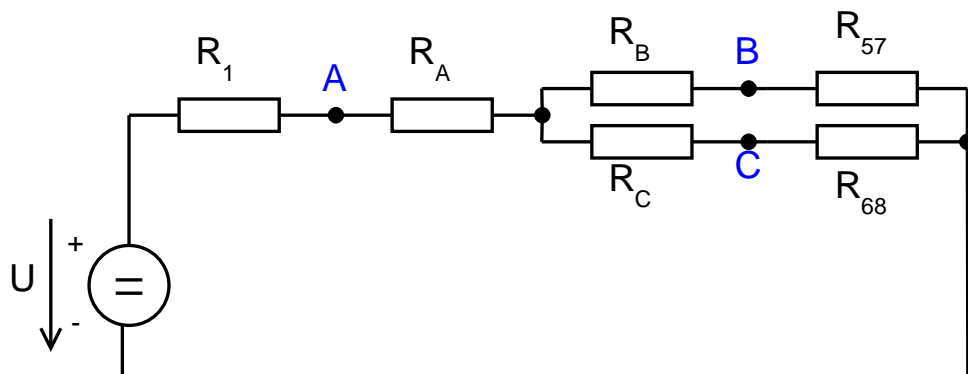
Mezi uzly **A**, **B** a **C** jsou rezistory zapojeny do trojúhelníku. Toto zapojení přetransformujeme na hvězdu. Vzniknou nám nové rezistory R_A , R_B a R_C .

Jejich hodnoty lze dopočítat dle vzorců:

$$R_A = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{650 \cdot 410}{650 + 410 + 130} \doteq \mathbf{223.9496 \, \Omega}$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{650 \cdot 130}{650 + 410 + 130} \doteq \mathbf{71.0084 \, \Omega}$$

$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{410 \cdot 130}{650 + 410 + 130} \doteq \mathbf{44.7899 \, \Omega}$$



Obrázek 3: 2. úprava schématu

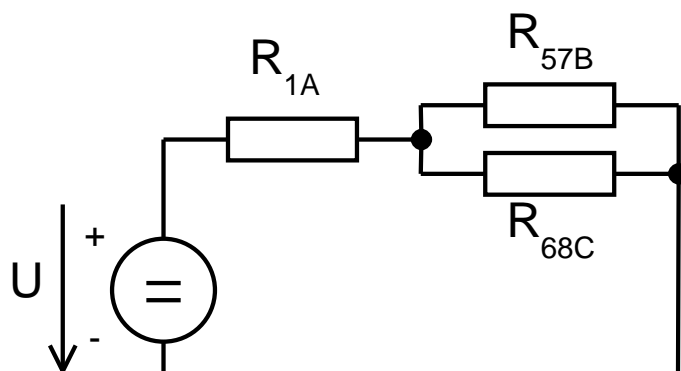
1.4 Třetí zjednodušení

Rezistory R_B a R_{57} jsou zapojeny sériově. Stejně tak rezistory R_C a R_{68} a rezistory R_1 a R_A . Proto je nahradíme rezistory R_{57B} , R_{68C} a R_{1A} podle vzorců:

$$R_{57B} = R_{57} + R_B = 670 + 71.0084 = \mathbf{741.0084 \, \Omega}$$

$$R_{68C} = R_{68} + R_C = 151.5957 + 44.7899 = \mathbf{196.3856 \, \Omega}$$

$$R_{1A} = R_1 + R_A = 350 + 223.9496 = \mathbf{573.9496 \, \Omega}$$

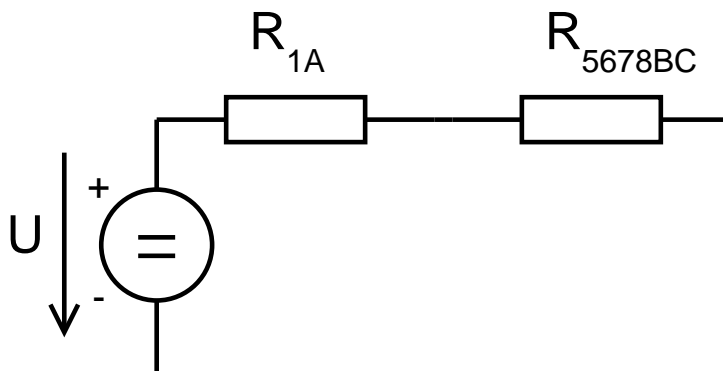


Obrázek 4: 3. úprava schématu

1.5 Čtvrté zjednodušení

Rezistory R_{57B} a R_{68C} jsou zapojeny paralelně. Nahradíme je rezistorem R_{5678BC} podle vzorce:

$$R_{5678BC} = \frac{R_{57B} \cdot R_{68C}}{R_{57B} + R_{68C}} = \frac{741.0084 \cdot 196.3856}{741.0084 + 196.3856} \doteq \mathbf{155.2425 \Omega}.$$

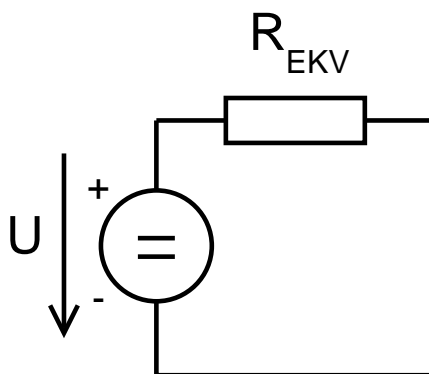


Obrázek 5: 4. úprava schématu

1.6 Výpočet R_{EKV}

Rezistory R_{1A} a R_{5678BC} jsou zapojeny sériově. Nahradíme je rezistorem R_{EKV} podle vzorce:

$$R_{EKV} = R_{1A} + R_{5678BC} = 573.9496 + 155.2425 = \mathbf{729.1921 \Omega}.$$



Obrázek 6: 5. úprava schématu

Pomocí Ohmova zákona dopočítáme proud na R_{EKV} : $I_{R_{EKV}} = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{80}{729.1921} \doteq \mathbf{109.7105 \text{ mA}}$. Protože rezistory na *obrázku 5 (strana 4)* jsou zapojeny do série, protéká nimi stejný proud I roven $I_{R_{EKV}}$.

1.7 Výpočet (6. krok)

Napětí $U_{R_{1A}}$ a $U_{R_{5678BC}}$ na rezistorech z *obrázku 5 (strana 4)* lze dopočítat pomocí Ohmova zákona: $U_{R_{1A}} = R_{1A} \cdot I_{EKV}$ a $U_{R_{5678BC}} = R_{5678BC} \cdot I_{EKV}$.

Napětí $U_{R_{5678BC}}$ je rovno napětí $U_{R_{57B}}$ a $U_{R_{68C}}$ na rezistorech z *obrázku 4 (strana 3)*.

1.8 Výpočet (7. krok)

Díky znalosti napětí $U_{R_{57B}}$ a $U_{R_{68C}}$ lze vypočítat $I_{R_{57B}}$ a $I_{R_{68C}}$ dle vzorců:

$$I_{R_{57B}} = \frac{U_{R_{57B}}}{R_{57B}} \quad \text{a} \quad I_{R_{68C}} = \frac{U_{R_{68C}}}{R_{68C}}. \text{ Dále platí, že } I_{R_{EKV}} = I_{R_{57B}} = I_{R_{68C}}.$$

Pro napětí mezi body **A** a **C** z *obrázku 3 (strana 3)* platí vztah $U_{AC} = U_{R_A} + U_{R_C} = U_{R_3}$.

Podarilo se nám odvodit U_{R_3} .

1.9 Výpočet (8. krok)

Potřebujeme odvodit U_{R_A} a U_{R_C} . Podle Ohmova zákona platí: $U_{R_A} = R_A \cdot I_{R_A}$ a $U_{R_C} = R_C \cdot I_{R_C}$.

Proud I_{R_A} je roven $I_{R_{1A}} = I_{R_{EKV}}$, proud I_{R_C} je roven $I_{R_{68C}}$.

Pro zjištění proudu $I_{R_{68C}}$ využijeme opět Ohmův zákon:

$$I_{R_{68C}} = \frac{U_{R_{68C}}}{R_{68C}}.$$

Napětí $U_{R_{68C}}$ získáme ze vztahu:

$$U_{R_{68C}} = U_{R_{57B}} = U - U_{R_{1A}} = U - (R_{1A} \cdot I_{R_{1A}}) = U - (R_{1A} \cdot I_{R_{EKV}}).$$

$$\text{Po dosazení získáme hodnotu } I_{R_{68C}} = \frac{U_{R_{68C}}}{R_{68C}} = \frac{U - (R_{1A} \cdot I_{R_{EKV}})}{R_{68C}} = \frac{80 - (573.9496 \cdot 0.1097105)}{196.3856} \doteq \mathbf{86.7258 \text{ mA}}.$$

1.10 Výsledek

Nyní už známe všechny potřebné proudy a hodnoty rezistorů a můžeme tak dopočítat samotný proud a napětí na rezistoru R_3 .

$$U_{R_3} = U_{R_A} + U_{R_C} = (R_A \cdot I_{R_{EKV}}) + (R_C \cdot I_{R_{68C}})$$

$$U_{R_3} = (223.9496 \cdot 0.1097105) + (44.7899 \cdot 0.0867258) \doteq \mathbf{28.4541 \text{ V}},$$

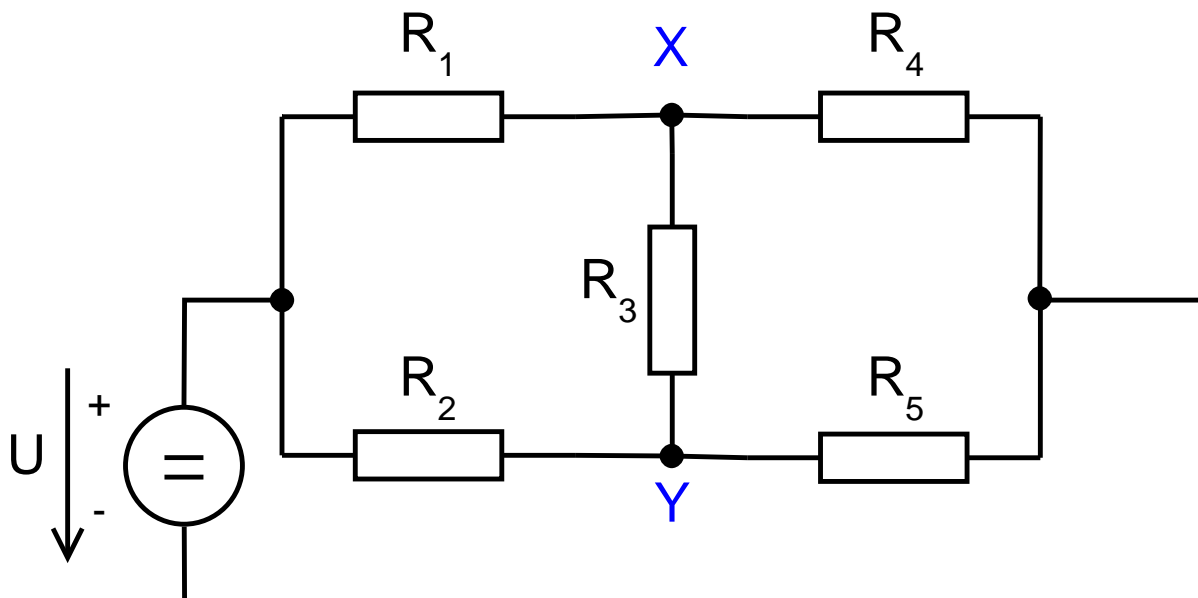
$$I_{R_3} = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{28.4541}{410} \doteq \mathbf{69.4002 \text{ mA}}.$$

2 2. příklad

2.1 Zadání

Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu Théveninovy věty. Jsou zadány tyto hodnoty:

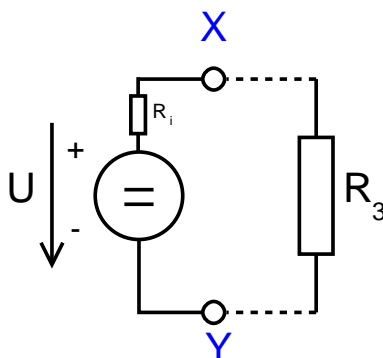
$$\begin{aligned} U &= 180 \text{ V} & R_2 &= 615 \text{ } \Omega & R_4 &= 460 \text{ } \Omega \\ R_1 &= 315 \text{ } \Omega & R_3 &= 180 \text{ } \Omega & R_5 &= 300 \text{ } \Omega \end{aligned}$$



Obrázek 7: Zadané schéma

2.2 Alternativní zapojení

Rezistor R_3 představuje zátěž, zbytek obvodu po odpojení zátěže se pak chová jako skutečný zdroj napětí. Proto lze vyjádřit napětí U_{R_3} jako napětí na svorkách **X** a **Y** $= U_{XY}$ a proud I_{R_3} jako $I_{R_3} = \frac{U_{XY}}{R_i + R_3}$, kde R_i představuje vnitřní odpor nově vzniklého zdroje po odpojení zátěže (viz obrázek 8).

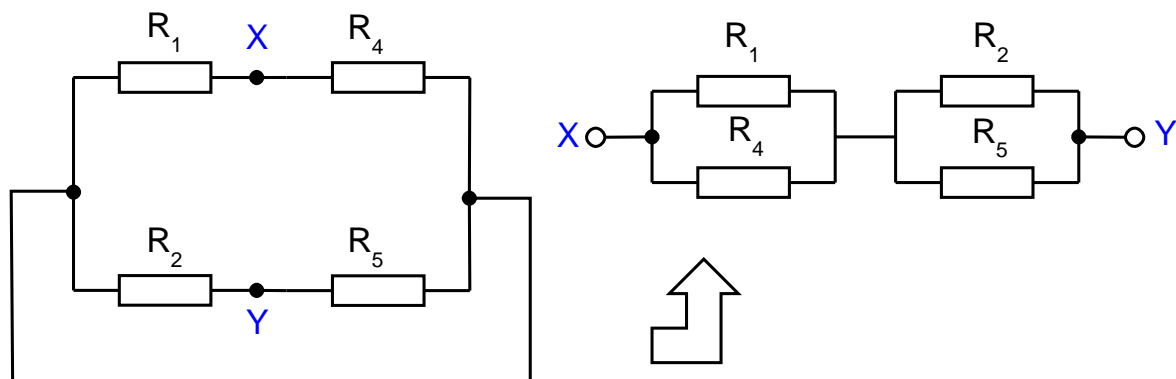


Obrázek 8: Zátěž R_3 a nový zdroj napětí

2.3 Výpočet R_i

R_i si vypočítáme zjednodušením obvodu. Přičemž ideální zdroje napětí v obvodu nahradíme vodičem (mají nekonečně malý odpor) a zdroje proudu odpojíme (mají nekonečně velký odpor).

Vznikne nám nový obvod:



Obrázek 9: Úprava schématu

Rezistory R_1 a R_4 jsou zapojeny paralelně, stejně tak R_2 a R_5 . Proto je nahradíme rezistory R_{14} a R_{25} podle vzorců:

$$R_{14} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} = \frac{315 \cdot 460}{315 + 460} \doteq \mathbf{186.9677 \, \Omega}$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = \frac{315 \cdot 300}{615 + 300} \doteq \mathbf{201.6393 \, \Omega}$$

Tyto rezistory jsou zapojeny do série, takže výsledný rezistor R_i lze vypočítat vztahem $R_i = R_{14} + R_{25} = 186.9677 + 201.6393 = \mathbf{388.6070 \, \Omega}$.

2.4 Výpočet U_{XY}

Dále potřebujeme zjistit U_{XY} , na to využijeme druhý Kirchhoffův zákon o smyčkách:

$U_{XY} = |U_{R_1} - U_{R_2}|$. Napětí U_{R_1} a U_{R_2} získáme ze vztahu $U_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1}$ (U_{R_2} je analogický).

Proud I_{R_1} (I_{R_1} analogicky) je roven $I_{R_1} = I_{R_4} = \frac{U_{R_1} + U_{R_4}}{R_1 + R_4}$, kde platí $U_{R_1} + U_{R_4} = U$.

Tudíž napětí U_{XY} lze odvodit jako

$$U_{XY} = \left| R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_4} - R_2 \cdot \frac{U}{R_2 + R_5} \right| = \left| \frac{315 \cdot 180}{315 + 460} - \frac{615 \cdot 180}{615 + 300} \right| \doteq \mathbf{47.8223 \, V}.$$

2.5 Výsledek

Nyní již není problém vypočítat I_{R_3} : $I_{R_3} = \frac{U_{XY}}{R_i + R_3} = \frac{47.8223}{388.6070 + 180} \doteq \mathbf{84.1043 \, mA}$.

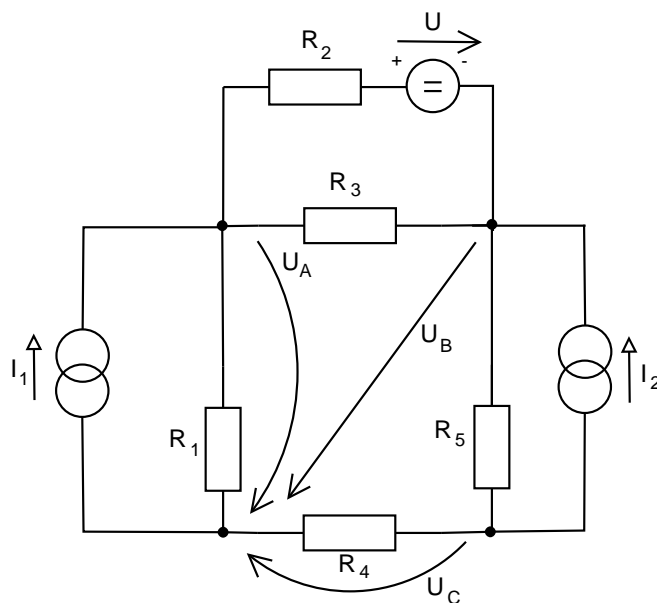
Stejně tak U_{R_3} podle Ohmova zákona: $U_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3} = 180 \cdot 0.0841043 = \mathbf{15.1388 \, V}$.

3 3. příklad

3.1 Zadání

Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C). Jsou zadány tyto hodnoty:

$$\begin{aligned} U &= 145 \text{ V} & R_1 &= 480 \, \Omega & R_4 &= 360 \, \Omega \\ I_1 &= 0.75 \text{ mA} & R_2 &= 440 \, \Omega & R_5 &= 255 \, \Omega \\ I_2 &= 0.85 \text{ mA} & R_3 &= 530 \, \Omega \end{aligned}$$



Obrázek 10: Zadané schéma

3.2 Sestavení rovnic

Podle prvního Kirchhoffova zákona o proudech sestavíme rovnice pro uzly **A**, **B** a **C**:

$$\text{A: } I_1 + I_{R_2} = I_{R_1} + I_{R_3}$$

$$\text{B: } I_2 + I_{R_3} = I_{R_2} + I_{R_5}$$

$$\text{C: } I_{R_5} = I_2 + I_{R_4}$$

Proudy na rezistorech vypočítáme pomocí Ohmova zákona a referenčních napětí U_A , U_B a U_C :

$$U_{R_1} = U_A \quad I_{R_1} = \frac{U_{R_1}}{R_1} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$U_{R_2} = U - U_{R_3} = U - U_A + U_B \quad I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{U - U_A + U_B}{R_2}$$

$$U_{R_3} = U_A - U_B \quad I_{R_3} = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$U_{R_4} = U_C \quad I_{R_4} = \frac{U_{R_4}}{R_4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$U_{R_5} = U_B - U_C \quad I_{R_5} = \frac{U_{R_5}}{R_5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

3.3 Výpočet

Po dosazení získáme soustavu tří rovnic o třech neznámých:

$$\begin{aligned} I_1 + \frac{U - U_A + U_B}{R_2} &= \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_A - U_B}{R_3} \\ I_2 + \frac{U_A - U_B}{R_3} &= \frac{U - U_A + U_B}{R_2} + \frac{U_B - U_C}{R_5} \\ \frac{U_B - U_C}{R_5} &= I_2 + \frac{U_C}{R_4} \end{aligned}$$

Dosadíme konkrétní hodnoty a spočítáme referenčních napětí U_A , U_B a U_C :

$$\begin{aligned} 0.75 + \frac{145 - U_A + U_B}{440} &= \frac{U_A}{480} + \frac{U_A - U_B}{530} \\ 0.85 + \frac{U_A - U_B}{530} &= \frac{145 - U_A + U_B}{440} + \frac{U_B - U_C}{255} \\ \frac{U_B - U_C}{255} &= 0.85 + \frac{U_C}{360} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{U_A}{440} + \frac{U_A}{480} + \frac{U_A}{530} - \frac{U_B}{440} - \frac{U_B}{530} &= \frac{3}{4} + \frac{29}{88} \\ \frac{U_A}{530} + \frac{U_A}{440} - \frac{U_B}{530} - \frac{U_B}{440} - \frac{U_B}{255} + \frac{U_C}{255} &= \frac{29}{88} - \frac{17}{20} \\ \frac{U_B}{255} - \frac{U_C}{255} - \frac{U_C}{360} &= \frac{17}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{ccc|c} \frac{97}{23320} & \frac{-9611}{1189320} & \frac{1}{255} & \frac{-229}{440} \\ \frac{1747}{279840} & \frac{-97}{23320} & 0 & \frac{95}{88} \\ 0 & \frac{1}{255} & \frac{-41}{6120} & \frac{17}{20} \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-9611}{4947} & \frac{4664}{4947} & \frac{-12137}{97} \\ 0 & \frac{18923}{2374560} & \frac{-1747}{296820} & \frac{86633}{46560} \\ 0 & \frac{1}{255} & \frac{-41}{6120} & \frac{17}{20} \end{array} \right) \sim \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-9611}{4947} & \frac{4664}{4947} & \frac{-12137}{97} \\ 0 & 1 & \frac{-13976}{18923} & \frac{4418283}{18923} \\ 0 & \frac{1}{255} & \frac{-41}{6120} & \frac{17}{20} \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-9611}{4947} & \frac{4664}{4947} & \frac{-12137}{97} \\ 0 & 1 & \frac{-13976}{18923} & \frac{4418283}{18923} \\ 0 & 0 & \frac{-25907}{6812280} & \frac{-24841}{378460} \end{array} \right) \sim \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-9611}{4947} & \frac{4664}{4947} & \frac{-12137}{97} \\ 0 & 1 & \frac{-13976}{18923} & \frac{4418283}{18923} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{447138}{25907} \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{-9611}{4947} & 0 & \frac{-6040515947}{42720643} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{6379203}{25907} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{447138}{25907} \end{array} \right) \sim \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{8730336}{25907} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{6379203}{25907} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{447138}{25907} \end{array} \right) &\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 336.9875 \\ 0 & 1 & 0 & 246.2347 \\ 0 & 0 & 1 & 17.2594 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Získali jsme napětí $U_A \doteq \mathbf{336.9875 \text{ V}}$, $U_B \doteq \mathbf{246.2347 \text{ V}}$ a $U_C \doteq \mathbf{17.2594 \text{ V}}$.

3.4 Výsledek

Nyní spočítáme napětí na rezistoru R_3 podle vzorce $U_{R_3} = U_A - U_B$.

$$U_{R_3} = 336.9875 - 246.2347 \doteq \mathbf{90.7528 \text{ V}}.$$

Proud zjistíme podle Ohmova zákona $I_{R_3} = \frac{U_{R_3}}{R_3} = \frac{90.7528}{530} \doteq \mathbf{171.2317 \text{ mA}}$.

4 4. příklad

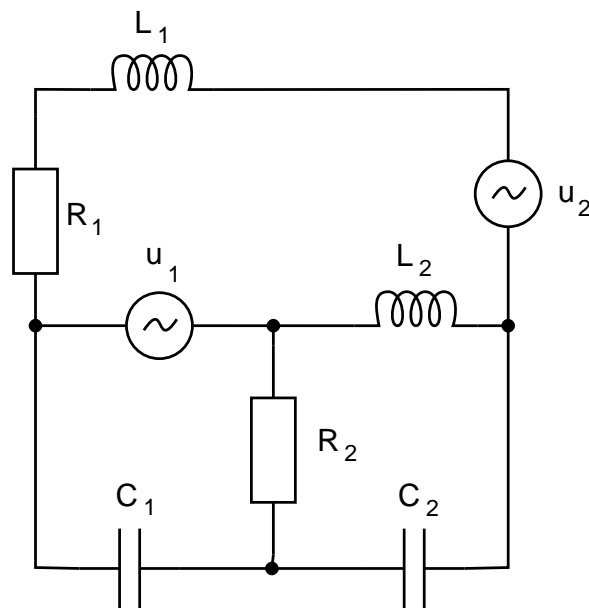
4.1 Zadání

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Jsou zadány tyto hodnoty:

$$\begin{array}{lll} U_1 = 35 \text{ V} & R_1 = 125 \text{ } \Omega & L_2 = 100 \text{ mH} \\ U_2 = 55 \text{ V} & R_2 = 140 \text{ } \Omega & C_1 = 200 \text{ } \mu\text{F} \\ f = 70 \text{ Hz} & L_1 = 120 \text{ mH} & C_2 = 105 \text{ } \mu\text{F} \end{array}$$



Obrázek 11: Zadané schéma

4.2 Určení impedancí

Nejdříve si určíme fázovou rychlost ω : $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 70 \cdot \pi = 140\pi$

Dále si určíme impedance všech součástek:

$$\begin{aligned} X_{R_1} &= R_1 = \mathbf{125 \text{ } \Omega} \\ X_{R_2} &= R_2 = \mathbf{140 \text{ } \Omega} \\ X_{L_1} &= j\omega L_1 = j \cdot 140\pi \cdot 0.12 = \mathbf{16.8\pi j \text{ } \Omega} \\ X_{L_2} &= j\omega L_1 = j \cdot 140\pi \cdot 0.1 = \mathbf{14\pi j \text{ } \Omega} \\ X_{C_1} &= \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1}{j \cdot 140\pi \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = \frac{\mathbf{250}}{\mathbf{7\pi j}} \text{ } \Omega \\ X_{C_2} &= \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{1}{j \cdot 140\pi \cdot 105 \cdot 10^{-6}} = \frac{\mathbf{10000}}{\mathbf{147\pi j}} \text{ } \Omega \end{aligned}$$

4.3 Sestavení rovnic

$$\begin{aligned} I_A \cdot X_{R_1} + I_A \cdot X_{L_1} + (I_A - I_C) \cdot X_{L_2} &= U_1 + U_2 \\ (I_B - I_C) \cdot R_2 + I_B \cdot X_{C_1} &= -U_1 \\ (I_C - I_B) \cdot R_2 + (I_C - I_A) \cdot X_{L_2} + I_C \cdot X_{C_2} &= 0 \end{aligned}$$

Rovnice přepíšeme do matice:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} X_{R_1} + X_{L_1} + X_{L_2} & 0 & -X_{L_2} & U_1 + U_2 \\ 0 & X_{R_2} + X_{C_1} & -X_{R_2} & -U_1 \\ -X_{L_2} & -X_{R_2} & X_{R_2} + X_{L_2} + X_{C_2} & 0 \end{array} \right)$$

Dosadíme konkrétní hodnoty a vyřešíme.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 125 + 16.8\pi j + 14\pi j & 0 & -14\pi j & 35 + 55 \\ 0 & 140 + \frac{250}{7\pi j} & -140 & -35 \\ -14\pi j & -140 & 140 + 14\pi j + \frac{10000}{147\pi j} & 0 \end{array} \right) \sim$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -0.1874 - 0.2661j \\ 0 & 1 & 0 & -1.5699 + 1.8660j \\ 0 & 0 & 1 & -1.1684 + 1.9935j \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0.3254 \\ 0 & 1 & 0 & 2.4385 \\ 0 & 0 & 1 & 2.3106 \end{array} \right)$$

4.4 Výsledné napětí

Získali jsme proud I_C , který je roven proudu na C_2 (I_{C_2}), zbývá určit U_{C_2} .

$$\begin{aligned} U_{C_2} &= I_{C_2} \cdot X_{C_2} \\ U_{C_2} &= (-1.1684 + 1.9935j) \cdot \frac{10000}{147\pi j} \text{ V} \\ U_{C_2} &= 43.1667 + 25.3002j \text{ V} \\ |\mathbf{U}_{C_2}| &= \mathbf{50.0347 \text{ V}} \end{aligned}$$

4.5 Určení φ_{C_2}

$$\begin{aligned} \tan \varphi_{C_2} &= \frac{\text{Im}(U_{C_2})}{\text{Re}(U_{C_2})} \\ \varphi_{C_2} &= \mathbf{0.5301\pi} \end{aligned}$$

5 5. příklad

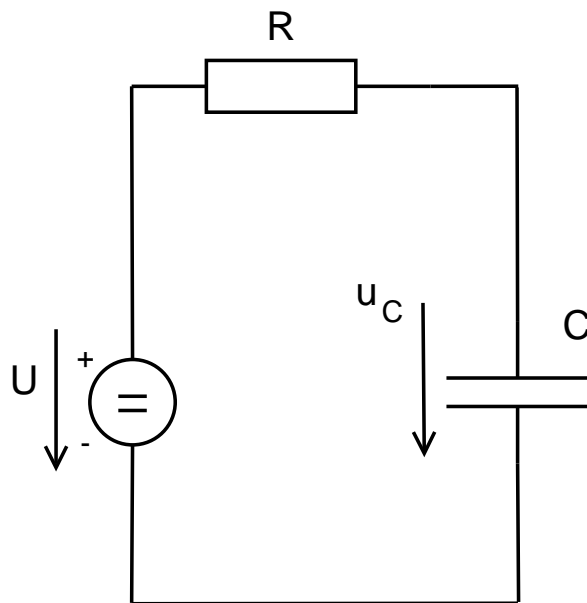
5.1 Zadání

Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu. Dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$.

Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Jsou zadány tyto hodnoty:

$$U = 7 \text{ V} \quad C = 45 \text{ F} \quad R = 25 \text{ } \Omega \quad u_C(0) = 3 \text{ V}$$



Obrázek 12: Zadané schéma

5.2 Sestavení rovnice

$$u'_C = \frac{1}{C} \cdot I$$

$$u'_C = \frac{1}{C} \cdot \frac{U - u_C}{R} \quad U_R + u_C = U$$

$$u'_C = \frac{1}{45} \cdot \frac{7 - u_C}{25} \quad R \cdot I + U_C = U$$

$$u'_C = \frac{7 - u_C}{1080} \quad I = \frac{U - u_C}{R}$$

$$u'_C + \frac{1}{1080} u_C = \frac{7}{1080}$$

5.3 Charakteristická rovnice

$$\begin{aligned} \lambda + \frac{1}{1080} &= 0 \\ \lambda &= -\frac{1}{1080} \end{aligned}$$

5.4 Obecný tvar řešení

$$\begin{aligned}u_c(t) &= K \cdot e^{\lambda t} \\u_c(t) &= K \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \\u'_c(t) &= K' \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} + K \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \cdot \frac{-1}{1080}\end{aligned}$$

Dosadíme do sestavené rovnice:

$$\begin{aligned}u'_c + \frac{1}{1080}u_c &= \frac{7}{1080} \\K' \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} + K \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \cdot \frac{-1}{1080} + \frac{1}{1080} \cdot K \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} &= \frac{7}{1080} \\K' \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} &= \frac{7}{1080} \\K' &= \frac{7 \cdot e^{\frac{1}{1080}t}}{1080}\end{aligned}$$

Provedeme integraci:

$$\begin{aligned}\int K' dt &= \int \frac{7}{1080} \cdot e^{\frac{1}{1080}t} dt \\K + A &= \frac{7}{1080} \int e^{\frac{1}{1080}t} dt \\K + A &= \frac{7}{1080} \cdot \frac{1}{\frac{1}{1080}} \cdot e^{\frac{1}{1080}t} \\K &= 7e^{\frac{1}{1080}t} - A\end{aligned}$$

Dosadíme K zpět do charakteristické rovnice:

$$\begin{aligned}u_c(t) &= \left(7e^{\frac{1}{1080}t} - A\right) \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \\u_c(t) &= 7e^0 - A \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \\u_c(t) &= 7 - A \cdot e^{\frac{-1}{1080}t}\end{aligned}$$

Vliv počáteční podmínky:

$$\begin{aligned}u_c(0) &= 5 \text{ V} \\5 &= 7 - A \cdot e^0 \\5 &= 7 - A \\A &= 2\end{aligned}$$

5.5 Výsledek

$$\mathbf{u_c(t) = 7 - 2e^{\frac{-1}{1080}t}}$$

5.6 Zkouška

$$u'_c + \frac{1}{1080}u_c = \frac{7}{1080}$$

$$u_c = 7 - 2e^{\frac{-1}{1080}t}$$

$$u'_c = 0 - 2 \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} \cdot \frac{-1}{1080}$$

$$\frac{2}{1080} \cdot e^{\frac{-1}{1080}t} + \frac{1}{1080} \cdot (7 - 2e^{\frac{-1}{1080}t}) = \frac{7}{1080}$$

$$2e^{\frac{-1}{1080}t} + 7 - 2e^{\frac{-1}{1080}t} = 7$$

$$7 = 7$$

Ověřeno

6 Výsledky

Příklad 1 <i>varianta A</i>	$U_{R_3} = 28.4541 \text{ V}$ $I_{R_3} = 69.4002 \text{ mA}$
Příklad 2 <i>varianta G</i>	$U_{R_3} = 15.1388 \text{ V}$ $I_{R_3} = 84.1043 \text{ mA}$
Příklad 3 <i>varianta F</i>	$U_{R_3} = 90.7528 \text{ V}$ $I_{R_3} = 171.2317 \text{ mA}$
Příklad 4 <i>varianta A</i>	$ U_{C_2} = 50.0347 \text{ V}$ $\varphi_{C_2} = 0.5301\pi$
Příklad 5 <i>varianta G</i>	$u'_c + \frac{1}{1080}u_c = \frac{7}{1080}$ $u_c(t) = 7 - 2e^{\frac{-1}{1080}t}$