Εθνικο Μετσοβιο Πολυτεχνειο

Συστήματα & Τεχνολογίες Γνώσης

Σειρά Ασκήσεων

Γεωργίου Δημήτριος (03115106)

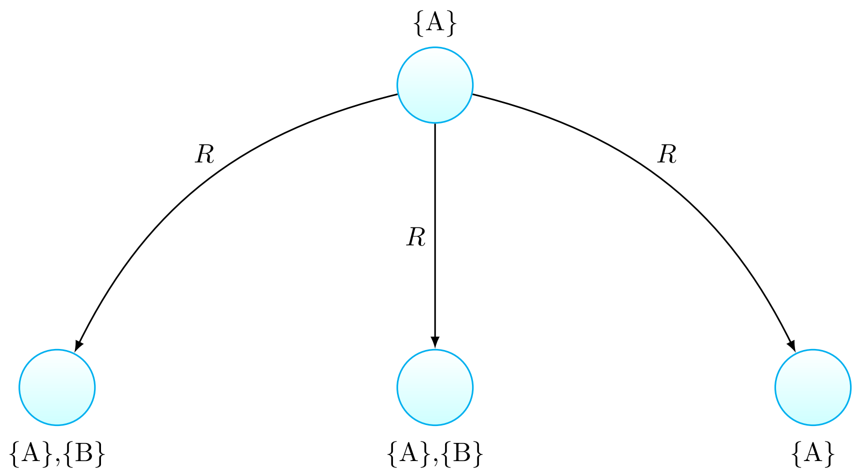
<el15106@central.ntua.gr>

Μάϊος 2019

1 Ερώτημα

(1) Κατασκευή μοντέλων για τις παρακάτω 2 έννοιες βάσει Tbox

(a) $\boxed{A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.\neg A \sqcap \geq 3R}$



- Έστω ένα αντικείμενο a που ανήκει στο σύνολο-τομή $(A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.\neg A \sqcap \geq 3R)^I$, τότε από τη σημαμοσιολογία του κατασκευαστή τομής προκύπτει:
  - $a \in (\exists R.B)^I$
  - $a \in (\exists R.\neg A)^I$
  - $a \in A^I$
  - $a \in (\geq 3R)^I$
- Από την σημασιολογία του υπαρξιακού περιοριρμού και εφόσον $a \in (\exists R.B)^I$, πρέπει να υπάρχει κάποιο άλλο αντικείμενο $b \in \Delta^I$, ενώ τα 2 αυτά αντικείμενα πρέπει να επαληθεύουν τις σχέσεις $(a, b) \in R^I$ και $b \in B^I$
- Από την σημασιολογία του περιορισμού τιμής και εφόσον $a \in (\exists R.\neg A)^I$, πρέπει να υπάρχει κάποιο αντικείμενο $c \in \Delta^I$, ενώ τα 2 αυτά αντικείμενα πρέπει να επαληθεύουν τις σχέσεις $(a, c) \in R^I$ και $c \in (\neg A)^I$
- Τελικά ορίζεται η παρακάτω ερμηνεία του μοντέλου που μπορεί να προκύψει:

$$\Delta^I = \{a, b, c, d\}$$
$$A^I = \{a\}$$
$$B^I = \{b, c, d\}$$
$$R^I = \{(a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$\boxed{\textbf{ΙΣΧΥΕΙ}}$$

(b) $\boxed{\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(C \sqcup B)}$

Ορίζεται το T-box ως εξής: $\mathcal{T} = \{B \sqsubseteq D, \exists R.(D \sqcup C) \sqsubseteq \forall R.\neg A\}$

- Έστω ένα αντικείμενο a που ανήκει στο σύνολο-τομή $(\exists R.A \sqcap \exists R.B \sqcap \forall R.(C \sqcup B)^I$, τότε από τη σημαμοσιολογία του κατασκευαστή τομής προκύπτει:
  - $a \in (\exists R.A)^I$
  - $a \in (\exists R.B)^I$
  - $a \in (\forall R.(C \sqcap B))^I$
- Από την σημασιολογία του περιορισμού τιμής και εφόσον $a \in (\exists R.A)^I$, πρέπει να υπάρχει κάποιο αντικείμενο $b \in \Delta^I$, ενώ τα 2 αυτά αντικείμενα πρέπει να επαληθεύουν τις σχέσεις $(a, b) \in R^I$ και $b \in A^I$
- Ομοίως, για το $a \in (\exists R.B)$ πρέπει να υπάρχει κάποιο $c \in \Delta^I$, για τα οποία ισχύουν $(a, c) \in R^I$ και $c \in B$
- Τέλος, από την σημασιολογία του περιορισμού τιμής και εφόσον $a \in (\forall R.(C \sqcap B))^I$, πρέπει να υπάρχει κάποιο αντικείμενο $d \in \Delta^I$, ενώ τα 2 αυτά αντικείμενα πρέπει να επαληθεύουν τις σχέσεις $(a, d) \in R^I$ και $d \in (C \sqcap B)^I$
- Έτσι λοιπόν βάσει των προηγούμενων προκύπτει ότι $A \equiv C$. Επιπλέον από ανάλυση του T-box έχουμε:

- Τα στιγμιότυπα του B είναι και στιγμιότυπα του D
- Τα αντικείμενα που συνδέονται μέσω του R με ένα τουλάχιστον στιγμιότυπο του $D \sqcap C$, ανήκουν στο σύνολο των αντικειμένων που συνδέονται μέσω του R μόνο με αντικείμενα που δεν είναι στιγμιότυπα του A.
- **Η προηγούμενη πρόταση δεν γίνεται να συμβεί**, οπότε:

$$\boxed{\textbf{ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ}}$$

(2) Ελέγχουμε τις παρακάτω υπαγωγές με βάση δεδομένο T-box

(a) $\boxed{D \sqcup B \sqsubseteq A}$ μβτ. $\mathcal{T} = \{B \sqsubseteq A \sqcup C, D \sqsubseteq \neg C\}$

Έστω η παρακάτω ερμηνεία:

$$\Delta^I = \{x_1\}$$
$$A^I = \{x_1\}$$
$$B^I = \{\}$$
$$D^I = \{x_1\}$$
$$C^I = \{\}$$

Υπάρχει ερμηνεία επομένως δεν υπάρχει κάποια αντίφαση.

- $\underline{B \sqsubseteq A \sqcup C}$: Αρχικά υποθέτουμε ότι το B υπάγεται στο A και άρα στην περίπτωση αυτή η συνεπαγωγή $D \sqcup B \sqsubseteq A$
- Από την ίδια σχέση υποθέτουμε ότι το B υπάγεται στο C. Στην περίπτωση αυτή, και βάσει της άλλης σχέσης του T-Box $\underline{D \sqsubseteq \neg C}$ συμπεραίνουμε ότι $D \sqcup B = \{\}$, και άρα υπάγεται στο A.

Άρα σε κάθε περίπτωση, η υπαγωγή:

$$\boxed{\textbf{ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ}}$$

(b) $\boxed{C \sqsubseteq \neg C_1 \sqcap C_2}$ μβτ. $\mathcal{T} = \{C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcup \exists R.B), \exists R.B \sqsubseteq D, \exists R.(A \sqcup D) \sqsubseteq \neg(C_1 \sqcup C_2)\}$

- Θα δείξουμε ότι η υπαγωγή δεν ισχύει με αντιπαράδειγμα. Έστω η ερμηνεία:

$$\Delta^I = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\}$$
$$A^I = \{x_0, x_1, x_2, x_4\}$$
$$B^I = \{x_0, x_2, x_3, x_4\}$$
$$C^I = \{x_0\}$$
$$D^I = \{x_0, x_1, x_3, x_4\}$$
$$C_1^I = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\}$$
$$R^I = \{(x_1, x_3), (x_2, x_1), (x_2, x_0)\}$$

- Για τα αξιώματα του T-box ισχύει:
  - $\underline{C \sqsubseteq \exists R.(A \sqcap \exists R.B)}$

$$\begin{cases} (\exists R.B)^I = \{x_0, x_3\} \\ (A \sqcap \exists R.B)^I = A^I \cap (\exists R.B)^I = \{x_0\} \\ (\exists R.(A \sqcap \exists R.B))^I = \{x_0\} \\ C^I = \{x_0\} \end{cases} \Rightarrow C^I \subseteq (\exists R.(A \sqcap \exists R.B))^I \textbf{ checked}$$

  - $\underline{\exists R.B \sqsubseteq D}$

$$\begin{cases} (\exists R.B)^I = \{x_0, x_3\} \\ D^I = \{x_0, x_1, x_3, x_4\} \end{cases} \Rightarrow C(\exists R.B)^I \subseteq D^I \textbf{ checked}$$

  - $\underline{\exists R.(A \sqcap D) \sqsubseteq \neg(C_1 \sqcap C_2)}$

$$\begin{cases} (A \cap D)^I = A^I \cap D^I = \{x_0, x_1, x_4\} \\ (\exists R.(A \sqcap D))^I = \{x_0, x_1\} \\ (C_1 \sqcap C_2)^I = C_1^I \cap C_2^I = \{\} \\ (\neg(C_1 \sqcap C_2))^I = \Delta^I \setminus (C_1 \sqcap C_2)^I = \{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\exists R.(A \sqcap D))^I \subseteq \Delta^I \setminus (C_1 \sqcap C_2)^I \textbf{ checked}$$

- Για την υπαγωγή όμως ισχύει ότι:
$\begin{cases} (\neg C_1)^I = \Delta^I \setminus C_1^I = \{\} \\ (\neg C_1 \sqcup C_2)^I = \{\} \cup \{\} = \{\} \\ C = \{x_0\} \end{cases} \Rightarrow$ **Η υπαγωγή δεν ισχύει**

$\boxed{\textbf{ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ}}$

2 Ερώτημα

Θεωρούμε την ερμηνεία I: $\Delta^I = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$, *και* $A^I = \{\alpha_1\}$, $B^I = \{\alpha_2\}$, $C^I = \{\alpha_3\}$, $D^I = \{\alpha_4\}$, $r^I = \{(\alpha_1, \alpha_2), (\alpha_4, \alpha_3), (\alpha_4, \alpha_4)\}$ *και* $s^I = \{(\alpha_1, \alpha_2), (\alpha_1, \alpha_3), (\alpha_2, \alpha_4)\}$. Τα ζητούμενα σύνολα X^I που απαιτούνται είναι:

- $\underline{\forall s.\forall r.\bot}$
$\forall r.\bot = \{\alpha_2, \alpha_3\}$
Προκύπτει ότι το ζητούμενο σύνολο αποτελείσαι από το αριστερό μέλος των στοιχείων του s^I που το δεξί μέλος είναι α_2 ή α_3, οπότε και $X^I = \{\alpha_1\}$

- $\underline{\exists s.(D \sqcup \exists r^-.C)}$
Για το $\exists r^-.C$ ψάχνουμε στα στοιχεία του r^I και κρατάμε αυτά που το αριστερό μέλος ανήκει στο C^I, άρα οδηγούμαστε στο κενό σύνολο. Επομένως πλέον αναζητούμε τα στοιχεία του s^I, στα οποία το δεξί μέλος ανήκει στο D^I, οπότε προκύπτει $X^I = \{\alpha_2\}$

- $\underline{\exists r.\exists s^-.\exists r}$
  - Για το $\exists r$ αναζητούμε όλα τα στοιχεία του r^I, κρατώντας το αριστερό μέλος αυτών άρα τα α_1, α_4.
  - Εν συνεχεία, για το $\exists s^-.\exists r$ αποτελείται από το αριστερό μέλος των στοιχείων του s^I για τα οποία το αριστερό μέλος είναι, βάσει των προηγούμενων, τα α_1, α_4, δηλαδή τα α_2, α_3.
  - Εν κατακλείδι, το σύνολο X^I περιλαμβάνει το αριστερό μέλος των στοχείων του r^I για τα οποία δεξί μέλος είναι τα α_2, α_3. Εναλλακτικά $X^I = \{\alpha_1, \alpha_4\}$

- $\underline{\exists r^-.\bot \sqcap (A \sqcup C)}$
Εφόσον ισχύει ότι η ερμηνεία του $A \sqcup C$ είναι $(A \sqcup C)^I = \{\alpha_1, \alpha_3\}$, και επειδή το $\exists r^-.\bot$ περιλαμβάνει τα στοιχεία που δεν υπάρχουν ως δεξί μέρος στο r^I, άρα το α_1 προκύπτει για το σύνολο $X^I = \{\alpha_1\}$

3 Ερώτημα

Η εφαρμογή του αλγορίθμου δοκιμής υπαγωγής για την FL_0προϋποθέτει την **κανονική μορφή** των εννοιών. Επομένως, μετατρέπουμε αρχικά τις δοθούσες έννοιες σε κανονική μορφή με γνωστή μεθοδολογία, τα βήματα της οποίας αποφαίνονται παρακάτω

- <u>Για την έννοια C_1</u>
  (1) $C_1 \equiv \forall r.A \sqcap C \sqcap \forall r.\forall r.E \sqcap \forall r.B \sqcap E \forall r.(A \sqcap B) \sqcap \forall r.\forall r.\forall s.D$ (**Αρχική μορφή**)
  (2) **Το βήμα 1 δεν οδηγεί σε τροποποίηση της έννοιας**
  (3) $C_1 \equiv C \sqcap E \sqcap \forall r.A \sqcap \forall r.\forall r.E \sqcap \forall r.B \sqcap \forall r.(A \sqcap B) \sqcap \forall r.\forall r.\forall s.D$ (**Βήμα 2**)
  (4) **Το βήμα 3 δεν οδηγεί σε τροποποίηση της έννοιας**
  (5) $C_1 \equiv C \sqcap E \sqcap \forall r.(A \sqcap \forall r.\forall r.E \sqcap \forall r.B \sqcap (A \sqcap B) \sqcap \forall r.\forall s.D)$ (**Βήμα 4**)
  (6) Αναδρομικά εκτελούμε τα παραπάνω βήματα και έχουμε:
  $C_1 \equiv C \sqcap E \sqcap \forall r.(A \sqcap B \sqcap \forall r.E \sqcap \forall r.\forall s.D)$
  (7) $C_1 \equiv C \sqcap E \sqcap \forall r.(A \sqcap B \sqcap \forall r.(E \sqcap \forall s.D))$

- <u>Για την έννοια C_2</u>
  (1) $C_2 \equiv \forall r.\forall r.E \sqcap \forall r.\forall r.\forall s.(D \sqcap A) \sqcap E$ (**Αρχική μορφή**)
  (2) **Το βήμα 1 δεν οδηγεί σε τροποποίηση της έννοιας**
  (3) $C_2 \equiv E \sqcap \forall r.\forall r.E \sqcap \forall r.\forall r.\forall s.(D \sqcap A)$ (**Βήμα 2**)
  (4) **Το βήμα 3 δεν οδηγεί σε τροποποίηση της έννοιας**

(5) $C_2 \equiv E \sqcap \forall r.(\forall r.E \sqcap \forall r.\forall s.(D \sqcap A))$ (**Βήμα 4**)

(6) Αναδρομικά εκτελούμε τα παραπάνω βήματα και έχουμε:
$C_2 = E \sqcap \forall r.(\forall r.(E \sqcap \forall s.(D \sqcap A)))$

Στην συνέχεια γίνεται εφαρμογή του αλγορίθμου δομικής υπαγωγής για την FL_0 οπότε έχουμε προκύπτουν τα παρακάτω βήματα:

Βήμα 1ο: Εκτελούμε την συνάτηση *atom()* για την έννοια C_1 η οποία οδηγεί στην δημιουργία του συνόλου $NC_1 = \{C, E\}$, ενώ για την έννοια C_2 δίνεται το $NC_2 = \{E\}$

Βήμα 2ο: Εκτελούμε την συνάτηση *forall-roles()* για την έννοια C_1 η οποία οδηγεί στην δημιουργία του συνόλου $RC_1 = \{r\}$, ενώ για την έννοια C_2 δίνεται το $RC_2 = \{r\}$

Βήμα 3ο: Εκτελούμε το *for loop* για έλεγχο της συνθήκης $NC_2 \subseteq NC_1$

Βήμα 4ο: Επειδή η συνθήκη του βήματος 3 ισχύει, γίνεται αναδρομική κλήση του αλγόριθμου

Βήμα 5ο: Εάν η εκτέλεση του αλγορίθμου φτάσει έως το τέλος τότε η υπαγωγή ισχύει και ο αλγόριθμος τερματίζει εμφανίζοντας το μήνυμα **YES**, σε διαφορετική περίπτωση το μήνυμα **NO**

Στην δική μας περίπτωση:

- Συνεχίζοντας με το βήμα 4, γίνεται αναδρομική κλήση του αλγορίθμου και καλούνται εκ νέου οι συναρτήσεις *atom()* και *forall-roles()* οδηγώντας στην δημιουργία των συνόλων $NC_1 = \{A, B\}, NC_2 = \{\}, RC_1 = \{r\}, RC_2 = \{r\}$. Η 2η εκτέλεση του βήματος 3 μας δίνεται τον επιτυχή έλεγχο της συνθήκης $NC_2 \subseteq NC_1$ οπότε γίνεται 2η εκτέλεση του βήματος βήματος 4.
- Η 3η εκτέλεση του αλγορίθμου οδηγεί στην δημιουργία των συνόλων $NC_1 = \{E\}, NC_2 = \{\}, RC_1 = \{s\}, RC_2 = \{s\}$ και επειδή ικανοποιείται ξανά η συνθήκη $NC_2 \subseteq NC_1$, οπότε ο αλγόριθμος εκτελείται εκ νέου.
- Η 4η και τελευταία εκτέλεση του αλγορίθμου, οδηγεί στην δημιουργία των συνόλων $NC_1 = \{D\}, NC_2 = \{D, A\}, RC_1 = \{\}, RC_2 = \{\}$. Τώρα η συνθήκη $NC_2 \subseteq NC_1$ **δεν ικανοποιείται**, και έτσι λοιπόν ο αλγόριθμος μας τερματίζετι επιστρέφοντας **NO**

Η παραπάνω εκτέλεση του αλγορίθμου δομική υπαγωγής υπέδειξε ότι η υπαγωγή $C_1 \sqsubseteq C_2$

$$\boxed{\textbf{ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ}}$$

4 Ερώτημα

Στην άσκηση αυτή σχηματίζουμε μια βάση K που χρησιμοποιεί τις έννοιες *Άνθρωπος* και τους ρόλους *έχειΣύζυγο, έχειΠαιδί και έχειΑδερφό*, και στην οποία ορίζονται οι έννοιες:

(1) *ΜοναδικόςΑδερφόςΑνύπαντρουΓονιούΜεΤέσσεραΕγγόνια*

- Με αφορμή τον ρόλο *έχειΠαιδί* και την εμφάνιση του όρου **Γονιός**, την έννοια του οποίου την ορίζουμε ως εξής:

$$\text{Γονιός} \equiv \exists \text{έχειΠαιδί.Άνθρωπος} \qquad \textbf{(1)}$$

- Εν συνεχεία, παρατηρούμε τον όρο **Ανύπαντρου**, την έννοια του οποίου θα ορίσουμε κάνοντας χρήση της έννοιας *έχειΣύζυγο* και της έννοιας *Bottom*. Οπότε:

$$\text{Ανύπαντρος} \equiv \forall \text{έχειΣύζυγο}.\bot \qquad \textbf{(2)}$$

- Κάνοντας χρήση των νέων ορισμένων εννοιών **(1), (2)** προκύπτει ο ***ανύπαντρος γονιός***, η έννοια του οποίου ορίζεται ως εξής:

$$\text{ΑνύπαντροςΓονιός} \equiv \forall \text{έχειΣύζυγο}.\bot \sqcap \exists \text{έχειΠαιδί.Άνθρωπος} \qquad \textbf{(3)}$$

- Εν συνεχεία, βάσει της **(3)** και της ύπαρξης στιγμιότυπου του ρόλου *έχειΑδερφό*, ορίζουμε την έννοια όχι για τον όρο **Μοναδικό Αδερφό**, αλλά απευθείας:

$$\text{ΜοναδικόςΑδρφόςΑνύπαντροςΓονιού} \equiv \geq \exists 1 \text{έχειΑδερφό.ΑνύπαντροςΓονιός} \sqcap \leq \exists 1 \text{έχειΑδερφό.ΑνύπαντροςΓονιός} \qquad \textbf{(4)}$$

- Δημιουργούμε ακόμα τον ρόλο **έχει εγγόνι**, κάνοντας σύνθεση δοθέντων ρόλων ως εξής:

$$έχειΕγγόνι \equiv έχειΠαιδί.Άνθρωπος \circ έχειΠαιδί.Άνθρωπος \text{ quad} \qquad \mathbf{(5)}$$

- Τώρα, βάσει της **(4)** και τους περιορισμούς μέγιστης και ελάχιστης πληθικότητας έχουμε:

$$ΜεΤέσσεραΕγγόνια \equiv \geq 4 \ έχειΕγγόνι \sqcap \leq 4έχειΕγγόνι \qquad \mathbf{(6)}$$

- Εν κατακλείδι, η ζητούμενη έννοια που πρέπει να οριστεί προκύπτει από τις σχέσεις **(4), (6)** και ορίζεται ως εξής:

$$\boxed{ΜοναδικόςΑδερφόςΑνύπαντρουΓονιούΜεΤέσσεραΕγγόνια \equiv Άνθρωπος \sqcap ΜοναδικόςΑδερφόςΑνύπαντρουΓονιού \sqcap ΜεΤέσσεραΕγγόνια}$$

(2) *ΕτεροθαλήςΑδερφόςΧωρίςΠαντρεμέναΕγγόνια*

- Δημιουργούμε τον ρόλο **χωρίς παντρεμένα εγγόνια**, κάνοντας σύνθεση των ρόλων *Ανύπαντρος*, *έχειΕγγόνι* ως εξής:

$$ΧωρίςΠαντρεμέναΕγγόνια \equiv έχειΕγγόνι \circ Ανύπαντρος \qquad \mathbf{(7)}$$

- Για τον ορισμό της έννοιας του **Ετεροθαλή Αδεφού**, γίνεται χρήση των περιορισμών ελάχιστης πληθικότητας και του ρόλου **έχει Γονιό Αδερφού**, ο οποίος ορίζεται και περιλαμβάνει όλους τους γονείς μεταξύ αδερφών, οπότε όταν αυτοί ξεπερνούν το 2 σε πλήθος τότε τα αδέρφια είναι ετεροθαλή:

$$έχειΓονέαΑδερφού \equiv \exists έχειΠαιδί^{-}.\exists έχειΠαιδί.\forall έχειΠαιδί^{-}.Άνθρωπος \qquad \mathbf{(8)}$$

- Οπότε, βάσει της παραπάνω έννοιας **(8)**και του περιορισμού ελάχιστης πληθικότητας λαμβάνουμε:

$$ΕτεροθαλήςΑδερφός \equiv έχειΓονέαΑδερφού \qquad \mathbf{(9)}$$

- Εν κατακλείδι, η ζητούμενη έννοια που πρέπει να οριστεί προκύπτει από τις σχέσεις **(7), (9)** και ορίζεται ως εξής:

$$\boxed{ΕτεροθαλήςΑδερφόςΧωρίςΠαντρεμέναΕγγόνια \equiv Άνθρωπος \sqcap ΕτεροθαλήςΑδερφός \sqcap ΧωρίςΠαντρεμέναΕγγόνια}$$