

Зад.1. Нека е дадена едноместна функция **f** и списък от възможни нейни аргументи. Напишете функции **argmax** и **argmin**, които намират за кой елемент на списъка **f** достига съответно максимална и минимална стойност. Ако най-високата (съответно най-ниската) стойност се достига за повече от един елемент от списъка, нека функциите връщат *първия от тези елементи*. При празен подаден списък изберете подходяща "специална" стойност на връщане.

Примери:

```
(argmax (lambda (x) (* x x)) '(1 3 0 4 2.5 -4)) -> 4 ; а не -4  
(argmin length '((1 2) () (2 a 5 7) (2 4))) -> '()
```

Заб.: В racket има вградени **argmin** и **argmax**, които (очевидно) са забранени за тази задача.

Зад.2. Нека е дадено неотрицателно цяло число **n**. Напишете функция (**reduce n**), която го "редуцира" до едноцифрено по следната процедура:

- намира най-голямата цифра в числото и я "премахва" от него (при повече от едно срещания премахва най-лявата такава цифра)
- умножава новополученото число по тази премахната цифра и, ако полученото число не е едноцифрено, повтаря процедурата наново за него.

Нека, например, **n=26364**. Най-голямата цифра е 6 и след премахване на първата шестица получаваме 2364. Умножаваме $2364 \cdot 6 = 14184$, което още не е едноцифрено, така че продължаваме от това число.

Примери:

```
(reduce 9) -> 9  
(reduce 27) -> 4  
(reduce 757) -> 5  
(reduce 1234) -> 8  
(reduce 26364) -> 8  
(reduce 432969) -> 0  
(reduce 1234584) -> 8  
(reduce 91273716) -> 6
```

Заб.: За тази задача е забранено използването на вградени функции от типа на **number->string**, **number->list**, **char->integer** и т.н.

Зад.3. Нека са дадени едноместна числова функция **f** и две числа **a** и **b** ($a < b$) такива, че:

- **f** е дефинирана и диференцируема в целия интервал **[a;b]**
- $f(a) * f(b) < 0$
- **f** има точно един корен в интервала **(a;b)** ($x \in (a;b)$ такова, че $f(x)=0$).

За намирането на този корен с точност до **eps** можем да използваме следните итерационни числени методи:

1. Двоично търсене:

- нека на дадена итерация сме локализирали корена до интервала $[a_i; b_i]$.
- изчисляваме стойността на **f** в средата на интервала $mid = (a_i + b_i) / 2$ и гледаме получената стойност
- ако тя е достатъчно близо до 0^* , значи сме намерили достатъчно добро приближение на корена и можем да приключим търсенето
- в противен случай знакът на тази стойност със сигурност съвпада със знака на **f** или в a_i , или в b_i (но не и в двете)
- отхвърляме тази половина на интервала с край, съвпадащ по знак с $f(mid)$ и продължаваме търсенето в оставащата половина. Например при $f(x) = x(x-5)$ и интервал $[1;7]$ имаме $f(1)=-4$, $f(7)=14$ и $f(4)=-1$ (тук $4=(1+7)/2$). Тогава търсенето трябва да продължи в интервала $[4;7]$, а не $[1;4]$.
- когато дължината на интервала стане по-малка от **eps**, можем да върнем средата му като "достатъчно добра апроксимация" на корена. За първоначален интервал за търсене можем да вземем **[a;b]**.

* *Упътване:* напишете и използвайте помощна функция (**approx-zero? x**), която проверява дали абсолютната стойност на числото **x** е по-малка от някакъв друг предварително определен **eps**.

Напишете функция (**find-root f a b eps**), която при тези условия използва някой от гореописаните методи по ваш избор и връща наредена двойка от намерения корен и броя итерации, необходими за достигането му. Имайте предвид, че поради естеството на тези методи е възможно за някои функции и/или интервали алгоритъмът да не приключва - вие няма нужда да се притеснявате за това и/или да го проверявате.

