

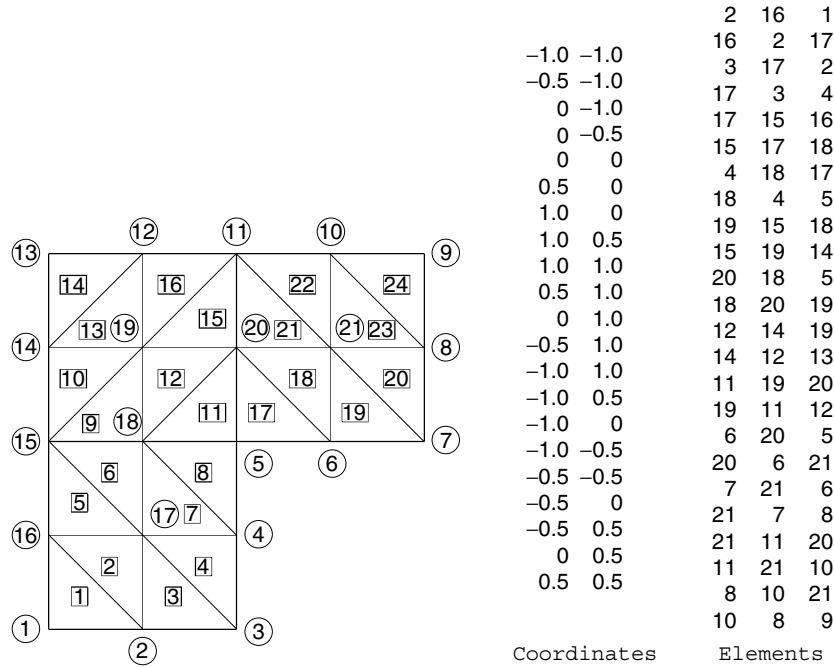
# Πεπερασμένες Διαφορές και Πεπερασμένα Στοιχεία για ΜΔΕ

## Προαιρετικές Ασκήσεις 2: Πεπερασμένα Στοιχεία για ελλειπτικές και παραβολικές ΜΔΕ

1. Έστω το πρόβλημα Poisson

$$-\Delta u = 1, \quad \text{για } (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2 \text{ και } u = 0 \text{ στο } \partial\Omega,$$

όπου  $\Omega = (-1, 1)^2 \setminus (0, 1) \times (-1, 0)$ , δηλαδή χωρίο σε σχήμα 'L'. Δεδομένου του πλέγματος  $\mathcal{T}$  που απεικονίζεται στο Σχήμα 1, να κατασκευάσετε πρόγραμμα που να προσεγγίζει τη λύση του παραπάνω ελλειπτικού προβλήματος στο πλέγμα αυτό με τη ΜΠΣ. Χρησιμοποιώντας εντολές από το pdetool, ή όπως αλλιώς προτιμάτε, πυκνώστε το πλέγμα και επαναλάβετε την επίλυση.



Σχήμα 1: Χωρίο, πλέγμα, και μήτρες συννεκτικότητας (connectivity arrays)

[ Υπόδειξη: Ίσως να βρείτε χρήσιμο το κείμενο: <http://www.math.uci.edu/~chenlong/226/Ch3FEMCode.pdf> ]

2. Έστω το παραβολικό πρόβλημα

$$u_t - \Delta u = 1, \quad \text{για } (t, x, y) \in (0, 1) \times \Omega \subset \mathbb{R}^2 \text{ και } u = 0 \text{ στο } (0, 1) \times \partial\Omega,$$

όπου  $\Omega = (-1, 1)^2 \setminus (0, 1) \times (-1, 0)$ , δηλαδή το ίδιο χωρίο σε σχήμα 'L' με το Πρόβλημα 1 παραπάνω καθώς και τα δύο πλέγματα που κατασκευάσατε.

Ορίστε μια έμμεση μέθοδο του Euler αλλά και μια μέθοδο Crank-Nicolson για το παραπάνω πρόβλημα. Κατασκευάστε τα αντίστοιχα προγράμματα για την υλοποίηση των παραπάνω μεθόδων που ορίσατε και απεικονίστε τη λύση που βρήκατε.