

# Вычисления на видеокартах

## Лекция 10: SDF

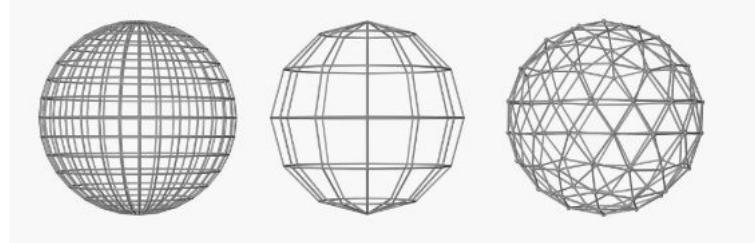
- Signed Distance Functions
- Ray marching
- Применения в физических симуляциях, глобальном освещении и навигации роботов

# Мотивация

- Обычный способ рендеринга: рисуем модель как множество треугольничков
- Что если хотим отрисовать сферу/другой геометрический примитив?
  - В математическом смысле элементарный объект
  - Если рисовать треугольниками, то надо получить модель
- Что если хотим динамически накинуть морфологических/булевых операций? Диляция/эрозия, объединить/вычесть модели
- Что если хотим объединять сущности разных типов? Математические + полигональные?

```
// pseudocode
bool sphere(vec3 center, float r, vec3 pos) {
    return length(pos - center) == r;
}
```

VS



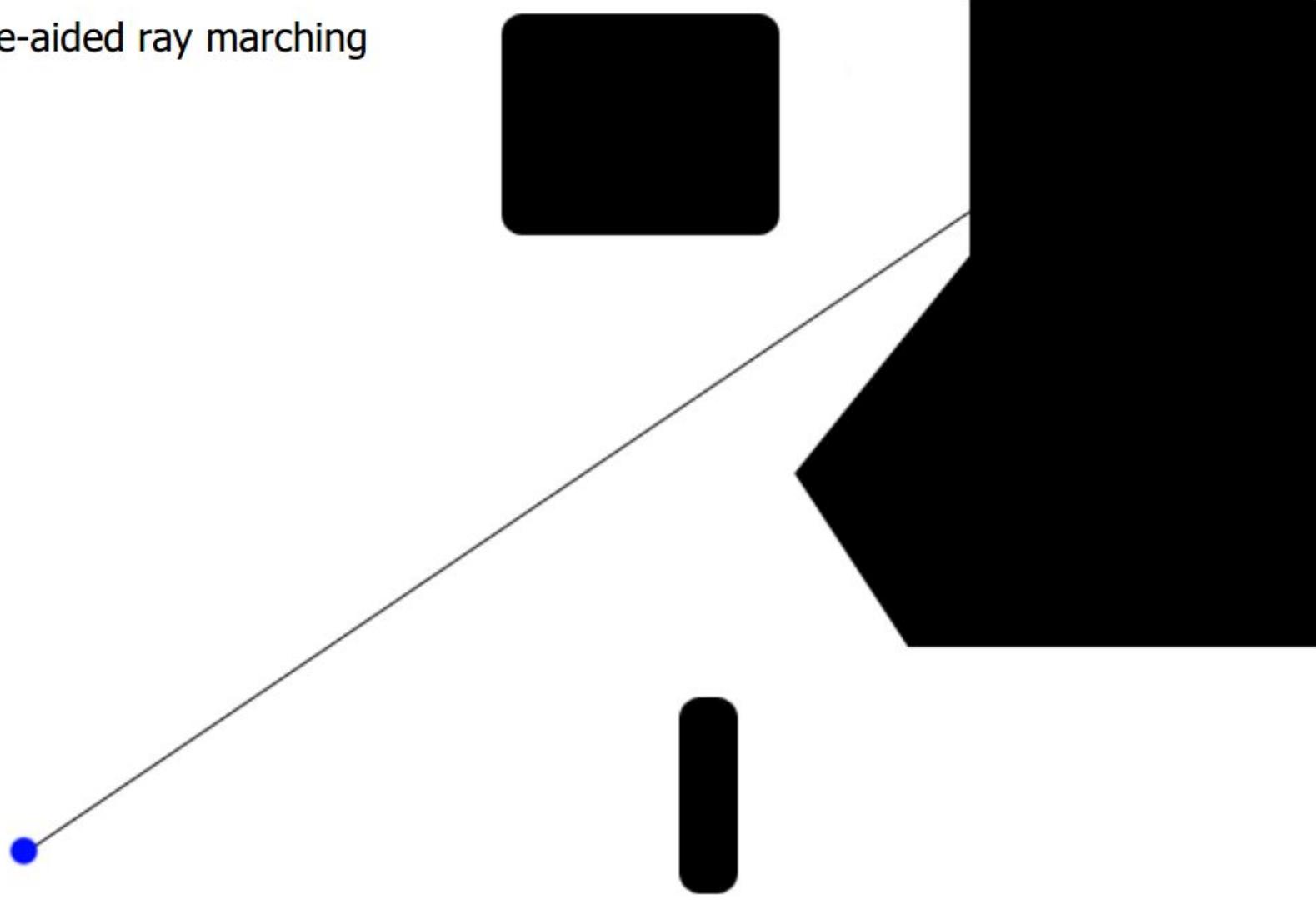
# Signed Distance Field

- Функция, возвращающая для заданной точки расстояние до поверхности объекта
- Расстояние **положительное** если точка снаружи объекта
- Расстояние **отрицательное** если точка внутри
- Равно нулю на границе

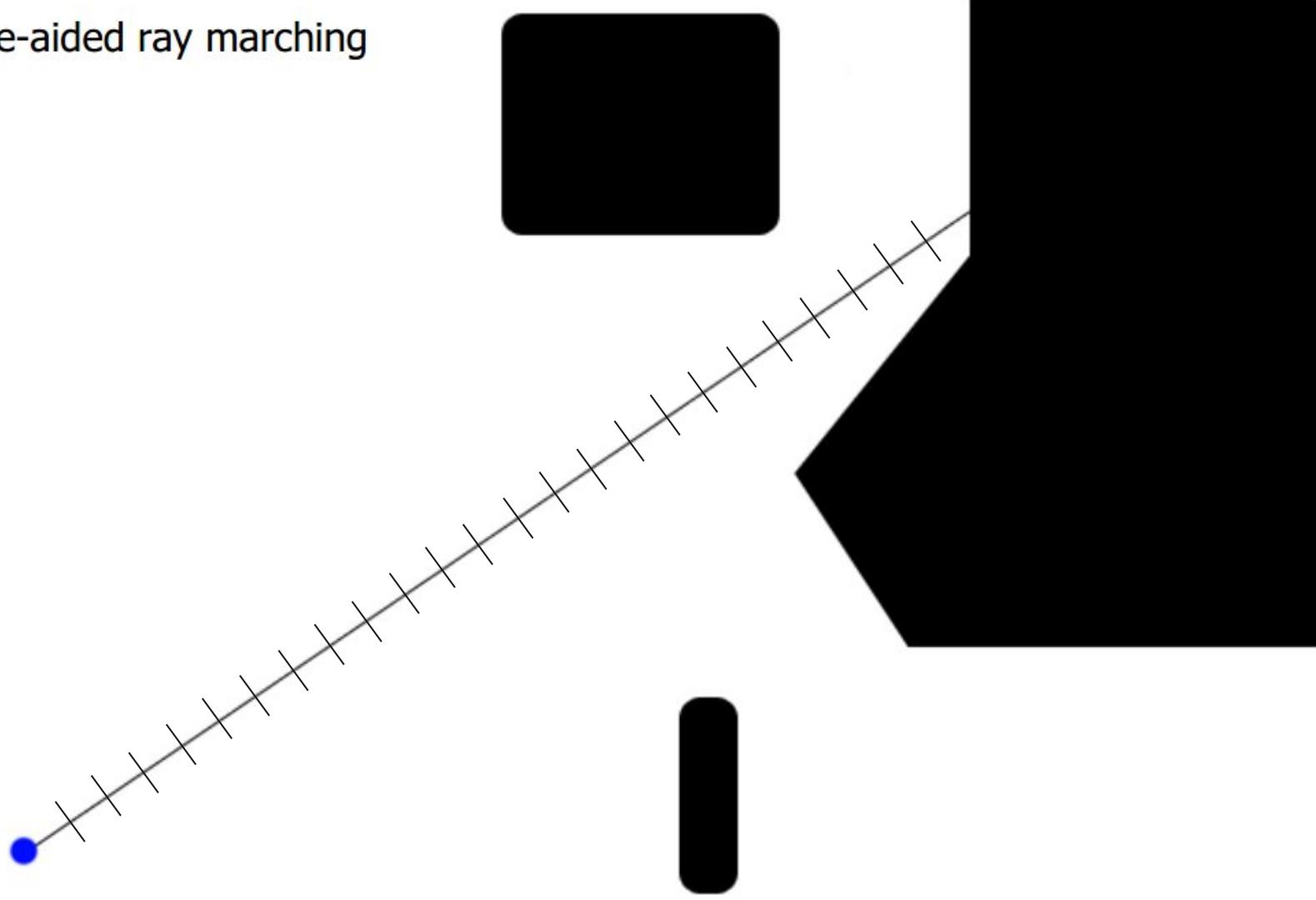


<https://www.shadertoy.com/view/3tyBzV>

## Distance-aided ray marching



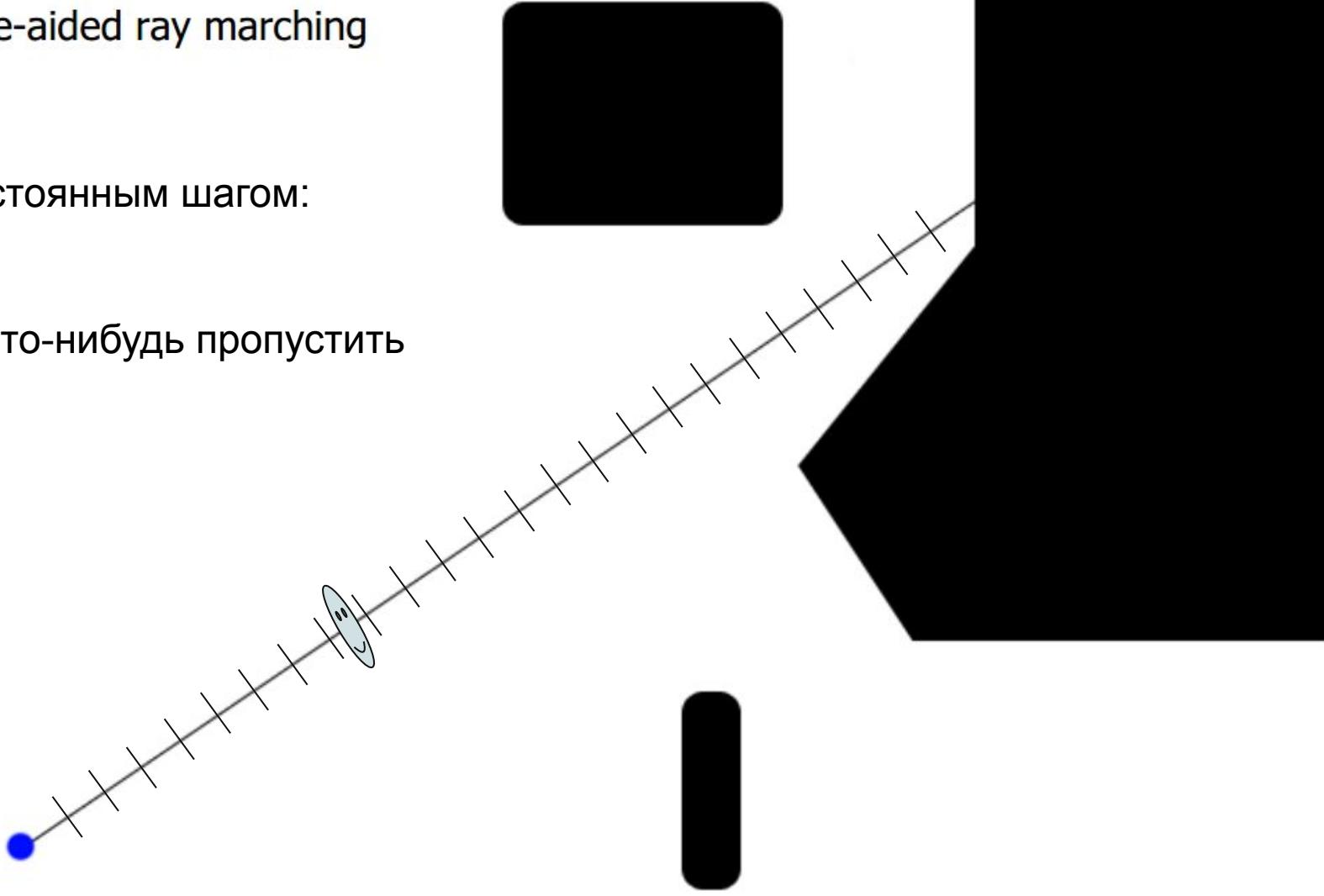
## Distance-aided ray marching



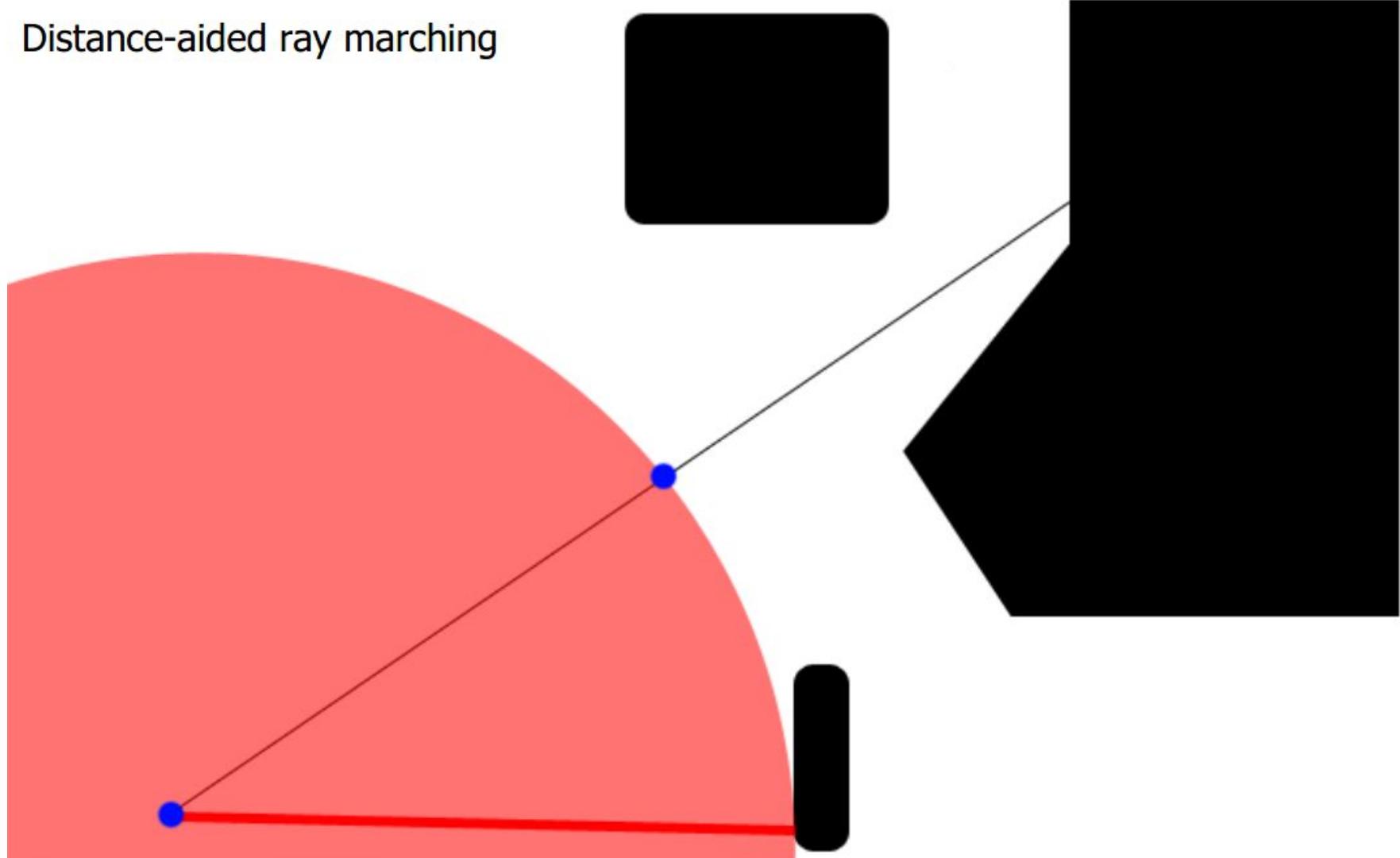
## Distance-aided ray marching

Подход с постоянным шагом:

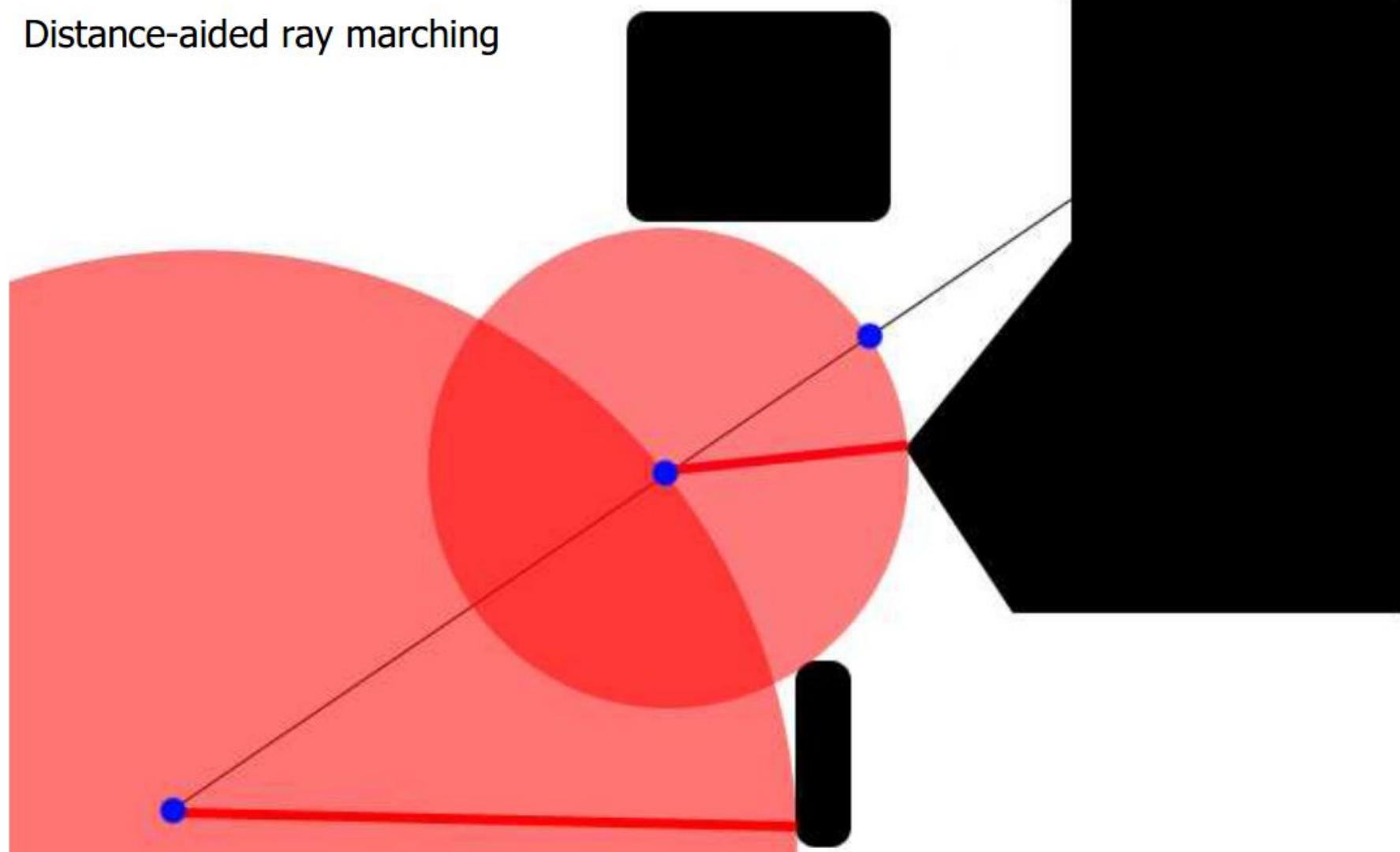
- Долго
- Можно что-нибудь пропустить



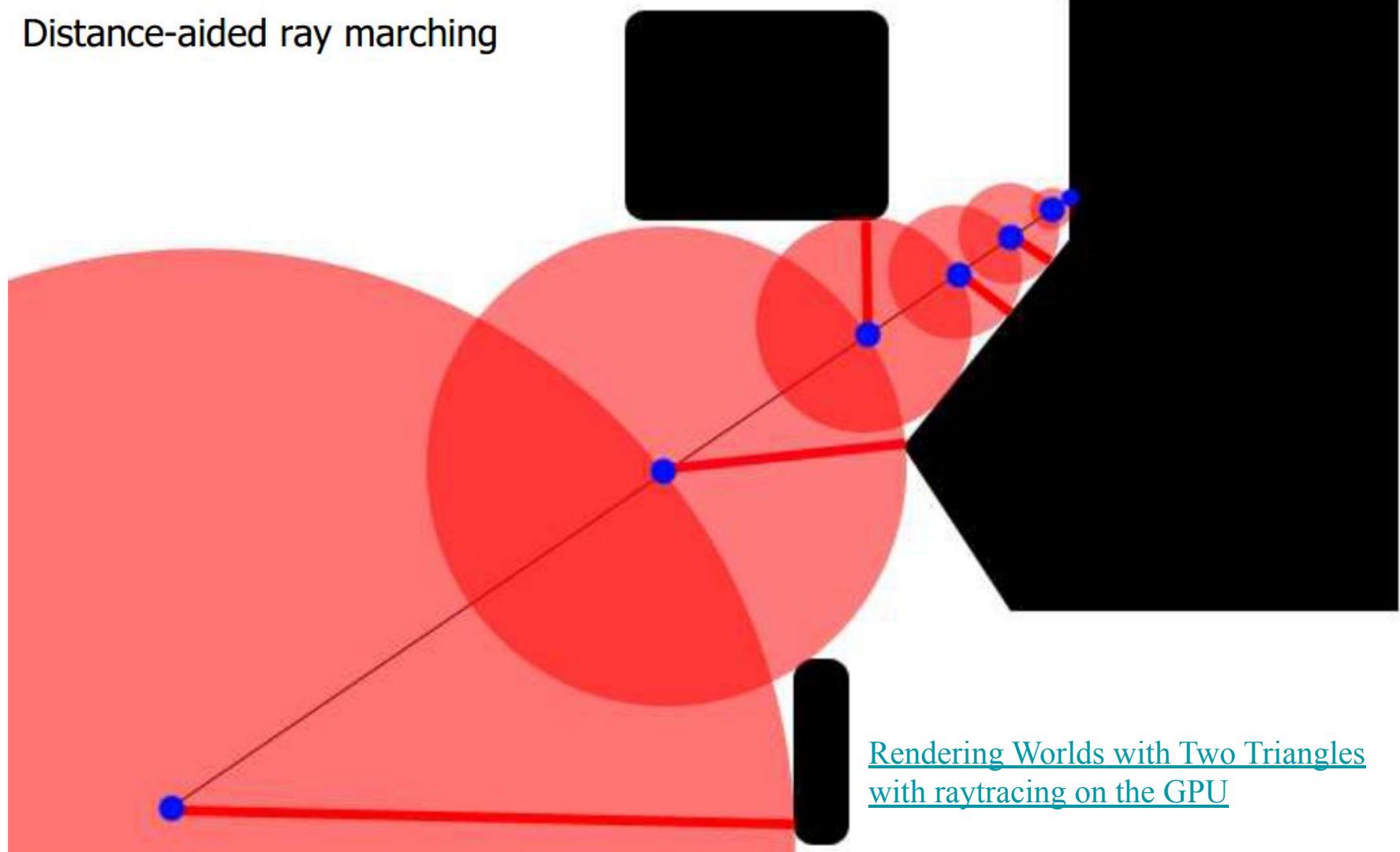
## Distance-aided ray marching



## Distance-aided ray marching



## Distance-aided ray marching



[Rendering Worlds with Two Triangles  
with raytracing on the GPU](#)

# Signed Distance Field

- Альтернатива полигональной геометрии, [2D](#), [3D](#)
- Позволяет выполнять трассировку лучей быстрее чем подход с константным шагом
- Большая гибкость в математическом формулировании геометрии сцены, в несколько строчек можно:
  - [выполнять булевы операции над объемами](#)
  - [закручивать и загибать фигуры](#)
  - [подсчитывать освещение и затенение](#)
  - [процедурно генерировать шероховатость материала, геологический ландшафт, текстуру](#)
- Можно использовать для ускорения трассировки полигональных моделей, векторизации дискретных симуляций (например, [ткань](#))

# Примеры SDF



**Circle - exact** (<https://www.shadertoy.com/view/3ltSW2>)

```
float sdCircle( vec2 p, float r )
{
    return length(p) - r;
}
```



**Sphere - exact** (<https://www.shadertoy.com/view/Xds3zN>)

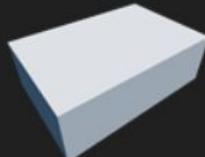
```
float sdSphere( vec3 p, float s )
{
    return length(p) -s;
}
```

# Примеры SDF



**Box - exact** (<https://www.youtube.com/watch?v=62-pRVZuS5c>)

```
float sdBox( in vec2 p, in vec2 b )  
{  
    vec2 d = abs(p) - b;  
    return length(max(d, 0.0)) + min(max(d.x, d.y), 0.0);  
}
```



**Box - exact** (Youtube Tutorial with derivation: <https://www.youtube.com/watch?v=62-pRVZuS5c>)

```
float sdBox( vec3 p, vec3 b )  
{  
    vec3 q = abs(p) - b;  
    return length(max(q, 0.0)) + min(max(q.x, max(q.y, q.z)), 0.0);  
}
```

# Примеры SDF



**Hexagram - exact** (<https://www.shadertoy.com/view/tt23RR>)

```
float sdHexagram( in vec2 p, in float r )
{
    const vec4 k = vec4(-0.5,0.8660254038,0.5773502692,1.7320508076);
    p = abs(p);
    p -= 2.0*min(dot(k.xy,p),0.0)*k.xy;
    p -= 2.0*min(dot(k.yx,p),0.0)*k.yx;
    p = vec2(clamp(p.x,r*k.z,r*k.w),r);
    return length(p)*sign(p.y);
}
```

# Примеры SDF



**Heart - exact** (<https://www.shadertoy.com/view/3tyBzV>)

```
float sdHeart( in vec2 p )
{
    p.x = abs(p.x);

    if( p.y+p.x>1.0 )
        return sqrt(dot2(p-vec2(0.25,0.75))) - sqrt(2.0)/4.0;
    return sqrt(min(dot2(p-vec2(0.00,1.00)),
                    dot2(p-0.5*max(p.x+p.y,0.0)))) * sign(p.x-p.y);
}
```

# Примеры SDF

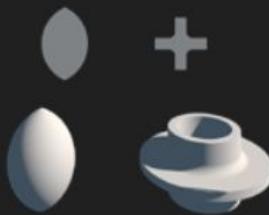


Triangle - exact (<https://www.shadertoy.com/view/XsXSz4>)

```
float sdTriangle( in vec2 p, in vec2 p0, in vec2 p1, in vec2 p2 )
{
    vec2 e0 = p1-p0, e1 = p2-p1, e2 = p0-p2;
    vec2 v0 = p -p0, v1 = p -p1, v2 = p -p2;
    vec2 pq0 = v0 - e0*clamp( dot(v0,e0)/dot(e0,e0) , 0.0 , 1.0 );
    vec2 pq1 = v1 - e1*clamp( dot(v1,e1)/dot(e1,e1) , 0.0 , 1.0 );
    vec2 pq2 = v2 - e2*clamp( dot(v2,e2)/dot(e2,e2) , 0.0 , 1.0 );
    float s = sign( e0.x*e2.y - e0.y*e2.x );
    vec2 d = min(min(vec2(dot(pq0,pq0) , s*(v0.x*e0.y-v0.y*e0.x)) ,
                    vec2(dot(pq1,pq1) , s*(v1.x*e1.y-v1.y*e1.x))), 
                    vec2(dot(pq2,pq2) , s*(v2.x*e2.y-v2.y*e2.x)));
    return -sqrt(d.x)*sign(d.y);
}
```

# Примеры SDF

Можно получать 3D объекты из 2D путем вращения и экструзии



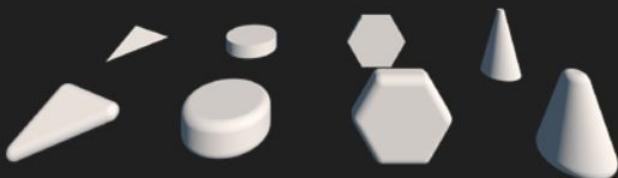
```
float opRevolution( in vec3 p, in sdf2d primitive, in float o )
{
    vec2 q = vec2( length(p.xz) - o, p.y );
    return primitive(q)
}
```



```
float opExtrusion( in vec3 p, in sdf2d primitive, in float h )
{
    float d = primitive(p.xy)
    vec2 w = vec2( d, abs(p.z) - h );
    return min(max(w.x,w.y),0.0) + length(max(w,0.0));
}
```

# Примеры SDF

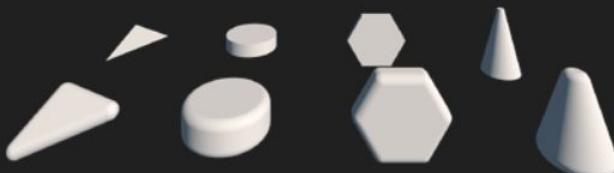
## Морфология, булевы операции



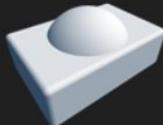
```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )
{
    return primitive(p) - rad
}
```

# Примеры SDF

## Морфология, булевы операции



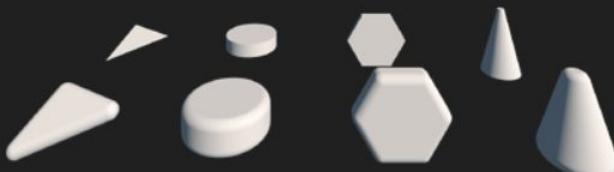
```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )  
{  
    return primitive(p) - rad  
}
```



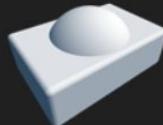
```
float opUnion( float d1, float d2 )  
{  
    return ?????  
}
```

# Примеры SDF

## Морфология, булевы операции



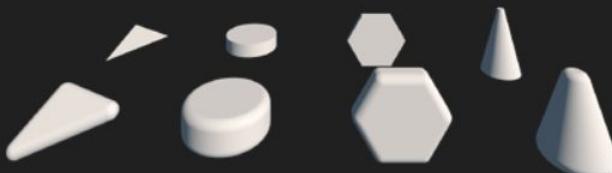
```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )
{
    return primitive(p) - rad
}
```



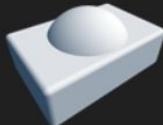
```
float opUnion( float d1, float d2 )
{
    return min(d1,d2);
}
```

# Примеры SDF

## Морфология, булевы операции



```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )  
{  
    return primitive(p) - rad  
}
```



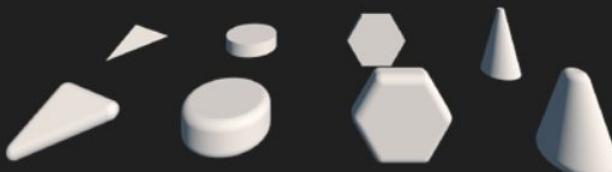
```
float opUnion( float d1, float d2 )  
{  
    return min(d1,d2);  
}
```



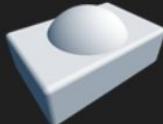
```
float opIntersection( float d1, float d2 )  
{  
    return ?????  
}
```

# Примеры SDF

## Морфология, булевы операции



```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )
{
    return primitive(p) - rad
}
```



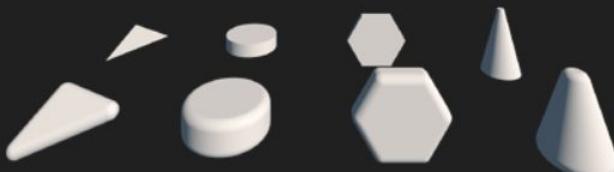
```
float opUnion( float d1, float d2 )
{
    return min(d1,d2);
}
```



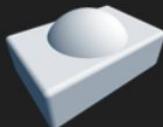
```
float opIntersection( float d1, float d2 )
{
    return max(d1,d2);
}
```

# Примеры SDF

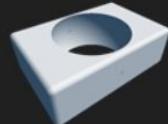
## Морфология, булевы операции



```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )  
{  
    return primitive(p) - rad  
}
```



```
float opUnion( float d1, float d2 )  
{  
    return min(d1,d2);  
}
```



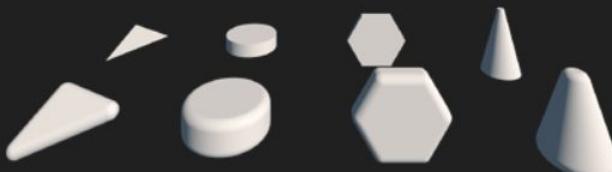
```
float opSubtraction( float d1, float d2 )  
{  
    return ?????;  
}
```



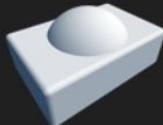
```
float opIntersection( float d1, float d2 )  
{  
    return max(d1,d2);  
}
```

# Примеры SDF

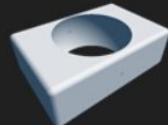
## Морфология, булевы операции



```
float opRound( in sdf3d primitive, in float rad )
{
    return primitive(p) - rad
}
```



```
float opUnion( float d1, float d2 )
{
    return min(d1,d2);
}
```



```
float opSubtraction( float d1, float d2 )
{
    return max(-d1,d2);
}
```

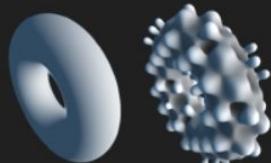


```
float opIntersection( float d1, float d2 )
{
    return max(d1,d2);
}
```

# Примеры SDF

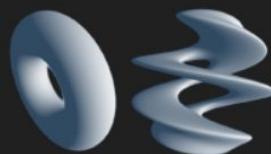
## Displacement

The displacement example below is using  $\sin(20 \cdot p.x) \cdot \sin(20 \cdot p.y) \cdot \sin(20 \cdot p.z)$  as displacement pattern, but you can of course use anything you might imagine.



```
float opDisplace( in sdf3d primitive, in vec3 p )
{
    float d1 = primitive(p);
    float d2 = displacement(p);
    return d1+d2;
}
```

## Twist

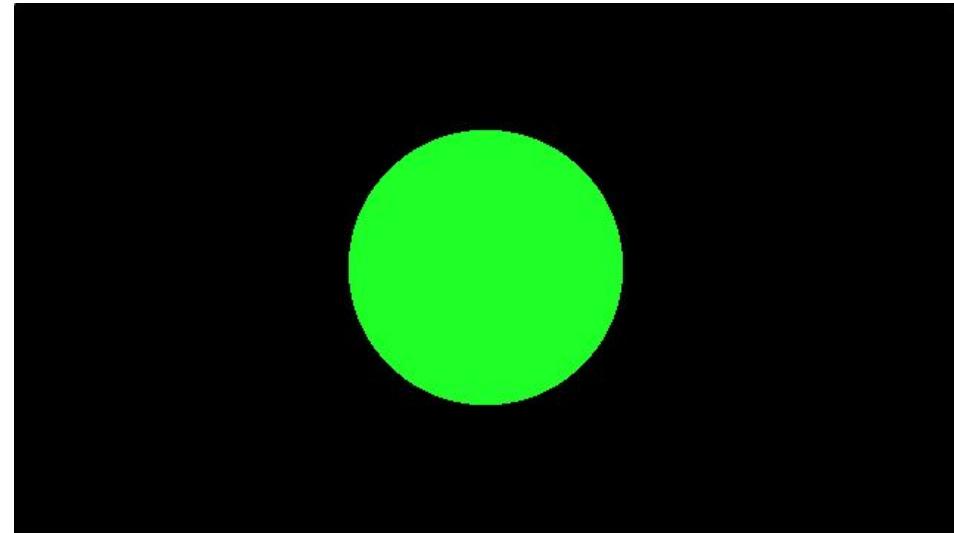


```
float opTwist( in sdf3d primitive, in vec3 p )
{
    const float k = 10.0; // or some other amount
    float c = cos(k*p.y);
    float s = sin(k*p.y);
    mat2 m = mat2(c,-s,s,c);
    vec3 q = vec3(m*p.xz,p.y);
    return primitive(q);
}
```

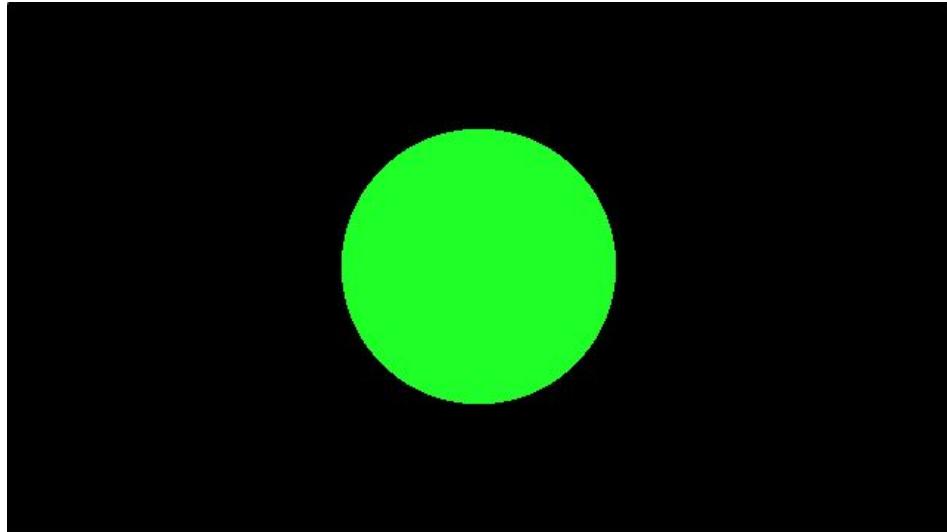


- Пример: [Painting a Character with Maths](#)

```
float sdfSphere(vec3 center, float r, vec3 pos) {  
    return length(pos - center) - r;  
}
```



```
float sdfSphere(vec3 center, float r, vec3 pos) {
    return length(pos - center) - r;
}
vec4 sdfTotal(vec3 pos) {
    vec4 res = vec4(INF, BLACK);
    // sphere
    {
        float dist = sdfSphere(vec3(0, 0, 2), 0.5, pos);
        if (dist < res.x) {
            res = vec4(dist, GREEN);
        }
    }
    return res;
}
// returns depth, color
vec4 traceScene(vec3 from, vec3 dir) {
    float depth = 0.f;
    for (int iter = 0; iter < 1000; ++iter) {
        vec4 dist = sdfTotal(from + depth * dir);
        if (dist.x < EPS) {
            return vec4(depth, dist.yzw);
        }
        depth += dist.x;
    }
    return vec4(INF, BLACK);
}
```



```

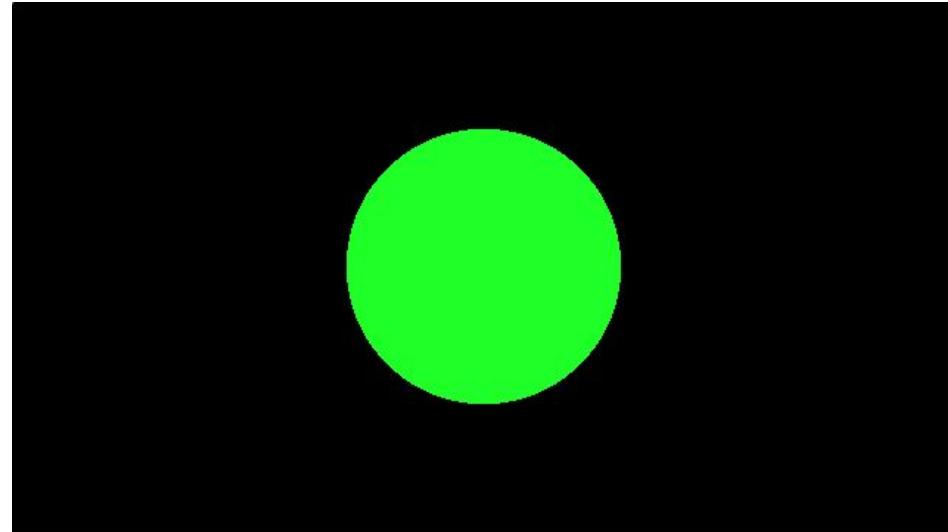
float sdfSphere(vec3 center, float r, vec3 pos) {
    return length(pos - center) - r;
}
vec4 sdfTotal(vec3 pos) {
    vec4 res = vec4(INF, BLACK);
    // sphere
    {
        float dist = sdfSphere(vec3(0, 0, 2), 0.5, pos);
        if (dist < res.x) {
            res = vec4(dist, GREEN);
        }
    }
    return res;
}
// returns depth, color
vec4 traceScene(vec3 from, vec3 dir) {
    float depth = 0.f;
    for (int iter = 0; iter < 1000; ++iter) {
        vec4 dist = sdfTotal(from + depth * dir);
        if (dist.x < EPS) {
            return vec4(depth, dist.yzw);
        }
        depth += dist.x;
    }
    return vec4(INF, BLACK);
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



# Как найти нормаль?

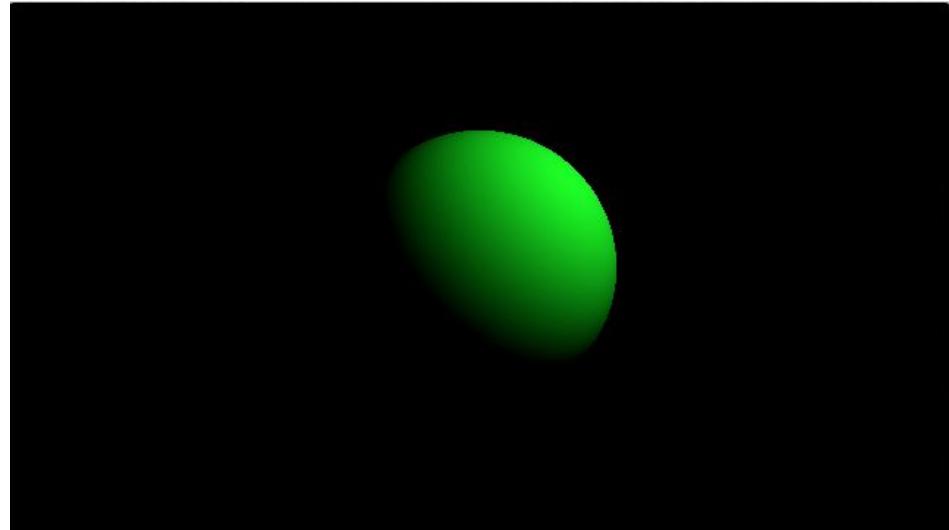
```
float shading(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    vec3 n = normal(pos);
    vec3 dir_to_light = normalize(light_pos - pos);
    return max(0.f, dot(n, dir_to_light));
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    col *= shading(pos, light_pos);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}
```



# Как найти нормаль?

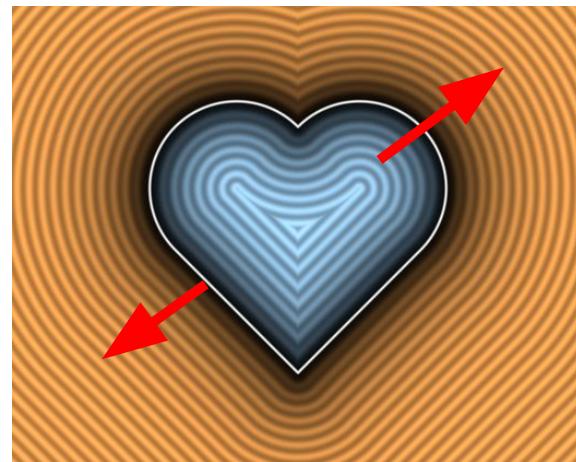
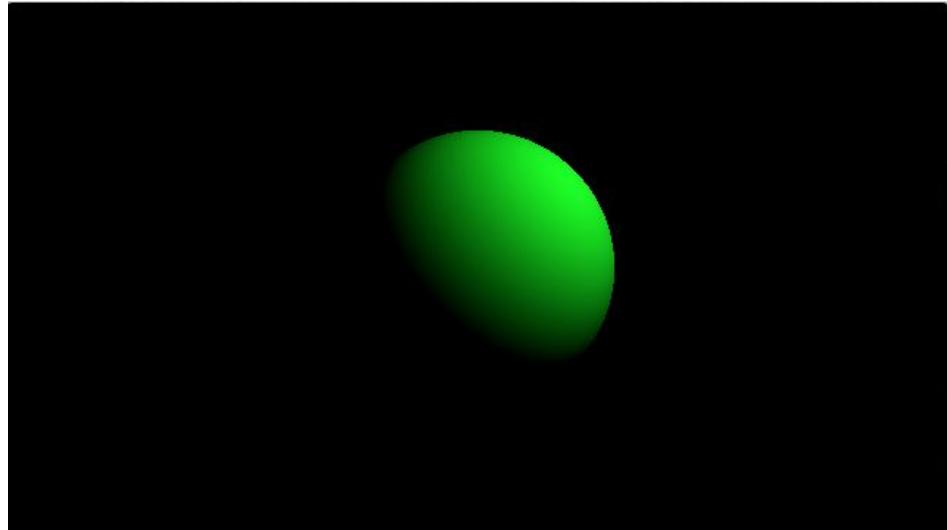
```
float shading(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    vec3 n = normal(pos);
    vec3 dir_to_light = normalize(light_pos - pos);
    return max(0.1, dot(n, dir_to_light));
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    col *= shading(pos, light_pos);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}
```



```

vec3 gradient(vec3 pos) {
    float dfdx = (sdfTotal(pos + vec3(EPS, 0, 0)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(EPS, 0, 0)).x) / (2.f * EPS);
    float dfdy = (sdfTotal(pos + vec3(0, EPS, 0)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(0, EPS, 0)).x) / (2.f * EPS);
    float dfdz = (sdfTotal(pos + vec3(0, 0, EPS)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(0, 0, EPS)).x) / (2.f * EPS);
    return vec3(dfdx, dfdy, dfdz);
}
vec3 normal(vec3 pos) {
    return normalize(gradient(pos));
}
float shading(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    vec3 n = normal(pos);
    vec3 dir_to_light = normalize(light_pos - pos);
    return max(0.f, dot(n, dir_to_light));
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

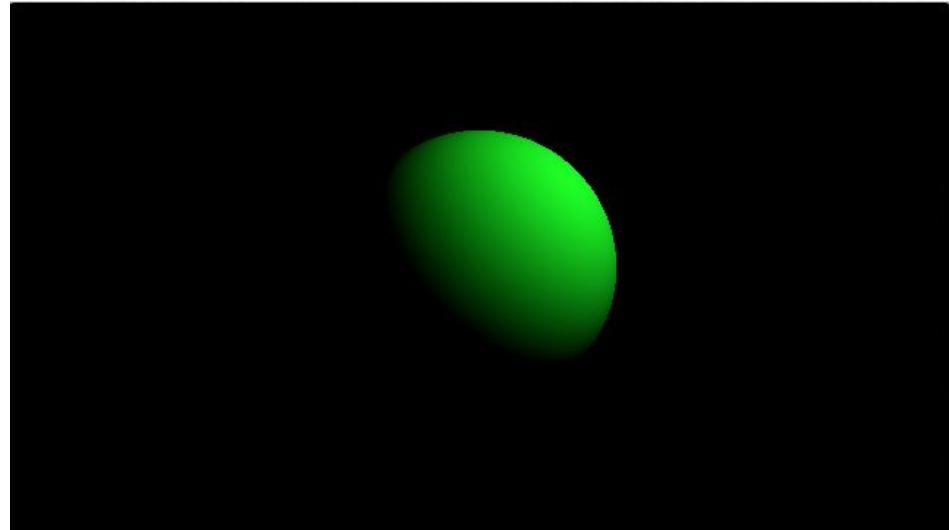
    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    col *= shading(pos, light_pos);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



```

vec3 gradient(vec3 pos) {
    float dfdx = (sdfTotal(pos + vec3(EPS, 0, 0)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(EPS, 0, 0)).x) / (2.f * EPS);
    float dfdy = (sdfTotal(pos + vec3(0, EPS, 0)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(0, EPS, 0)).x) / (2.f * EPS);
    float dfdz = (sdfTotal(pos + vec3(0, 0, EPS)).x
                  - sdfTotal(pos - vec3(0, 0, EPS)).x) / (2.f * EPS);
    return vec3(dfdx, dfdy, dfdz);
}
vec3 normal(vec3 pos) {
    return normalize(gradient(pos));
}
float shading(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    vec3 n = normal(pos);
    vec3 dir_to_light = normalize(light_pos - pos);
    return max(0.f, dot(n, dir_to_light));
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

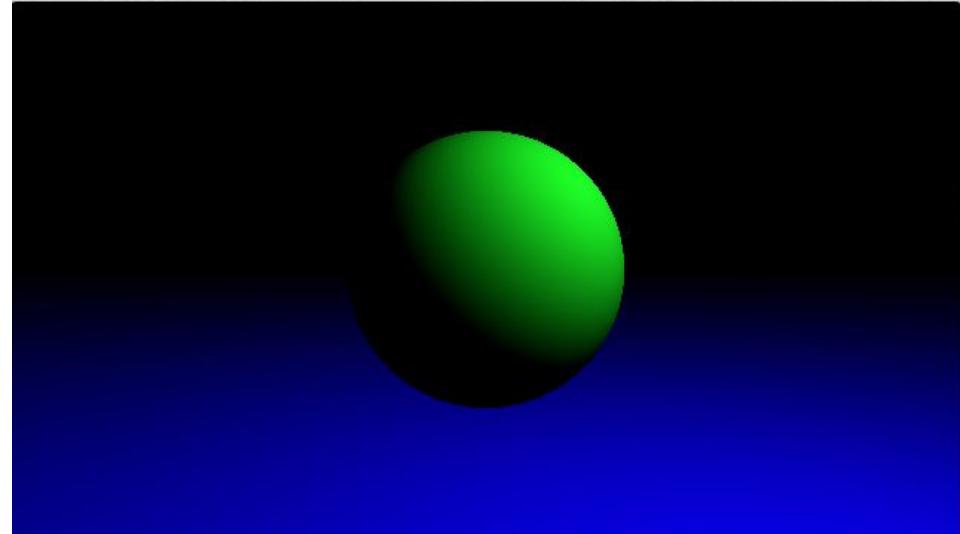
    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    col *= shading(pos, light_pos);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



```

float castShadow(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    float estimated = length(pos - light_pos);
    vec3 dir = normalize(light_pos - pos);
    float actual = traceScene(pos + EPS * normal(pos), dir).x;
    if (actual + 2.f * EPS < estimated)
        return 0.f;
    return 1.f;
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

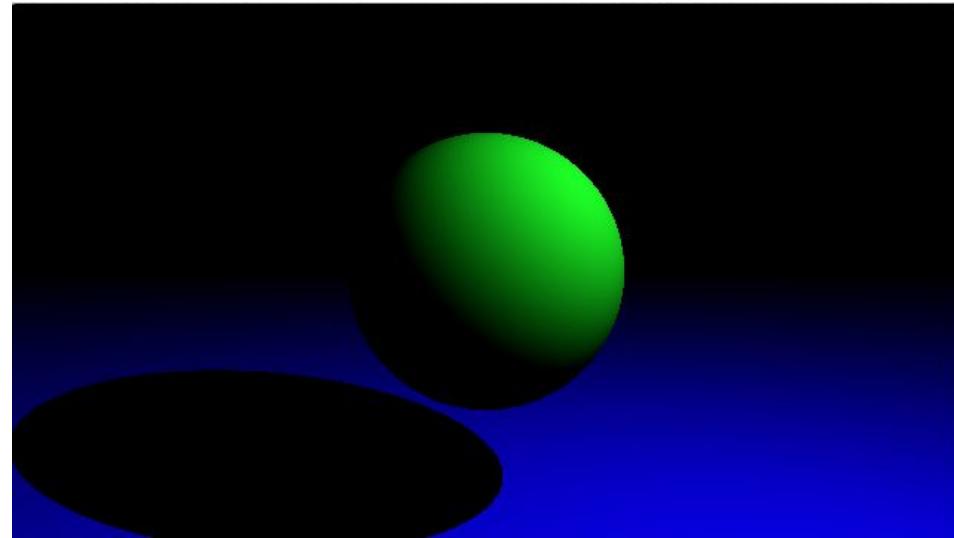
    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    col *= shading(pos, light_pos);
    col *= castShadow(pos, light_pos);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



```

float castShadow(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    float estimated = length(pos - light_pos);
    vec3 dir = normalize(light_pos - pos);
    float actual = traceScene(pos + EPS * normal(pos), dir).x;
    if (actual + 2.f * EPS < estimated)
        return 0.f;
    return 1.f;
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

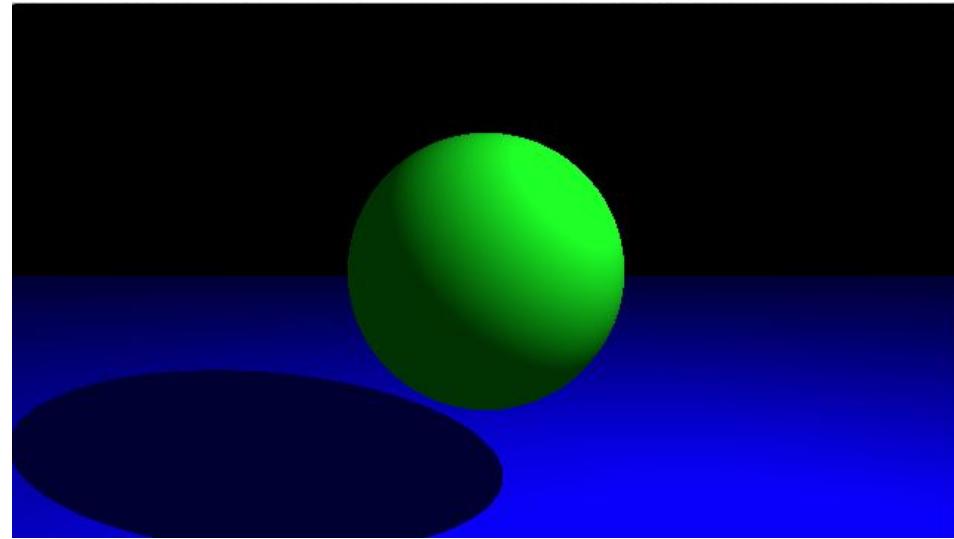
    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    //col *= shading(pos, light_pos);
    //col *= castShadow(pos, light_pos);
    col *= min(0.2 + shading(pos, light_pos)
              * castShadow(pos, light_pos), 1.f);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



```

float castShadow(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    float estimated = length(pos - light_pos);
    vec3 dir = normalize(light_pos - pos);
    float actual = traceScene(pos + EPS * normal(pos) * dir).x;
    if (actual + 2.f * EPS < estimated)
        return 0.f;
    return 1.f;
}
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

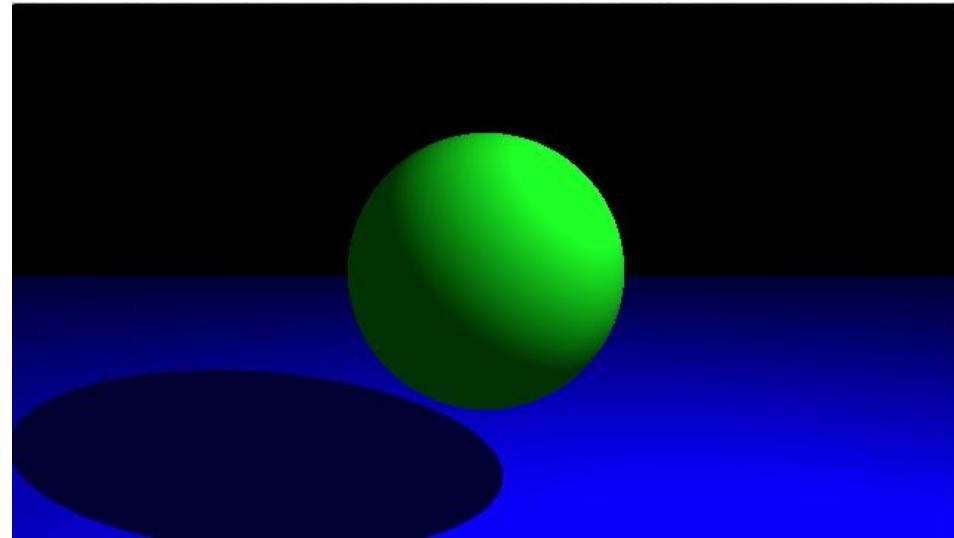
    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    //col *= shading(pos, light_pos);
    //col *= castShadow(pos, light_pos);
    col *= min(0.2 + shading(pos, light_pos)
              * castShadow(pos, light_pos), 1.f);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}

```



```
float castShadow(vec3 pos, vec3 light_pos) {
    float estimated = length(pos - light_pos);
    vec3 dir = normalize(light_pos - pos);
    float actual = traceScene(pos, dir).x;
    if (actual + 2.f * EPS < estimated)
        return 0.f;
    return 1.f;
}

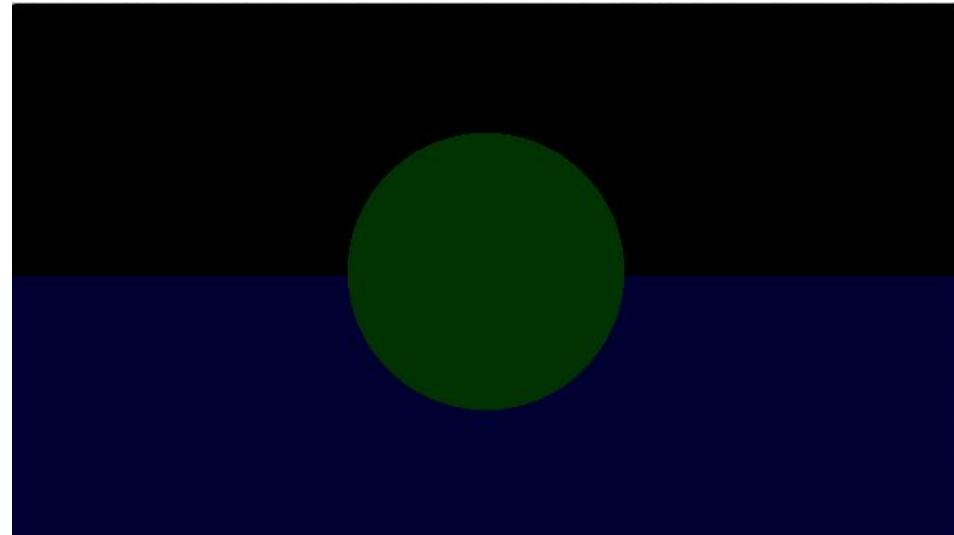
void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec4 p = traceScene(from, dir);

    vec3 pos = from + p.x * dir;
    vec3 col = p.yzw;

    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);
    //col *= shading(pos, light_pos);
    //col *= castShadow(pos, light_pos);
    col *= min(0.2 + shading(pos, light_pos)
              * castShadow(pos, light_pos), 1.f);

    // Output to screen
    fragColor = vec4(col,1.0);
}
```



```

void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);

    vec3 res_col = vec3(0, 0, 0);
    float weight = 1.0;

    int bounce = 0;
    while (bounce < NBOUNCE) {

        vec2 p = traceScene(from, dir);
        vec3 pos = from + p.x * dir;
        vec3 col = getColor(int(p.y));

        col *= min(0.3 + shading(pos, light_pos)
                   * castShadow(pos, light_pos), 1.f);

        float reflectance = getReflectance(int(p.y));

        bool last = (bounce + 1 >= NBOUNCE || reflectance == 0.0);
        if (last)
            reflectance = 0.0;

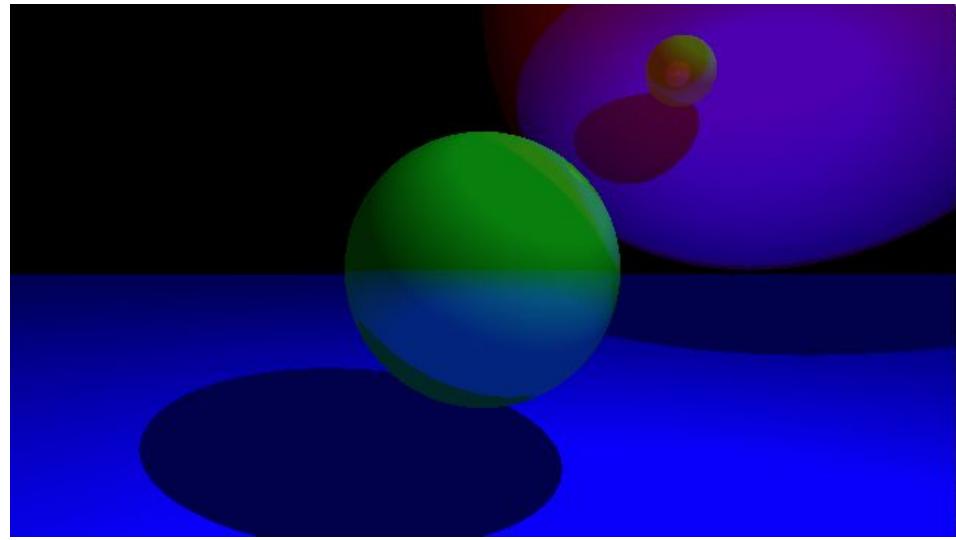
        res_col += weight * col * (1.0 - reflectance);
        weight *= reflectance;

        bounce++;
        if (last)
            break;

        vec3 n = normal(pos);
        from = pos + EPS * n;
        dir = reflect(dir, n);
    }

    // Output to screen
    fragColor = vec4(res_col, 1.0);
}

```



<https://www.shadertoy.com/view/wccyzM>

```

void mainImage( out vec4 fragColor, in vec2 fragCoord )
{
    // Normalized pixel coordinates (from 0 to 1)
    vec2 uv = fragCoord/iResolution.y;
    float aspect = iResolution.x / iResolution.y;

    vec3 from = vec3(0, 0, 0);
    vec3 dir = normalize(vec3(uv - 0.5 * vec2(aspect, 1), 1.0));
    vec3 light_pos = vec3(1.f + sin(iTime), 1.f, 1.f);

    vec3 res_col = vec3(0, 0, 0);
    float weight = 1.0;

    int bounce = 0;
    while (bounce < NBOUNCE) {

        vec2 p = traceScene(from, dir);
        vec3 pos = from + p.x * dir;
        vec3 col = getColor(int(p.y));

        col *= min(0.3 + shading(pos, light_pos)
                   * castShadow(pos, light_pos), 1.f);

        float reflectance = getReflectance(int(p.y));
        bool last = (bounce + 1 >= NBOUNCE || reflectance == 0.0);
        if (last)
            reflectance = 0.0;

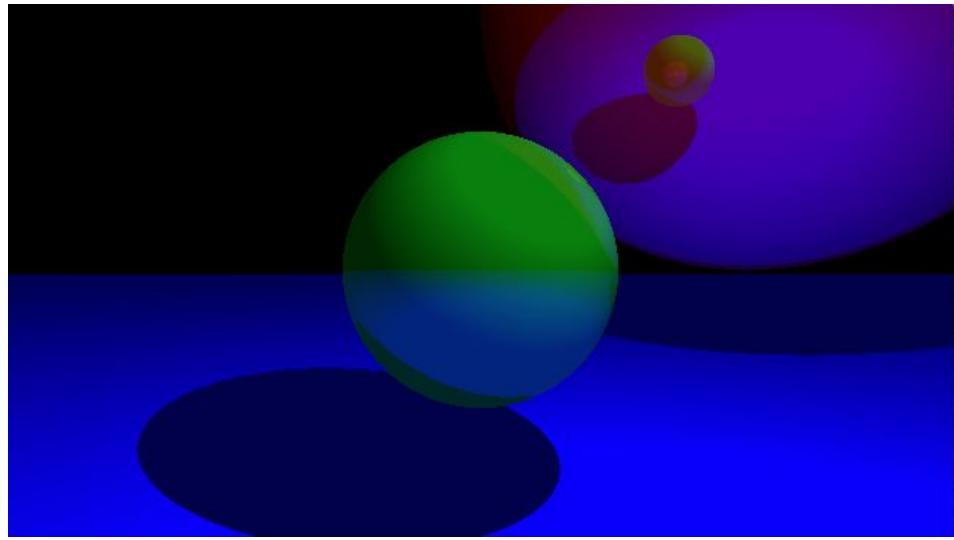
        res_col += weight * col * (1.0 - reflectance);
        weight *= reflectance;

        bounce++;
        if (last)
            break;

        vec3 n = normal(pos);
        from = pos + EPS * n;
        dir = reflect(dir, n);
    }

    // Output to screen
    fragColor = vec4(res_col, 1.0);
}

```



<https://www.shadertoy.com/view/wccyzM>

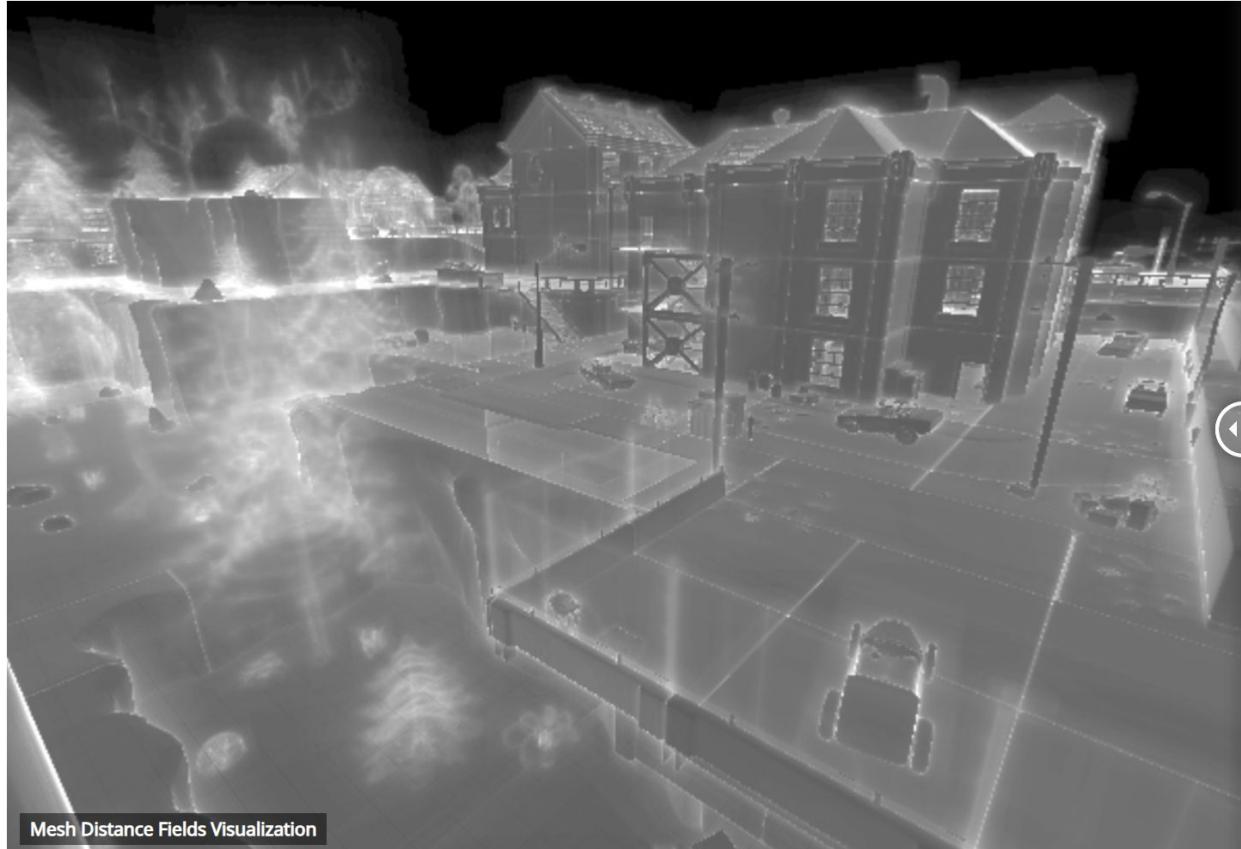
$$\begin{aligned}
 \text{color} &= (1-r_0)c_0 + r_0((1-r_1)c_1 + r_1(\dots)) = \\
 &= \dots + r_0(1-r_1)c_1
 \end{aligned}$$

$r_0$ , когда несколько отражений, превращается  
в  $r_0 r_1 r_2 \dots = weight$

# Lumen (Unreal Engine 5)

В глобальном освещении  
для ускорения  
трассировки луча  
используется Ray  
Marching по глобальной  
SDF сцены

Хранение в 3D текстуре с  
мип-уровнями и  
стримингом



[Mesh Distance Fields in Unreal Engine](#)

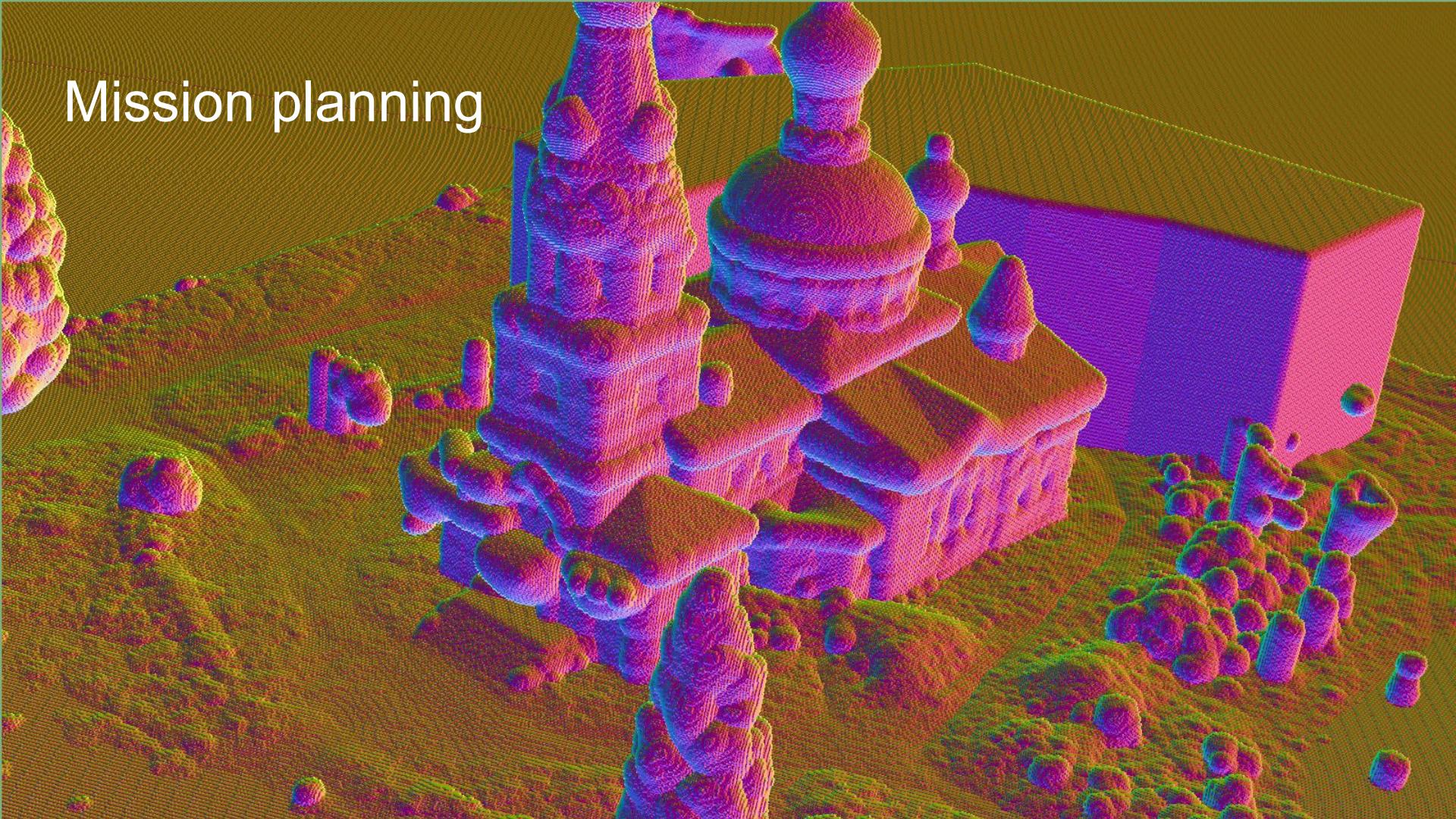
# Mission planning

- Задача прокладывания оптимального маршрута дрона по известной местности
- Опасности: здания, деревья, провода
- Зоны запрета полетов, максимальная высота полета (в помещении)

# Mission planning

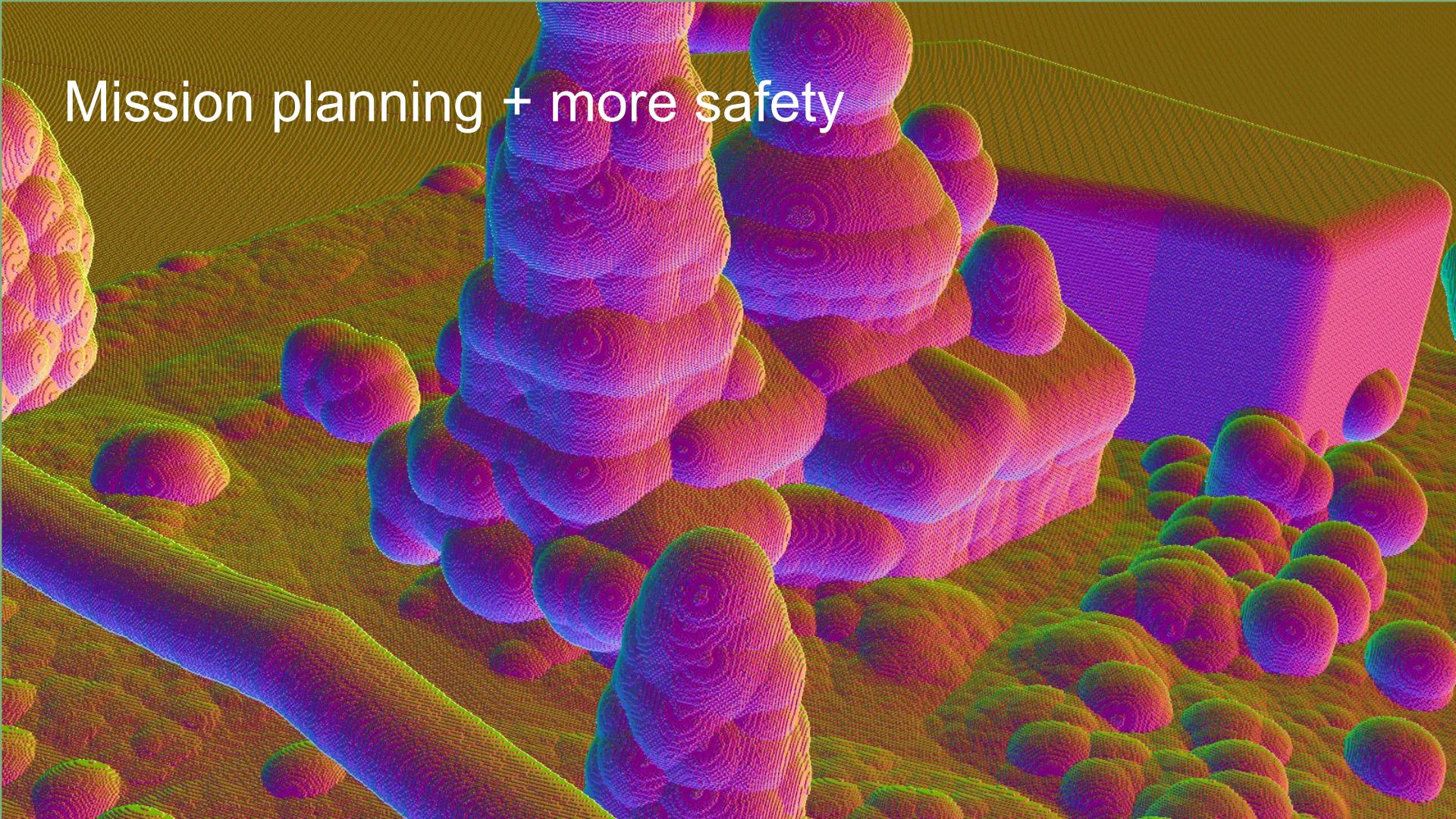
- Задача прокладывания оптимального маршрута дрона по известной местности
- Опасности: здания, деревья, провода
- Зоны запрета полетов, максимальная высота полета (в помещении)
- SDF!
  - Для полигональных моделей зданий и проводов - KD-tree
  - Для разрешенных и запрещенных зон: аналитическая SDF трехмерной призмы
  - Инвертировали знак SDF - разрешили летать только внутри призмы

# Mission planning



# Mission planning + powerlines



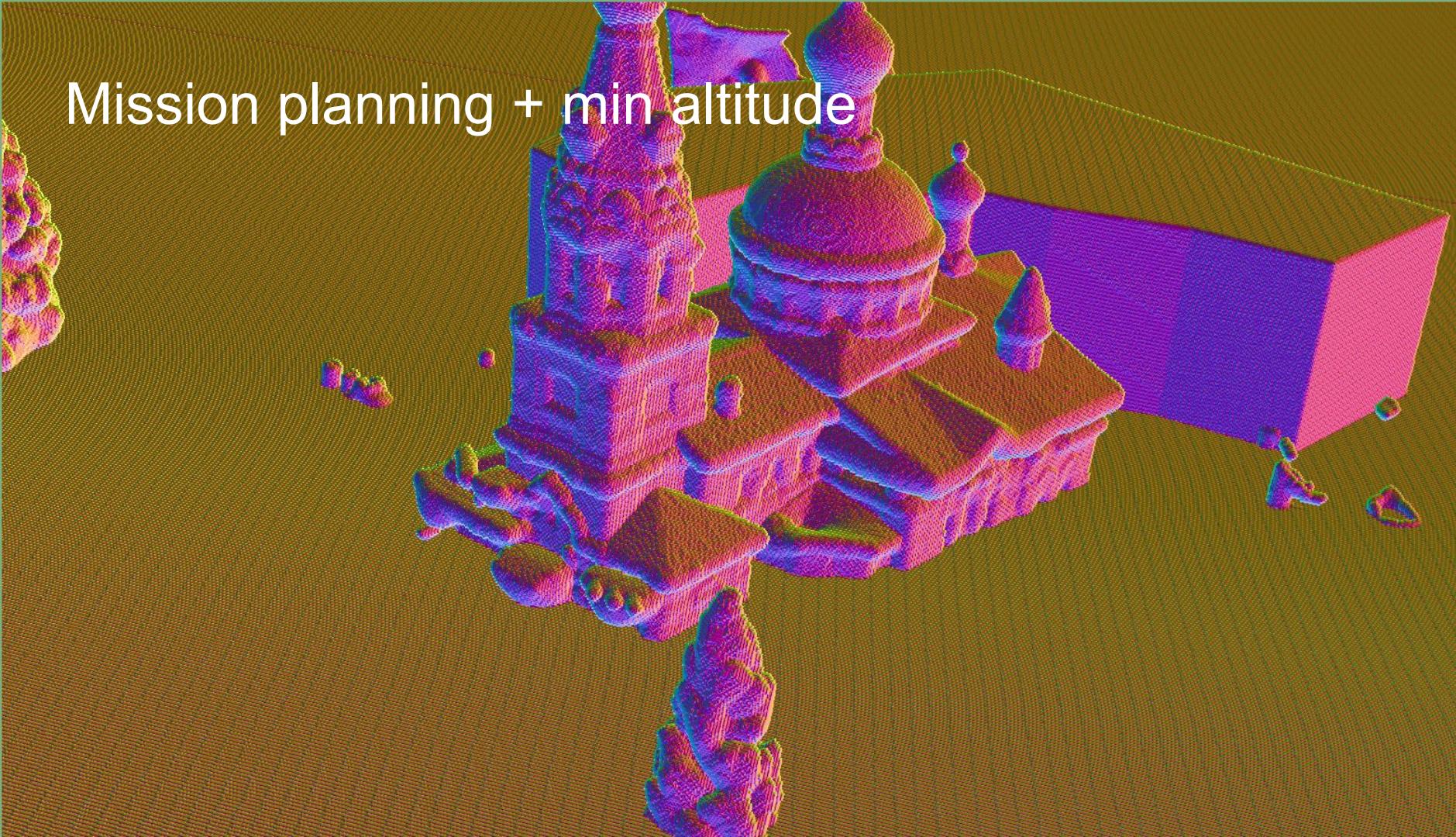


Mission planning + more safety

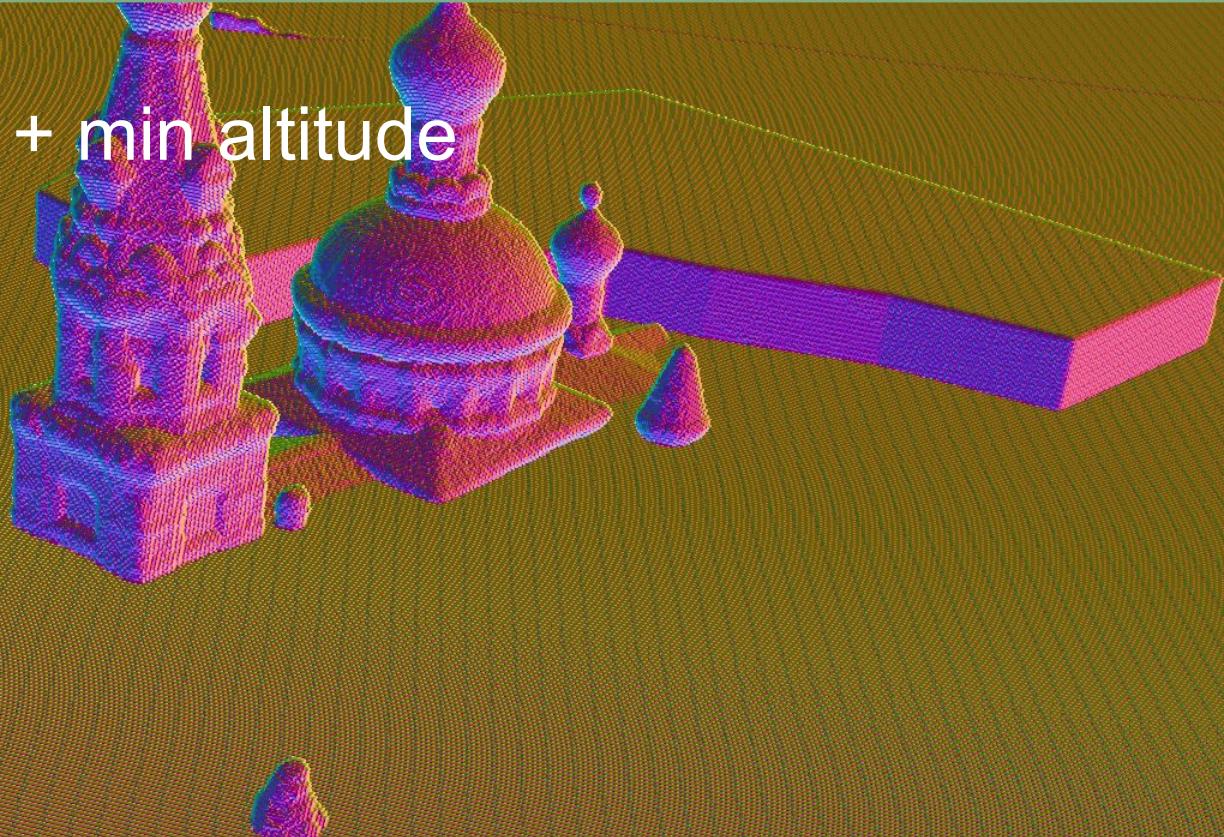


Mission planning + even more safety

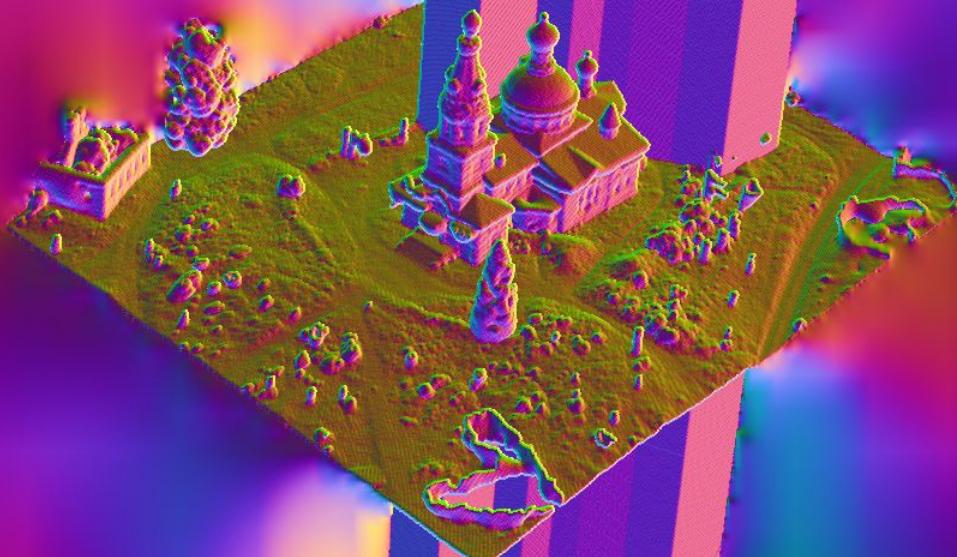
# Mission planning + min altitude



# Mission planning + min altitude



# Mission planning + infinite restricted zone

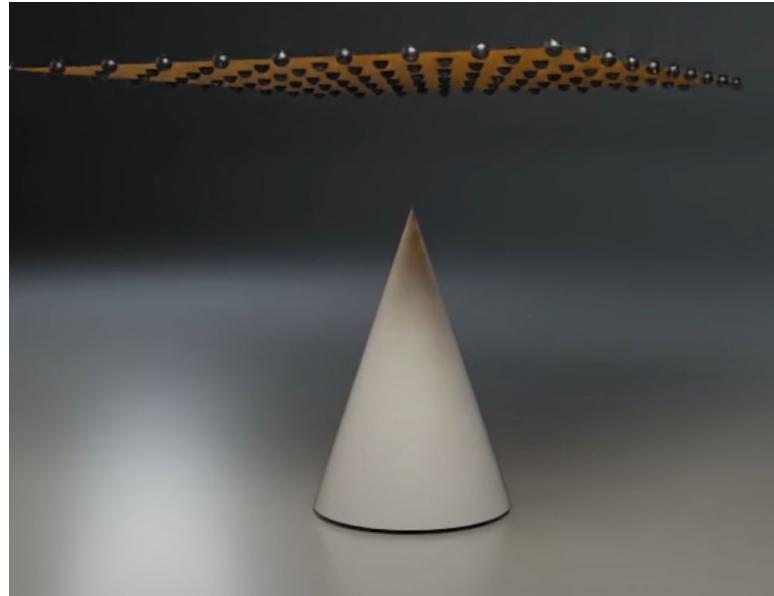


# Mission planning + finite allowed altitude



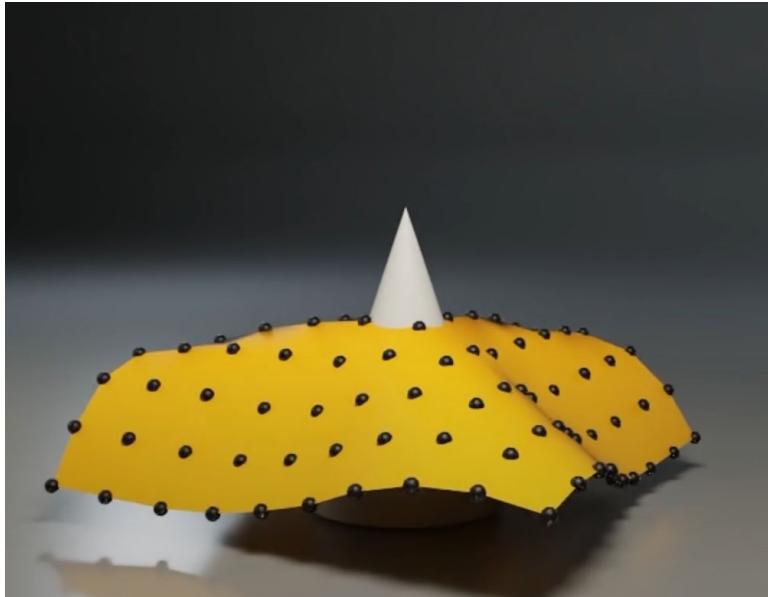
# Cloth simulation

- Симуляция тканей
- Нужно находить и обрабатывать коллизии



# Cloth simulation

- Симуляция тканей
- Нужно находить и обрабатывать коллизии
- При *sampling* методе острые объекты могут протыкать ткань



# Cloth simulation

- Симуляция тканей
- Нужно находить и обрабатывать коллизии
- При *sampling* методе острые объекты могут протыкать ткань
- Хочется “векторизовать” ткань, чтобы не приходилось семплировать слишком густо



# Cloth simulation

- Пусть ткань состоит из треугольников
- Хотим пересечь SDF с треугольником

[Local Optimization for Robust Signed Distance Field Collision](#)

<https://youtu.be/ooZ9rUYOFI4>

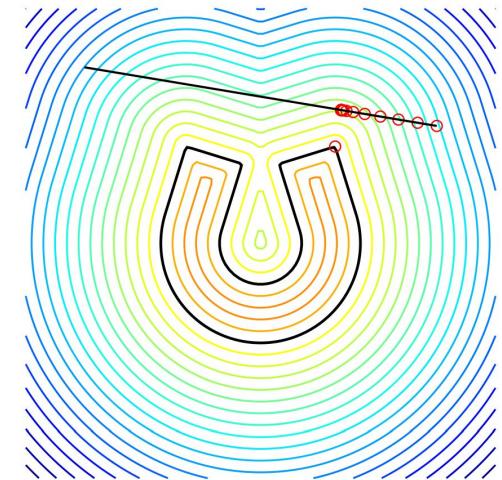
# Cloth simulation

- Пусть ткань состоит из треугольников
- Хотим пересечь SDF с треугольником
- Параметризуем точку внутри барицентрическими координатами
- Нужно найти минимум SDF на треугольнике

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{u,v,w} \quad & \phi(u\mathbf{p} + v\mathbf{q} + w\mathbf{r}) \\ \text{s.t.} \quad & u, v, w \geq 0 \\ & u + v + w = 1. \end{aligned}$$

[Local Optimization for Robust Signed Distance Field Collision](#)

<https://youtu.be/ooZ9rUYOFI4>



<https://www.shadertoy.com/view/wdcGDB>

# Cloth simulation

- Пусть ткань состоит из треугольников
- Хотим пересечь SDF с треугольником
- Параметризуем точку внутри барицентрическими координатами
- Нужно найти минимум SDF на треугольнике
- Projected Gradient Descent: делаем шаг в сторону минимизации и возвращаемся на поверхность

$$\begin{aligned} \operatorname{argmin}_{u,v,w} \quad & \phi(up + vq + wr) \\ \text{s.t.} \quad & u, v, w \geq 0 \\ & u + v + w = 1. \end{aligned}$$

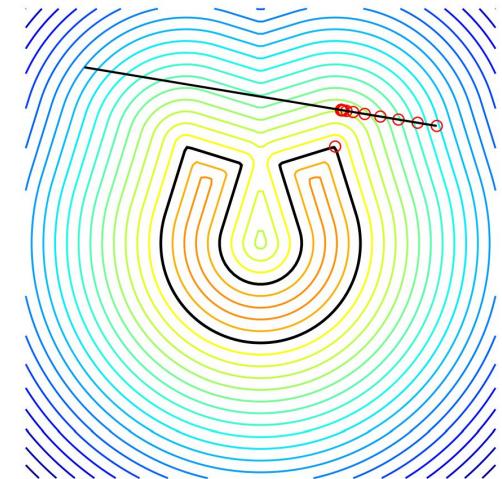
$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial u} & \frac{\partial \phi}{\partial v} & \frac{\partial \phi}{\partial w} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \nabla \phi(\mathbf{x}) \mathbf{p} \\ \nabla \phi(\mathbf{x}) \mathbf{q} \\ \nabla \phi(\mathbf{x}) \mathbf{r} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_{i+1} \leftarrow \mathbb{P}(\mathbf{c}_i - \alpha \mathbf{d}).$$

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{r}) &= \varphi(u\vec{p} + v\vec{q} + w\vec{r}) \\ \frac{\partial \varphi(\vec{r})}{\partial u} &\equiv \text{cloud} \quad \frac{\partial \varphi(\vec{r})}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} = \vec{\nabla} \varphi \cdot \vec{r} \\ \sum \frac{\partial \varphi(x(u), y(u), z(u))}{\partial u} &= \dots \end{aligned}$$

Local Optimization for Robust Signed Distance Field Collision

<https://youtu.be/ooZ9rUYOFI4>



<https://www.shadertoy.com/view/wdcGDB>

# Cloth simulation

- Пусть ткань состоит из треугольников
- Хотим пересечь SDF с треугольником
- Параметризуем точку внутри барицентрическими координатами
- Нужно найти минимум SDF на треугольнике
- Projected Gradient Descent: делаем шаг в сторону минимизации и возвращаемся на поверхность
  - Что если попали в локальный минимум?

$$\begin{array}{ll}\operatorname{argmin}_{u,v,w} & \phi(u\mathbf{p} + v\mathbf{q} + w\mathbf{r}) \\ \text{s.t.} & u, v, w \geq 0 \\ & u + v + w = 1.\end{array}$$

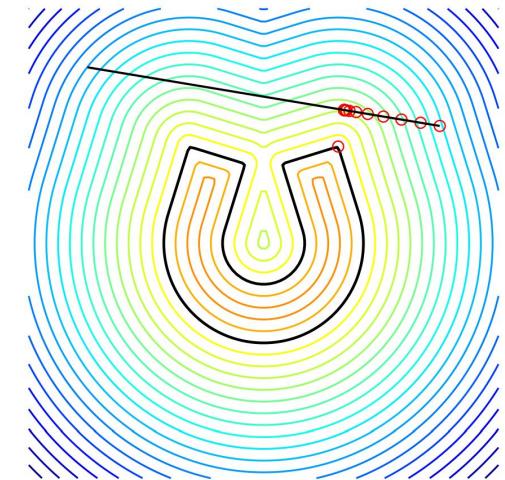
$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial u} & \frac{\partial \phi}{\partial v} & \frac{\partial \phi}{\partial w} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \nabla \phi(\mathbf{x})\mathbf{p} \\ \nabla \phi(\mathbf{x})\mathbf{q} \\ \nabla \phi(\mathbf{x})\mathbf{r} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_{i+1} \leftarrow \mathbb{P}(\mathbf{c}_i - \alpha \mathbf{d}).$$

$$\begin{aligned}\varphi(\vec{x}) &= \varphi(u\vec{p} + v\vec{q} + w\vec{r}) \\ \frac{\partial \varphi(\vec{x})}{\partial u} &\equiv \text{cloud} \quad \frac{\partial \varphi(\vec{x})}{\partial \vec{x}} \cdot \frac{\partial \vec{x}}{\partial u} = \vec{\nabla} \varphi \cdot \vec{v} \\ \sum \frac{\partial \varphi(x(u), y(u), z(u))}{\partial u} &= \dots\end{aligned}$$

[Local Optimization for Robust Signed Distance Field Collision](#)

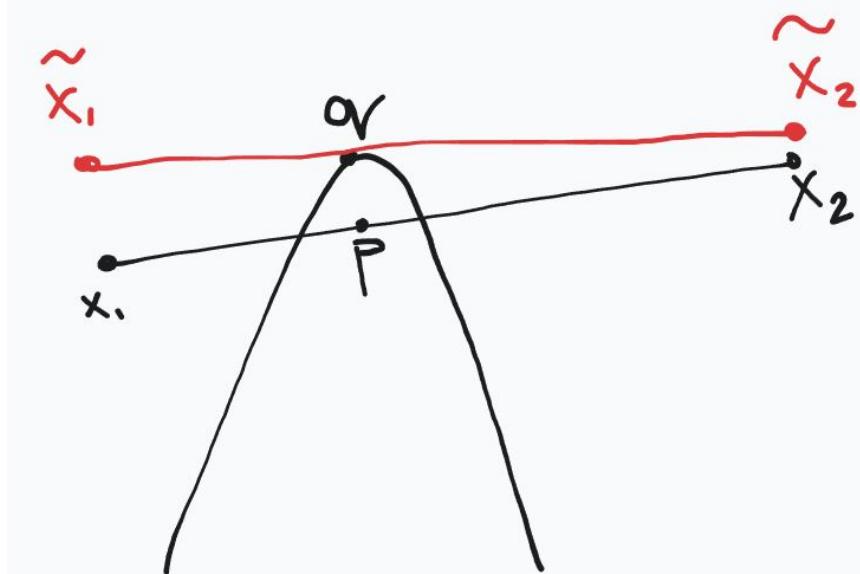
<https://youtu.be/ooZ9rUYOFI4>



[https://www.shadertoy.com/  
view/wdcGDB](https://www.shadertoy.com/view/wdcGDB)

# Cloth simulation

Нашли “самую глубокую” точку  $p$  на сегменте (треугольнике). Как обновить координаты?



# Cloth simulation

Нашли “самую глубокую” точку  $p$  на сегменте (треугольнике).  
Как обновить координаты?

$$p = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$\Delta = q - p$$

$$d = c_1^2 + c_2^2$$

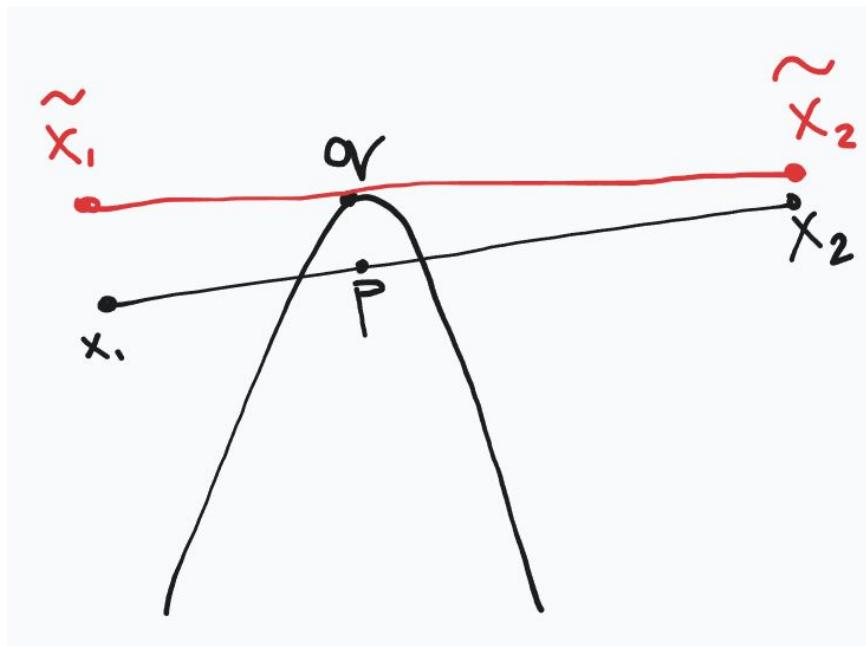
т.к.

$$\tilde{x}_1 \leftarrow x_1 + \frac{c_1}{d} \Delta$$

$$\tilde{x}_2 \leftarrow x_2 + \frac{c_2}{d} \Delta$$

Как рассчитать  $q$ ? (у нас препятствие задано sdf)

$$c_1 \tilde{x}_1 + c_2 \tilde{x}_2 = q$$



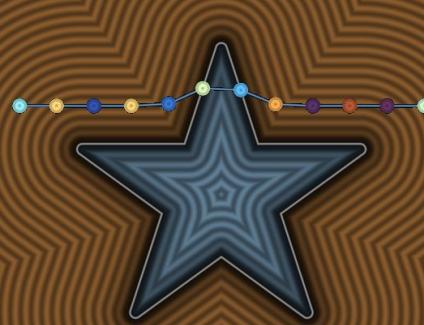
# Without constraints

<https://www.shadertoy.com/view/tfcczN>

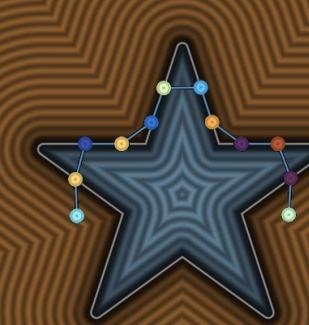
Without constraints



Without constraints



Without constraints



# With constraints

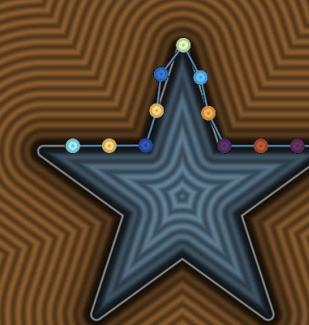
With constraints



With constraints



With constraints



Previous technique

# Cloth simulation

<https://youtu.be/ooZ9rUYOFI4>



[Macklin et al. 2020]

Source



New technique

# Cloth simulation



[Macklin et al. 2020]

Source

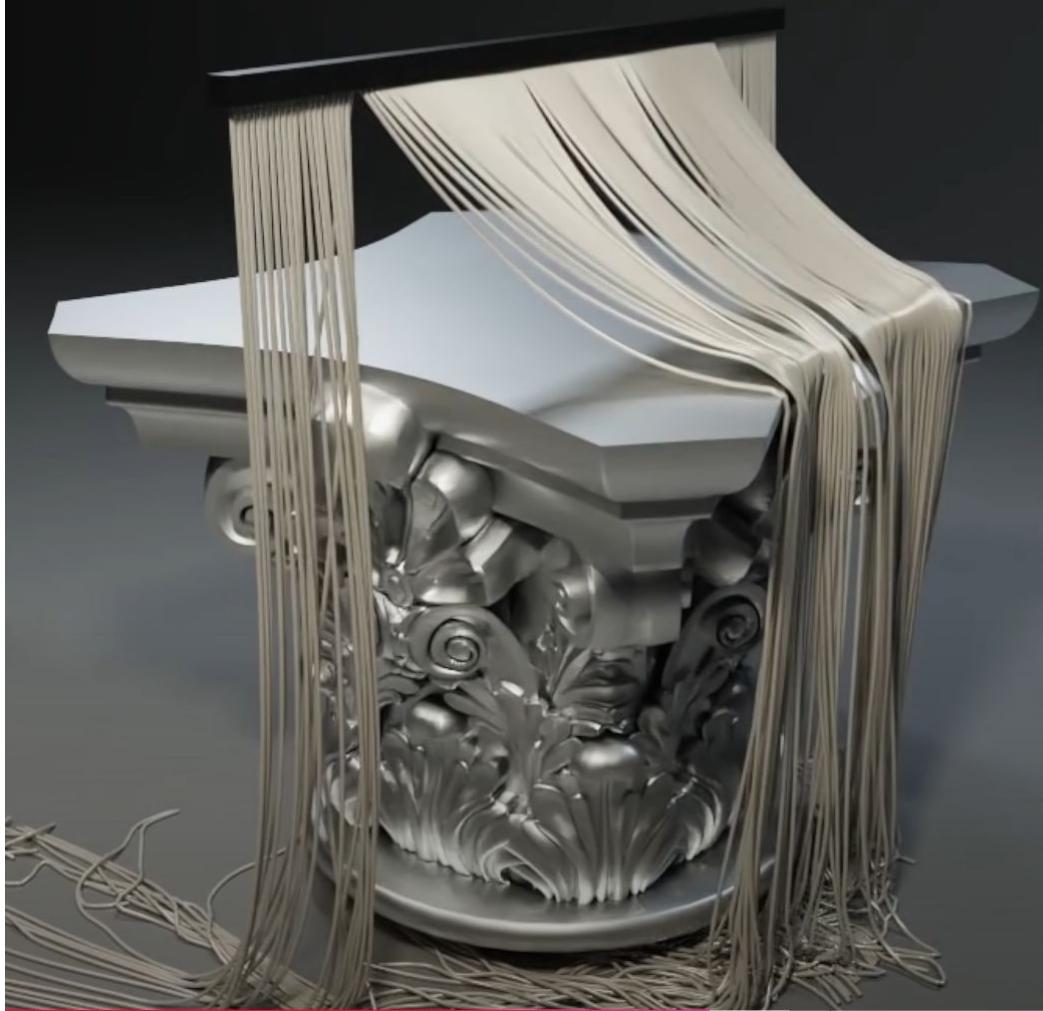
# Cloth simulation

Previous technique



# Cloth simulation

New technique





Привет! Я дз..