

Курсов проект

На Васил Иванов Тодоров, фN 82129, КН, ФМИ

Курс: „Математическо моделиране в биологията“

Преподавател: доц. Милен Борисов

СУ, ФМИ летен семестър на учебната 2023/2024

Тема:

**Модел на системата хищник-жертва с инфекциозна болест при жертвата**

Абстракт:

**С помощта на реакционна мрежа и динамична система ще се изследва модела аналитично и графично. Ще се покаже (графично), че ако хищникът лови по-лесно заразените индивиди на жертвата, то той може да спомогне за по-бързо преодоляване на заразата от страна на жертвата.**

## **I. Въведение в проблема**

Ще се стремим да отговорим на въпроса как различните популации, които делят една и съща екосистема, си взаимодействат една с друга и дават обратна връзка една за друга. Има много такива примери, но най-познатият от тях е случаят, при

който една популация се изхранва с друга популация. Имаме хищническа популация, която се храни с жертва. Имаме взаимодействие между хищник и жертва.

При малка гъстота на хищниците те ще могат много по-лесно да намират храна и ще им е много по-лесно да си уловят жертва. Щом хищниците си намират по-лесно храна, тяхната популация започва да нараства. Ще е по-възможно жертвата да бъде хваната. Ще има повече ловци наоколо, повече хищници. Тогава популацията ще започне да намалява до степента, в която ако популацията на жертвата стане прекалено малка, хищникът ще започне да има затруднения в намирането на храна и неговата популация ще започне да намалява. Това е добре познато като цикъла хищник-жертва.

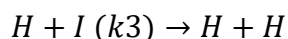
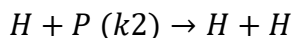
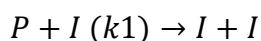
## II. Представяне чрез реакционна мрежа

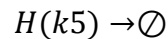
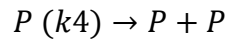
Реакционната мрежа е математически модел, който се използва за описание на взаимодействията между множество биологични елементи в система. Тя се състои от възли (съединения) и ребра (реакции), които показват как биологичните елементи реагират помежду си.

В реакционната мрежа всеки биологичен елемент се представя като възел, а всяка реакция се представя като ребро, което свързва възлите, участващи в реакцията. Реакционните мрежи се използват в различни области на науката, като биоинформатика, молекулярна биология, химия, системна биология и др.

Реакционните мрежи могат да бъдат анализирани за да се разбере поведението на системата като цяло, да се предскажат резултатите от определени реакции или условия и да се идентифицират ключови компоненти или взаимодействия, които контролират функционирането на системата.

Ето един модел на реакционна мрежа, която реализира хищник-жертва с инфекциозно заболяване при жертвата (използваме „Закон за действие на масата“):





Тук:

- Р - жертва
- I -инфектирана жертва
- Н – хищник
- k1 – коефициент на заразяване на жертвата
- k2 – коефициент на ловуване на здравите жертвати
- k3 – коефициент на ловуване на болните жертвати
- k4 – коефициент на размножаване на жертвата
- k5 – коефициент на умирање на хищника

За да моделираме системата хищник-жертва с инфекциозна болест при жертвата, можем да използваме реакционна мрежа и да я превърнем в динамична система от диференциални уравнения.

### III. Представяне чрез динамична система

Динамичната система е математичен модел, който описва развитието на система във времето. Тя се състои от множество променливи, наречени състояния, които се променят във времето в съответствие с някакви правила или закони.

Представяме чрез динамична система реакционна мрежа от предишната точка:

$$dP = k_4 * P - k_1 * P * I - k_2 * H * P$$

$$dI = k_1 * P * I - k_3 * H * I$$

$$dH = k_2 * H * P + k_3 * H * I - k_5 * H$$

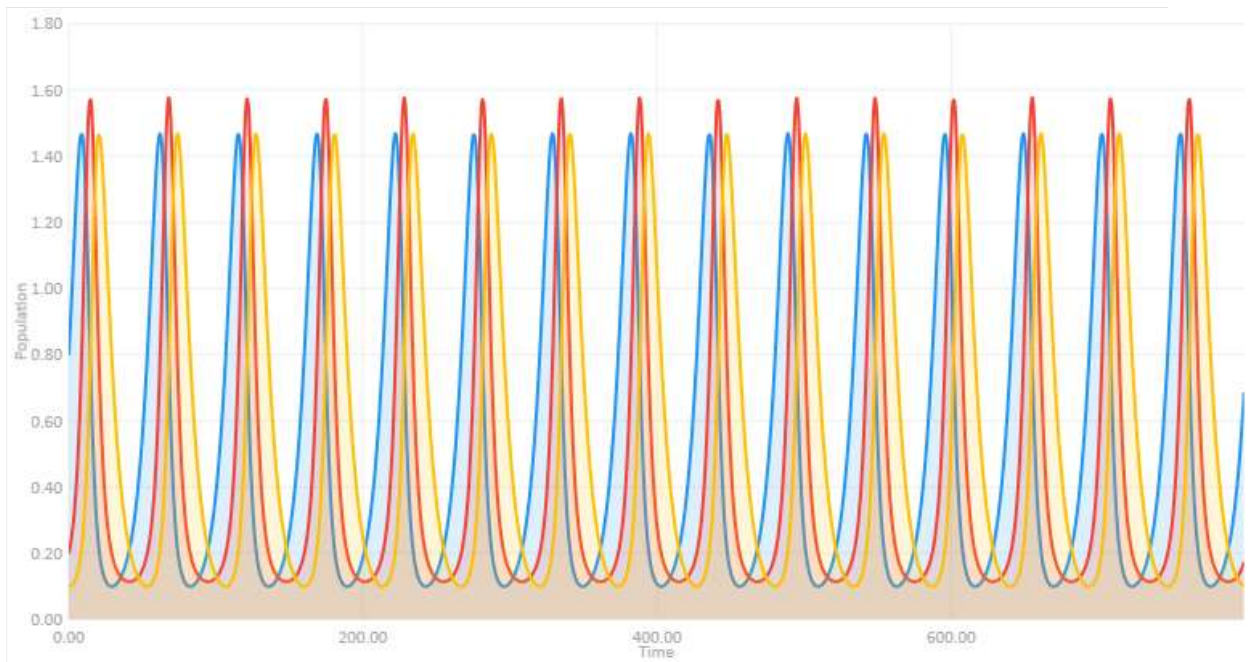
Това е моделът, който комбинира хищник-жертва взаимодействията с разпространението на инфекциозна болест в популацията на жертвата. Той ни позволява да анализираме как възниква и се развива болестта във времето и как това влияе на динамиката на популациите на хищници и жертви.

#### IV. Разглеждане на специфични случаи чрез графични илюстрации

Графиките ще са базирани върху реакционния и динамичен модел от предишните точки:

- червено – **инфектирани жертви (I)**
- синьо – **здрави жертви (P)**
- жълто – **хищници (H)**

##### 1. Графика при коефициенти с равни стойности



Тук:

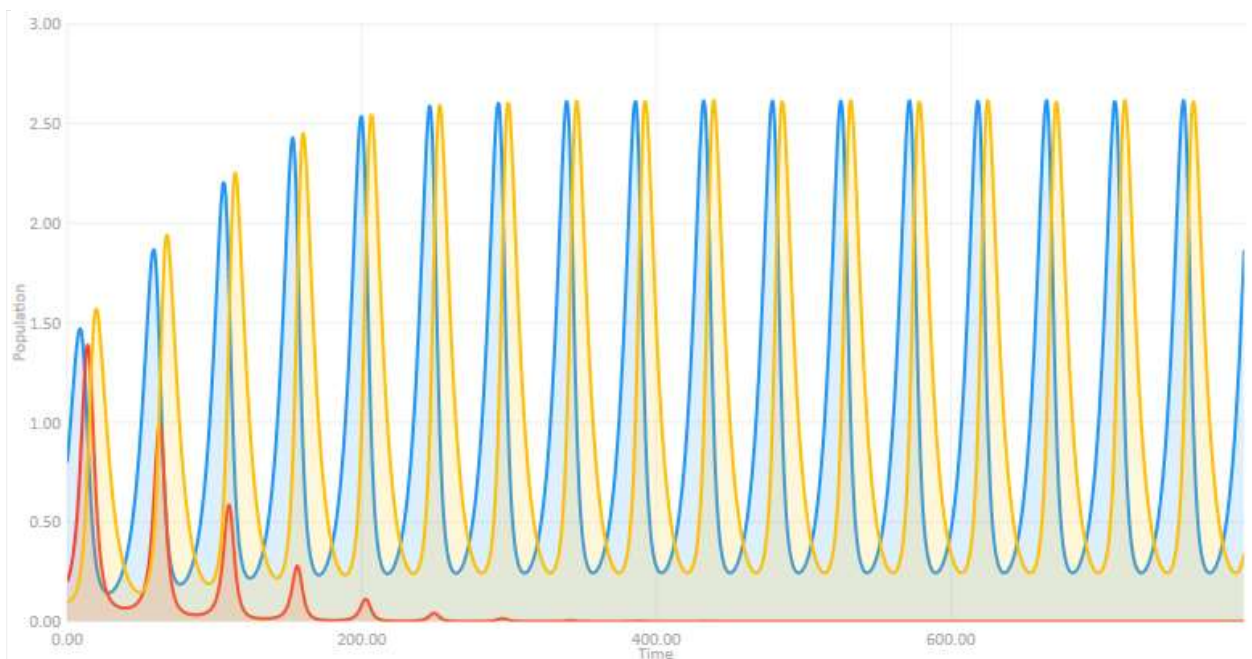
- $k_1 = 0.1$  (коефициент на заразяване на жертвата)

- $k_2 = 0.1$  (коефициент на ловуване на здравите жертвати)
- $k_3 = 0.1$  (коефициент на ловуване на болните жертвати)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)

Извод:

Графиката отразява как при еднакви коефициенти има периодичност на популациите.

## 2. Графика при която хищника ловува повече инфектирани



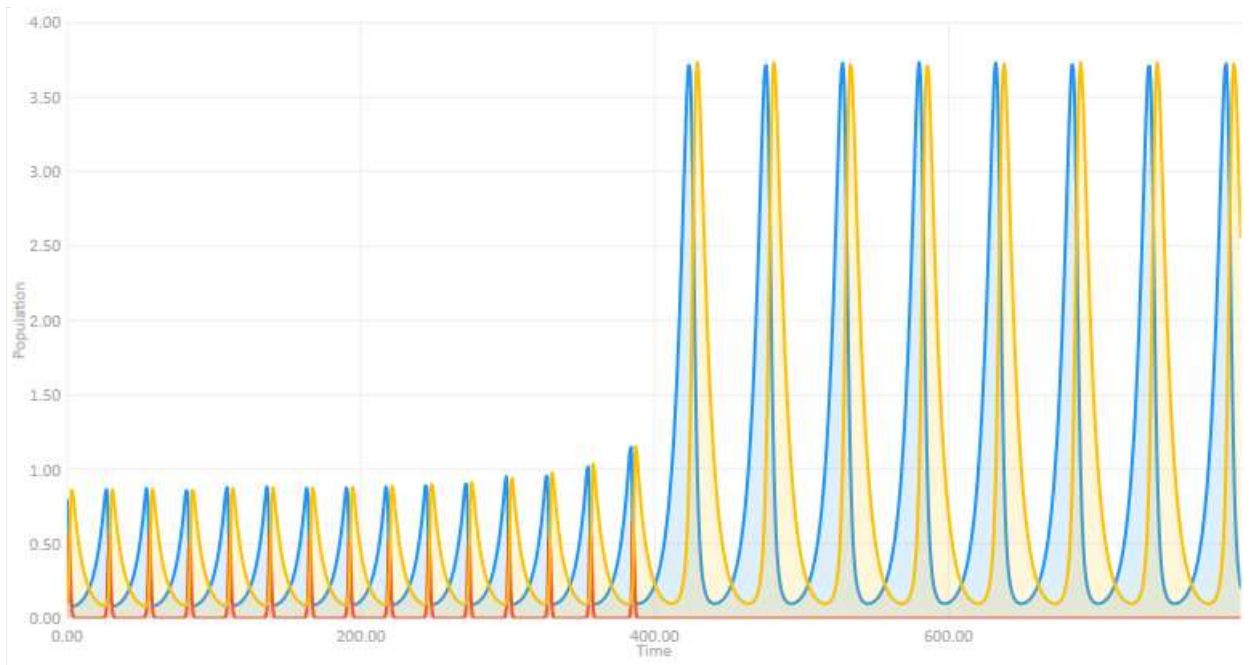
Тук:

- $k_1 = 0.1$  (коефициент на заразяване на жертвата)
- $k_2 = 0.1$  (коефициент на ловуване на здравите жертвати)
- $k_3 = 0.115$  (коефициент на ловуване на болните жертвати)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)

Извод:

Графиката отразява как при нарастване на ловуване на болните жертви спрямо здравите, то заразата изчезва.

3. Графика при която скоростта на ловуване на заразените се доближава до скоростта на заразяване на жертвите (с нарастнали коефициенти  $k_1$  и  $k_3$ )



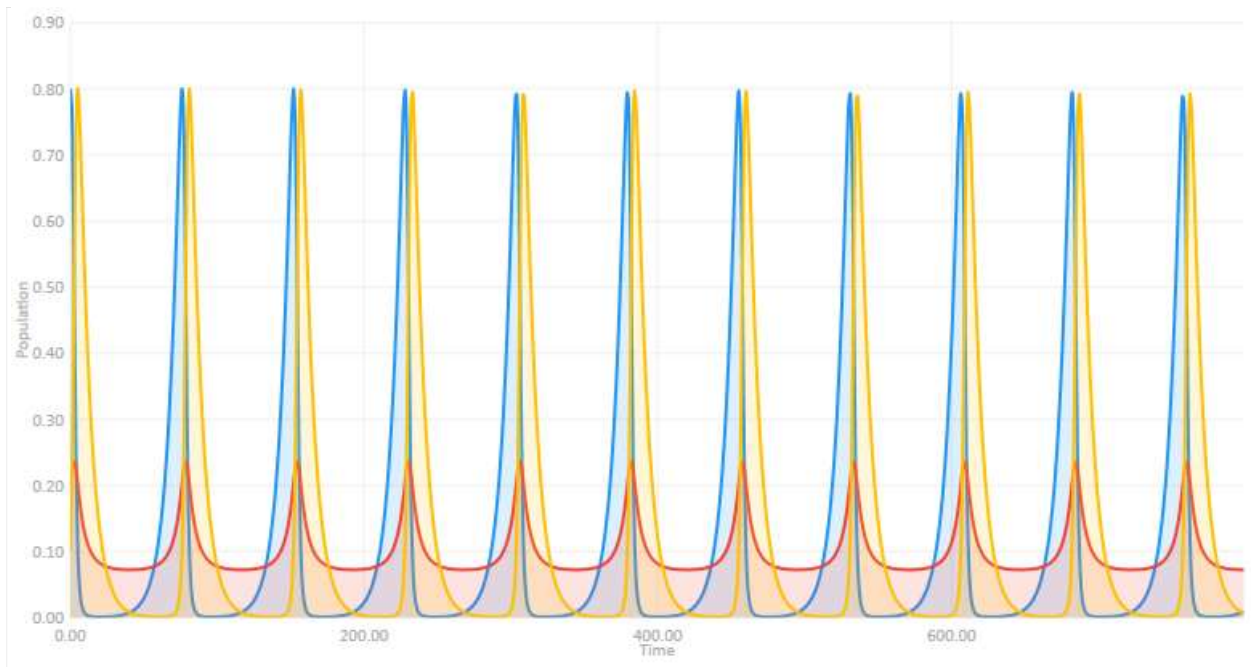
Тук:

- $k_1 = 1.43$  (коефициент на заразяване на жертвата)
- $k_2 = 0.1$  (коефициент на ловуване на здравите жертвати)
- $k_3 = 1.43$  (коефициент на ловуване на болните жертвати)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)

Извод:

Графиката отразява значително нарастване на популациите на хищник-жертва след като заразата изчезне.

4. Графика при която скоростта на ловуване на здравите жертви е по-голяма от тази на заразените жертви



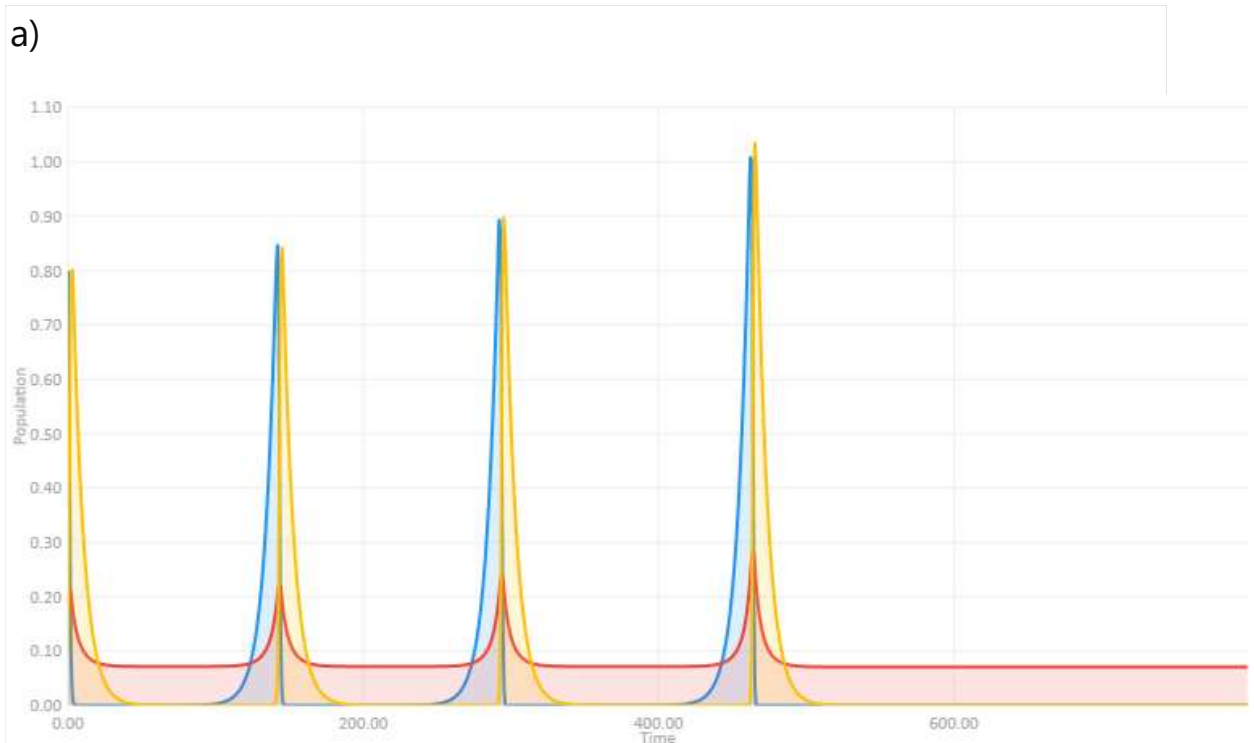
Тук:

- $k_1 = 0.1$  (коефициент на заразяване на жертвата)
- $k_2 = 0.7$  (коефициент на ловуване на здравите жертви)
- $k_3 = 0.1$  (коефициент на ловуване на болните жертви)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)

Извод:

Графиката отразява периодичност сходна на графика 1. Разликата тук е че се наблюдава значително по-малка популация на заразените жертви.

5. Графики при които скоростта на ловуване на здравите жертви е много по-голяма от тази на заразените жертви

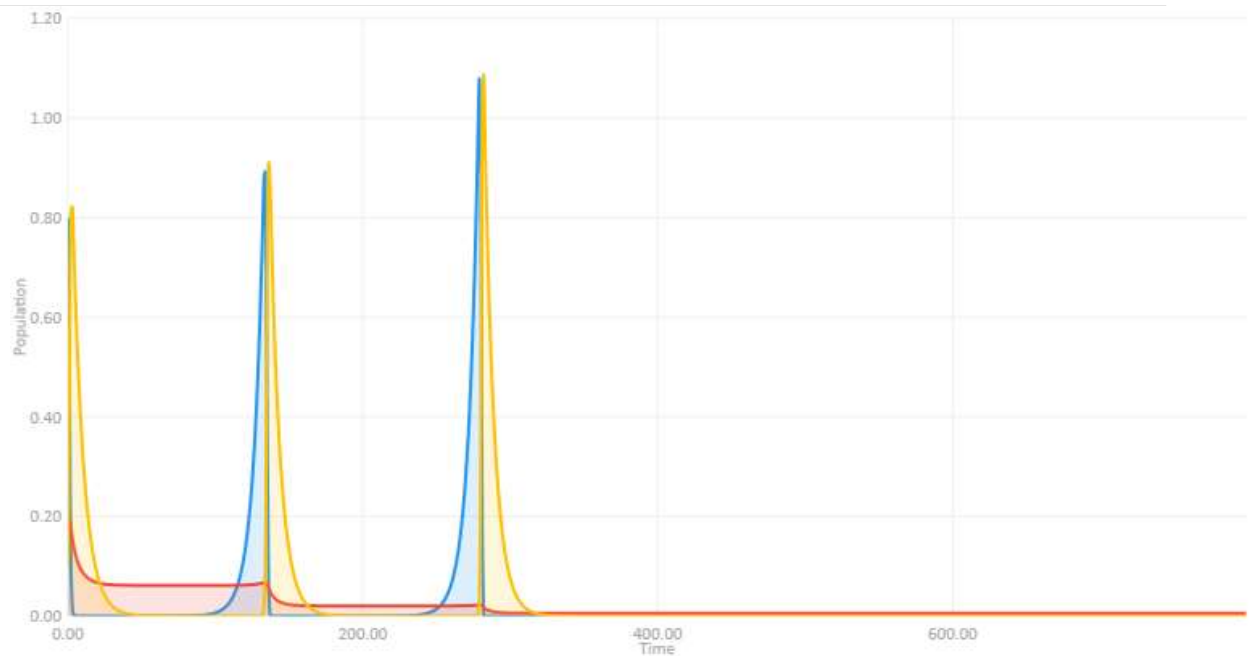


Тук:

- $k_1 = 0.1$  (коефициент на заразяване на жертвата)
- $k_2 = 1.6$  (коефициент на ловуване на здравите жертвати)
- $k_3 = 0.1$  (коефициент на ловуване на болните жертвати)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)



б)



Тук:

- $k_1 = 0.01$  (коефициент на заразяване на жертвата)
- $k_2 = 1.6$  (коефициент на ловуване на здравите жертви)
- $k_3 = 0.1$  (коефициент на ловуване на болните жертви)
- $k_4 = 0.1$  (коефициент на размножаване на жертвата)
- $k_5 = 0.1$  (коефициент на умирање на хищника)

Извод:

Графиката отразява как ако хищника ловува над определено ниво здравите жертви, популациите на хищник и жертва изчезват. Забелязва се че при по-малка скорост на разпространяване на заразата( $k_1$ ) както е в графика б) популациите на хищник и жертва изчезват по-бързо.

## V. Заключение

От графиките на модела хищник-жерна с инфекциозно заболяване може да проследим динамиката на модела. От което може да се съди че , за да изчезне болеста в жертвата трябва хищника да ловува заразените по бързо от скоростта на разпространение на заразата.

## VI. Приложения

Програмен код на модела: [https://github.com/VasilTodorov/Grafical\\_Models](https://github.com/VasilTodorov/Grafical_Models)

## VII. Източници

- [1] Закон за действие на масата
- [2] ChatGPT