ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

---

# Ενοποιημένες Εργασίες LP, BP, BE & HP

---

**Σύνθεση Ενεργών & Παθητικών Φίλτρων 2020**

**ΜΠΛΕΤΣΟΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Α.Ε.Μ.: 8687**

***Διδάσκων :***

***ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.***

***$7^{o}$ Εξάμηνο***

## Περιεχόμενα

## Εργασία #1

## LOW PASS INVERSE CHEBYSHEV

### Αναλυτική Σχεδίαση Φίλτρου

Στον παρόν κεφάλαιο σχεδιάζεται ένα κατωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο πρέπει να τηρεί τις παρακάτω προδιαγραφές:

| | |
|---|---|
| $f_p$ | 4.4 kHz |
| $f_s$ | 7.48 kHz |
| $a_{max}$ | 0.625 dB |
| $a_{min}$ | 27.25 dB |

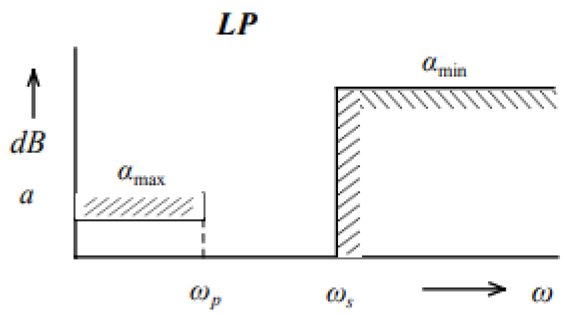
Το πρώτο βήμα είναι να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου από τον τύπο(9.137):

$$n = \frac{cosh^{-1}\sqrt{(\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}}-1}{10^{\frac{a_{max}}{10}}-1})}}{cosh^{-1}(\frac{1}{\Omega_p})}$$

Τώρα ας μετατρέψουμε τις συχνότητες:

$$\omega_p = 27646\ \frac{rad}{s}$$

$$\omega_s = 46998\ \frac{rad}{s}$$




Η συχνότητα έχει κανονικοποιηθεί σε σχέσης με την $\omega_s$=1 και $\Omega_p$=27646/46998≈0.59. Μετά την αντικατάσταση στον παραπάνω τύπο προκύπτει n = 4.2398. Επειδή δεν είναι ακέραιος τον στρογγυλοποιούμαι και καταλήγουμε ότι η τάξη του φίλτρου μας πρέπει να είναι 5. Το δεύτερο βήμα είναι να υπολογίσουμε την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο (9.139):

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\,[\frac{1}{n} * cosh^{-1}(\frac{1}{\varepsilon})]} < 1$$

Όπου το ε είναι (από την 9.123):

$$\varepsilon = (10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.0434$$

Άρα τελικά το

$$\omega_{hp} = 0.7646\ \frac{rad}{s}$$

Για σύστημα $5_{ης}$ τάξης οι γωνίες Butterworth του συστήματος θα είναι 0° , ±36°, ±72°. Έτσι για να βρούμε τους πόλους Chebyshev αρχικά υπολογίζουμε το a από την παρακάτω σχέση:

$$a = \frac{1}{n} * \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.766$$

Αν χρησιμοποιήσω την μέθοδο Guillemin (9.3.3) θα έχω:

$$-\sigma_\kappa = \sinh(a) * \cos(\psi_\kappa)$$

$$\pm\Omega_\kappa = \cosh(a) * \sin(\psi_\kappa)$$

$$p_k = \sigma_\kappa \pm j\,\Omega_\kappa$$

$$\Omega_{0\kappa} = \sqrt{{\sigma_\kappa}^2 + {\Omega_\kappa}^2}$$

$$Q_\kappa = \frac{1}{2 * \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\Omega_\kappa}{\sigma_\kappa}\right)\right)}$$

Έτσι στο βήμα 3 υπολογίσαμε τους κανονικούς πόλους Chebyshev.

| **k** | **$\sigma_\kappa$** | **$j\Omega_\kappa$** | **Γωνία** | **$\Omega_{0\kappa}$** | **$Q_\kappa$** |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -0.8431 | 0 | 0 | 0.8431 | 0.5 |
| 1 | -0.6821 | ±j*0.7688 | ±48.41° | 1.0278 | 0.7534 |
| 2 | -0.2605 | ±j*1.244 | ±78.17° | 1.271 | 2.4391 |

Φτάνοντας στο βήμα 4 αντιστρέφουμε τους πόλους του φίλτρου Chebyshev και παίρνουμε τους πόλους που μας ενδιαφέρουν. Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

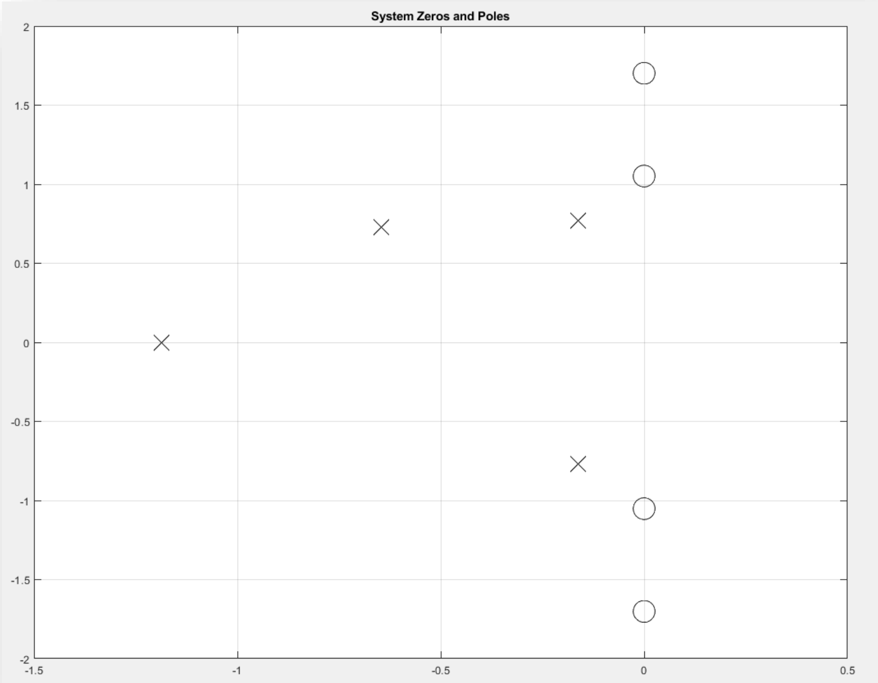
| **k** | **$\omega_{0\kappa}$** | **$Q_\kappa$** | **$p_k$** |
|---|---|---|---|
| 0 | 1.1861 | 0.5 | -1.1861 |
| 1 | 0.9730 | 0.7534 | -0.645±j*0.7277 |
| 2 | 0.7868 | 2.4391 | -0.1613±j*0.7701 |

Τώρα από την συνάρτηση (9-143) θα βρούμε τα μηδενικά:

$$\omega_{z_k} = \sec\left(\frac{k * \pi}{2 * n}\right), k = 1,3,5$$

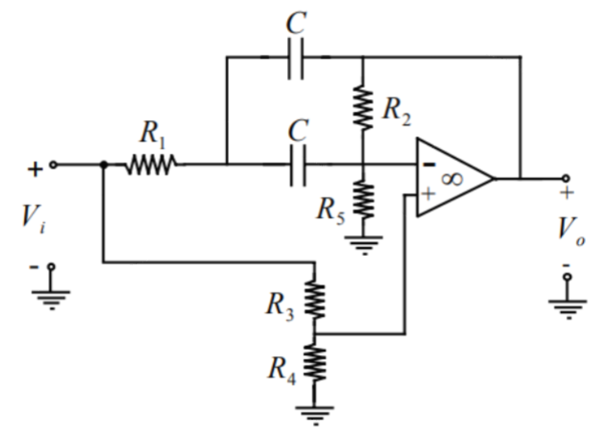
| **k** | **$\omega_{z_k}$** |
|---|---|
| 1 | 1.0515 |
| 3 | 1.7013 |
| 5 | ∞ |

Έτσι οι πόλοι και τα μηδενικά του φίλτρου φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα :




Όπως μας ζητείται θα υλοποιήσουμε την συνάρτηση μεταφοράς με κυκλώματα Low Pass Notch και συγκεκριμένα επειδή το τρίτο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 8 το κύκλωμα θα είναι αυτό του 7.23 δηλαδή το ζωνοφρακτικό κύκλωμα Fried.

***Φίλτρα Low-pass Notch (LPN)***




Σχ. 7.23

Όπως είναι φανερό θα έχουμε 3 μονάδες:

- Μονάδα 1
  - $\omega_o = 0.7868$
  - $\omega_z = 1.0515$
- Μονάδα 2
  - $\omega_o = 0.9730$
  - $\omega_z = 1.7013$
- Μονάδα 3
  - $\omega_o = 1.1861$

## Μονάδα 1

Έχουμε $\omega_0 = 0.7868$, $\omega_z = 1.0515$, $\omega_z > \omega_0$ και τέλος Q = 2.4391. Κανονικοποιούμε τις συχνότητές έτσι ώστε $\Omega_0 = 1$, άρα $\Omega_z = \omega_z / \omega_0 = 1.336 > 1$

$$\mathrm{C} = \frac{1}{2 * Q} = 0.205$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 23.7971$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{{\Omega_z}^2 - 1} = 30.2798$$

$$R_3 = \frac{{\Omega_z}^2}{2 * Q^2} = 0.1501$$

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$k_H = \frac{1}{R_3 + 1} = 0.8695$$

$$k_L = k_H * \left(\frac{1.0515}{0.7868}\right)^2 = 1.5528$$

Όμως επειδή $\omega_s = 46998$ αντί 1 και επειδή το (7.23) υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 0.7868$ έχουμε $k_f = 46998*0.7868$. Επειδή τώρα το δεύτερο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 6 πρέπει στο φίλτρο μου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01μf άρα θα κλιμακοποιήσω:

$$\frac{1}{k_f * k_m} * 0.205 = 10^{-8} \text{ άρα } k_m = 554.36$$

Επομένως :

$$\mathrm{C} = 0.01\ \mu F$$

$$R_1 = R_4 = 554.36\ \Omega$$

$$R_2 = 13.19\ k\Omega$$

$$R_3 = 83{,}2\ \Omega$$

$$R_5 = 16.786\ k\Omega$$

### Μονάδα 2

Έχουμε $\omega_0 = 0.9730$, $\omega_z = 1.7013$, $\omega_z > \omega_0$ και τέλος Q = 0.7534. Κανονικοποιούμε τις συχνότητές έτσι ώστε $\Omega_0 = 1$, άρα $\Omega_z = \omega_z / \omega_0 = 1.7485 > 1$.

$$\mathrm{C} = \frac{1}{2 * Q} = 0.664$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 2.27$$

$$R_5 = \frac{4 * Q^2}{{\Omega_z}^2 - 1} = 1.103$$

$$R_3 = \frac{{\Omega_z}^2}{2 * Q^2} = 2.694$$

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$k_H = \frac{1}{R_3 + 1} = 0.2707$$

$$k_L = k_H * \left(\frac{1.7013}{0.9730}\right)^2 = 0.8276$$

Όμως επειδή $\omega_s = 46998$ αντί 1 και επειδή το (7.23) υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 0.9730$ έχουμε $k_f = 46998*0.9730$. Επειδή τώρα το δεύτερο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 6 πρέπει στο φίλτρο μου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01μf άρα θα κλιμακοποιήσω:

$$\frac{1}{k_f * k_m} * 0.664 = 10^{-8}\ ά\rho\alpha\ k_m = 1452$$

Επομένως:

$$\mathrm{C} = 0.01\ \mu F$$

$$R_1 = R_4 = 1.451\ k\Omega$$

$$R_2 = 3.2951\ k\Omega$$

$$R_3 = 3.9089\ k\Omega$$

$$R_5 = 1.6\ k\Omega$$

### Μονάδα 3

Η μονάδα αυτή είναι ένα κατωδιαβατό φίλτρο 1ης τάξης με πραγματικό πόλο $\omega_0 = 1.186$. Μπορεί να υλοποιηθεί από ένα απλό παθητικό κύκλωμα πρώτης τάξεως με στοιχεία:

$$\omega_0 = \frac{1}{R * C}$$

Άρα θα έχω λύνοντας ως προς R και θεωρώντας C = 1:

$$\mathrm{R}_3 = 0.843\ \Omega$$

Όμως επειδή $\omega_s = 46998$ αντί 1 και επειδή το (7.23) υλοποιεί $\Omega_0 = 1$ αντί $\omega_0 = 1.186$ έχουμε $k_f = 46998*1.186$. Επειδή τώρα το δεύτερο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 6 πρέπει στο φίλτρο μου να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01μf άρα θα κλιμακοποιήσω:

$$\frac{1}{k_f * k_m} * 1 = 10^{-8}\ ά\rho\alpha\ k_m = 2127$$

Επομένως θα είναι:

$$R_3 = 1.7939\ k\Omega$$

## Ρύθμιση Κέρδους

Όπως είναι γνωστό όμως οι μονάδες Fried εισάγουν αποσβέσεις. Το κέρδος dc της διάταξης είναι $k_{L1}$* $k_{L2}$*1 = 1.285 ή αλλιώς 2.182 dB. Το κέρδος που απαιτείται σύμφωνα με την εκφώνηση επειδή το τέταρτο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7 θα πρέπει να έχω κέρδος 5dB στις χαμηλές συχνότητες αρά 1.7783. Έτσι θα προσθέσω μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος:

$$k = \frac{1.7883}{1.285}$$

Θέτω R1 = 10 kΩ άρα θα έχω:

$$R2 = 13.833\ k\Omega$$

## Συναρτήσεις Μεταφοράς

Τα πραγματικά μέτρα των πόλων και μηδενικών από κλιμακοποίηση είναι:

$$\omega_{z1} = 1.0515 * 46998 = 49417\ rad/sec$$

$$\omega_{z2} = 1.7013 * 46998 = 79958\ rad/sec$$

$$\omega_{01} = 0.7867 * 46998 = 36978\ rad/sec$$

$$\omega_{12} = 0.9730 * 46998 = 45728\ rad/sec$$

$$\omega_{23} = 1.1861 * 46998 = 55743\ rad/sec$$

Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό σύμφωνα με την εξίσωση (7.121) είναι:

$$T_{BE}(s) = H * \frac{s^2 + {\omega_z}^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} * s + {\omega_0}^2}$$

Όπου H το κέρδος της μονάδας. Άρα θα έχω:

$$T_1(s) = \frac{0.8695 * s^2 + 2.123 * 10^9}{s^2 + 1.516 * 10^4 * s + 1.367 * 10^9}$$

$$T_2(s) = \frac{0.2708 * s^2 + 1.731 * 10^9}{s^2 + 6.0695 * 10^4 * s + 2.091 * 10^9}$$

$$T_3(s) = \frac{\omega_{23}}{s + \omega_{23}} = \frac{5.5743 * 10^4}{s + 5.5743 * 10^4}$$

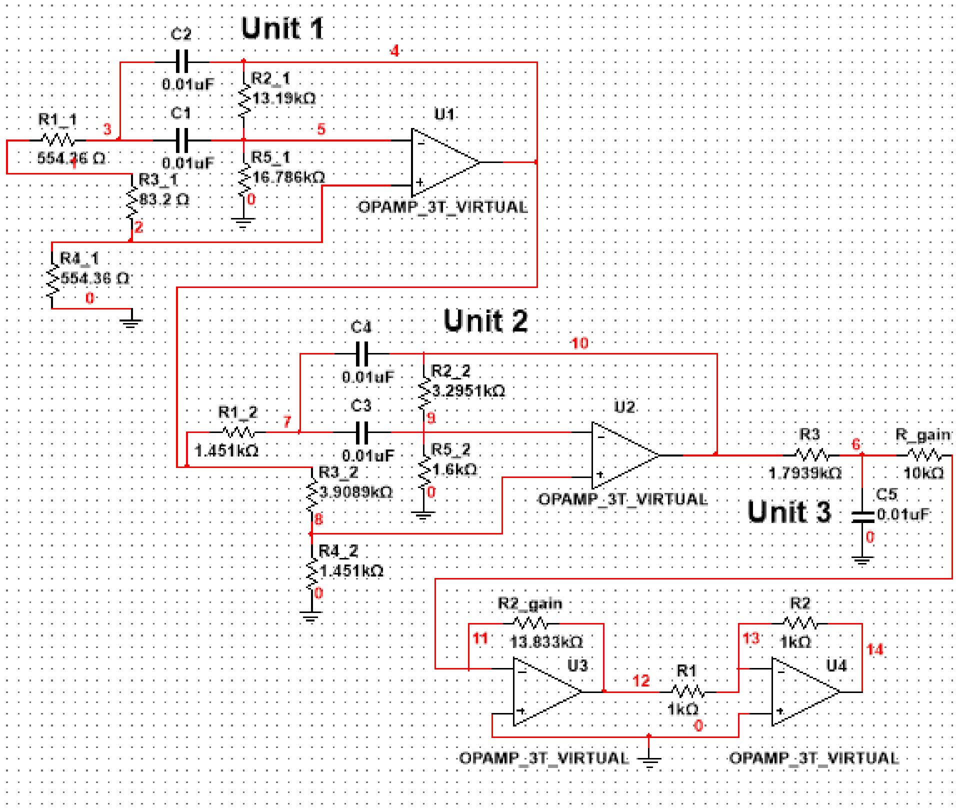
Έτσι η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατό φίλτρου θα είναι:

$$TLP(s) = T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) * k$$

Άρα τελικά προκύπτει:

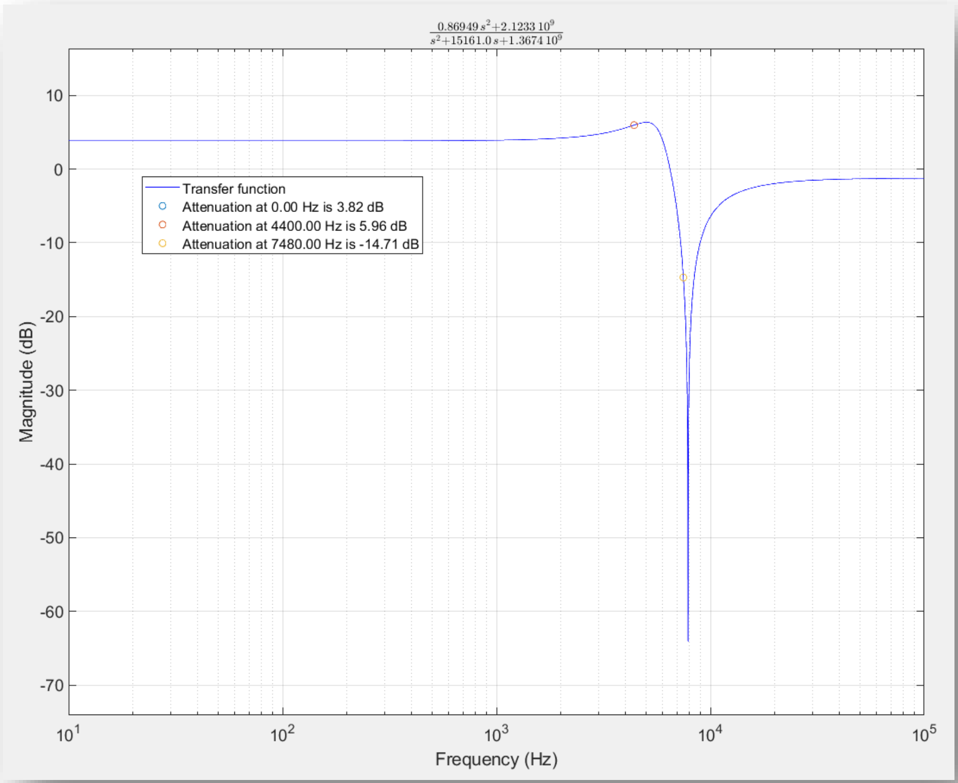
$$TLP(s) = \frac{1.815 * 10^4 * s^4 + 1.604 * 10^{14} * s^2 + 2.834 * 10^{23}}{s^5 + 1.316 * 10^5 * s^4 + 8.607 * 10^9 * s^3 + 3.588 * 10^{14} * s^2 + 9.523 * 10^{18} * s + 1.594 * 10^{23}}$$

Παρακάτω φαίνεται το τελικό Low Pass Inverse Chebyshev φίλτρο οπού στο τέλος προστίθεται μια μονάδα αναστρέφουσας συνδεσμολογίας με λόγο 1/1 για να ην υπάρξει αντιστροφή φάσης στο σήμα μας:

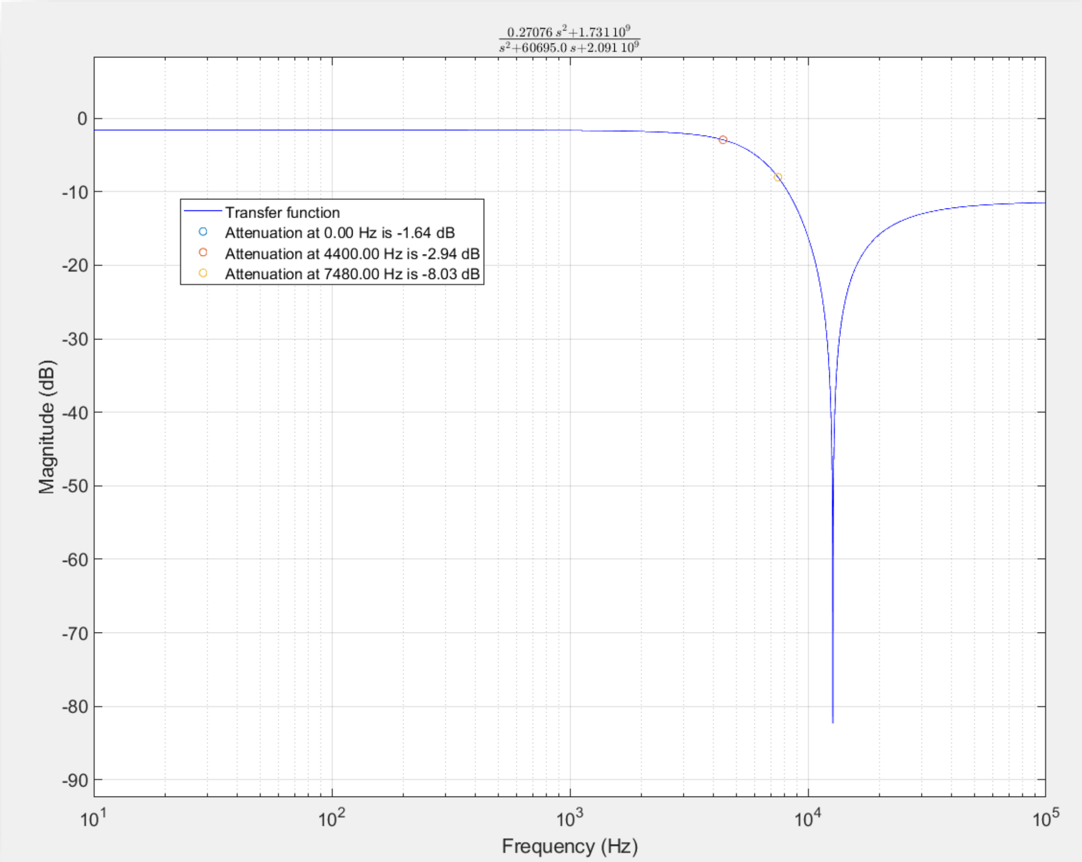



## Μελέτη Συνάρτησης Μεταφοράς Στο MATLAB

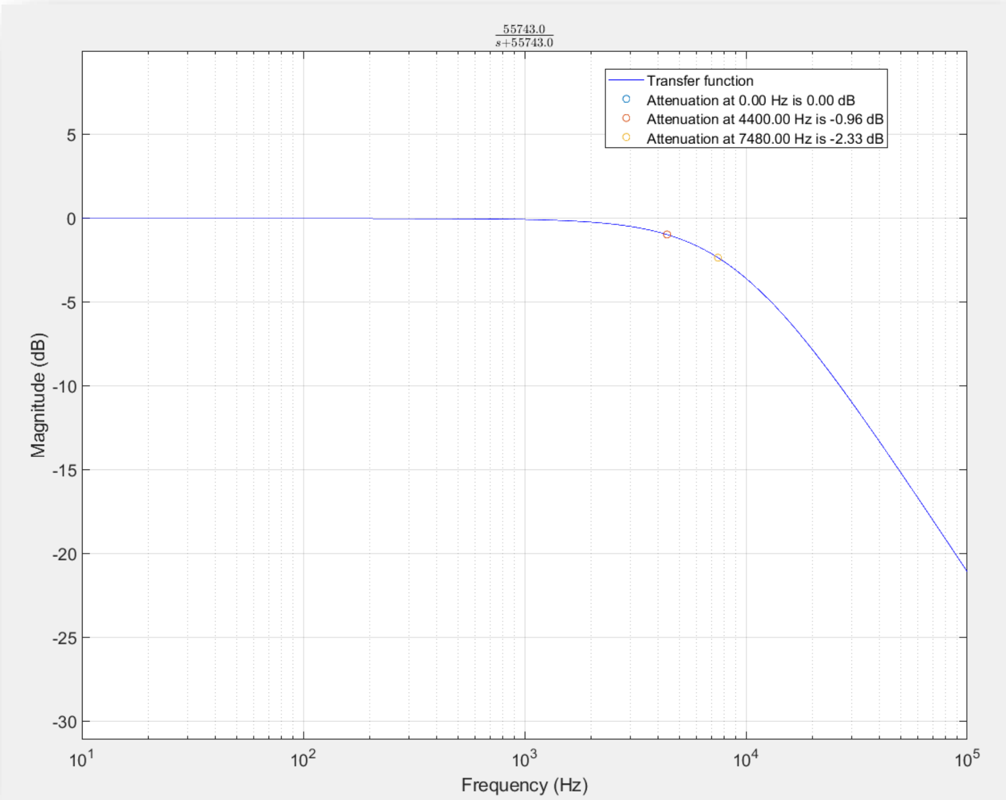
Στο MATLAB πρέπει να βάλουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς ξεχωριστά για κάθε μια από τις τρείς μονάδες που αποτελούν το τελικό φίλτρο. Τα διαγράμματα προέκυψαν από την συνάρτηση plot_transfer_function όπως και μας ζητήθηκε, όπου φαίνονται οι κρίσιμες συχνότητες. Για την πρώτη μονάδα θα έχουμε:



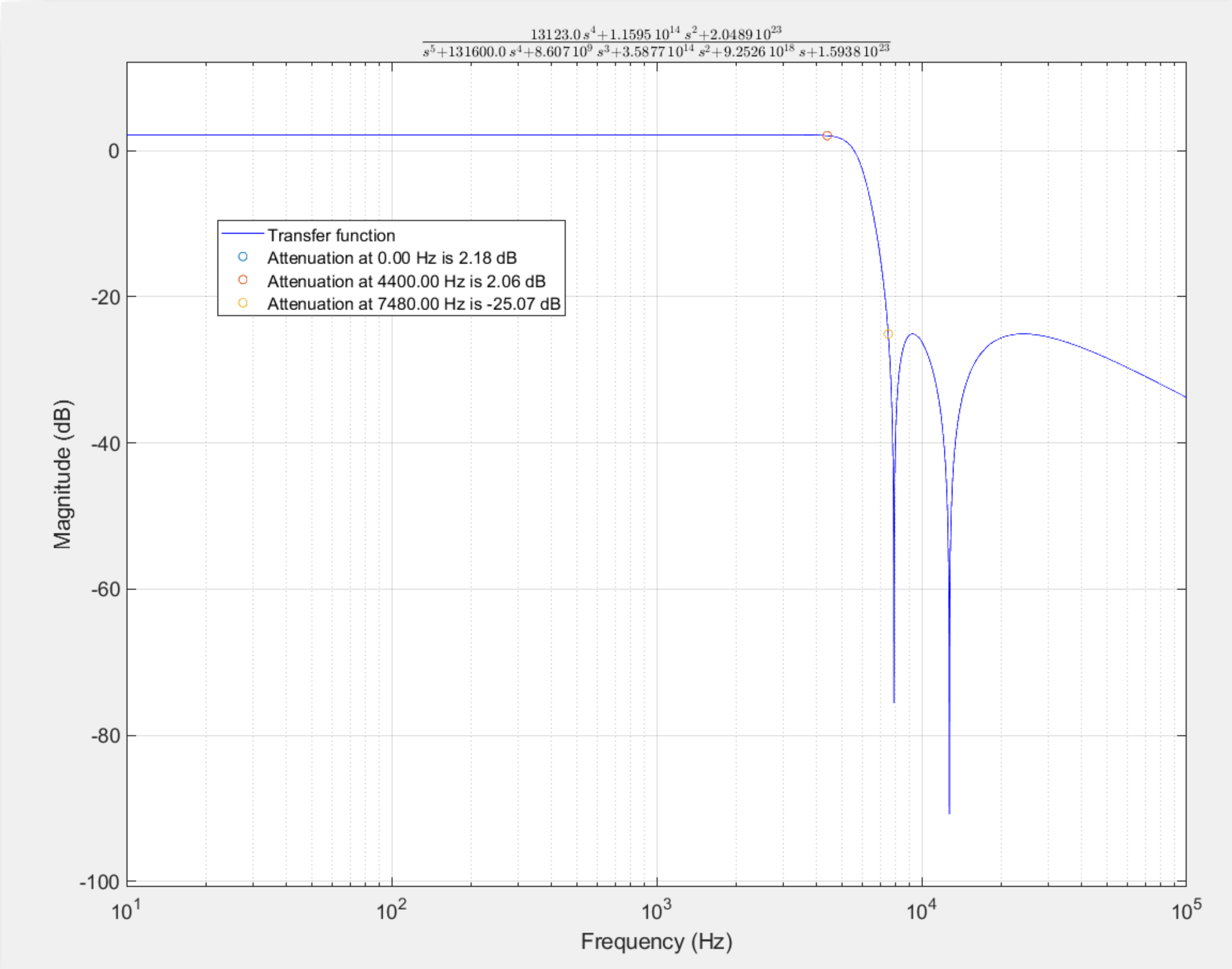
Για την 2η μονάδα:



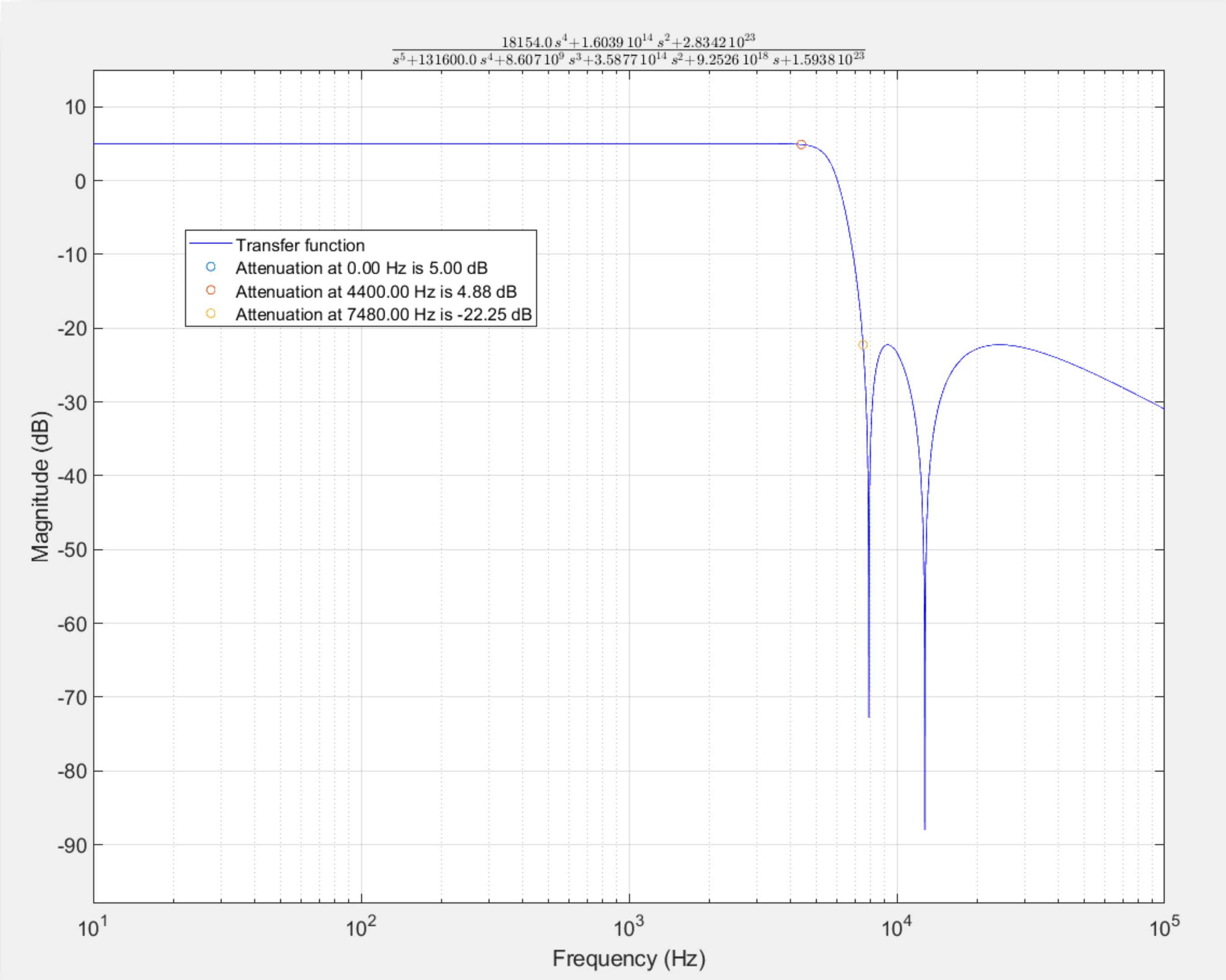

Για την 3η που είναι μια πρωτοβάθμια μονάδα τάξης RC:



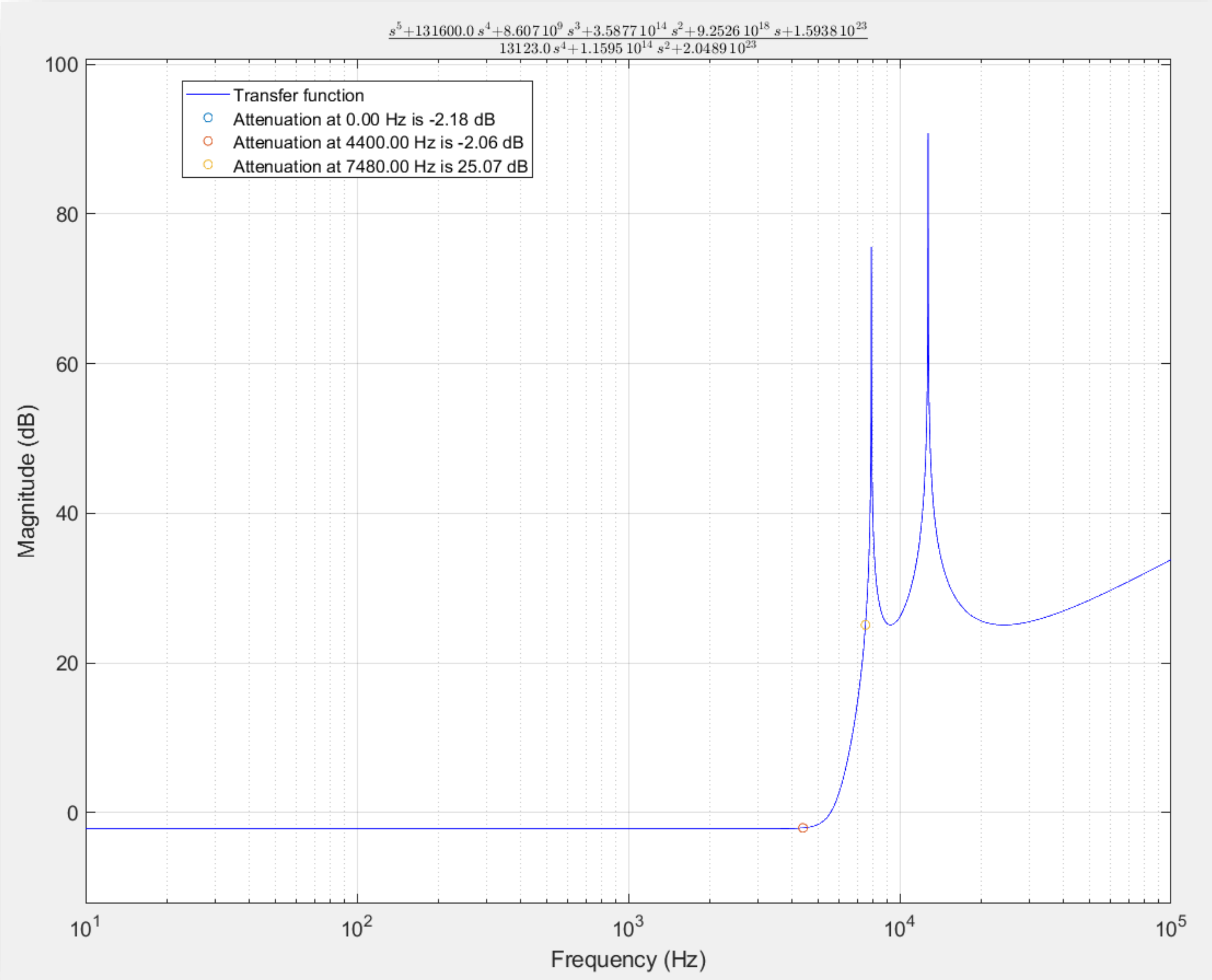
Έτσι το τελικό αποτέλεσμα χωρίς ρύθμιση κέρδους θα είναι:



Ενώ με ρύθμιση κέρδους θα έχουμε:

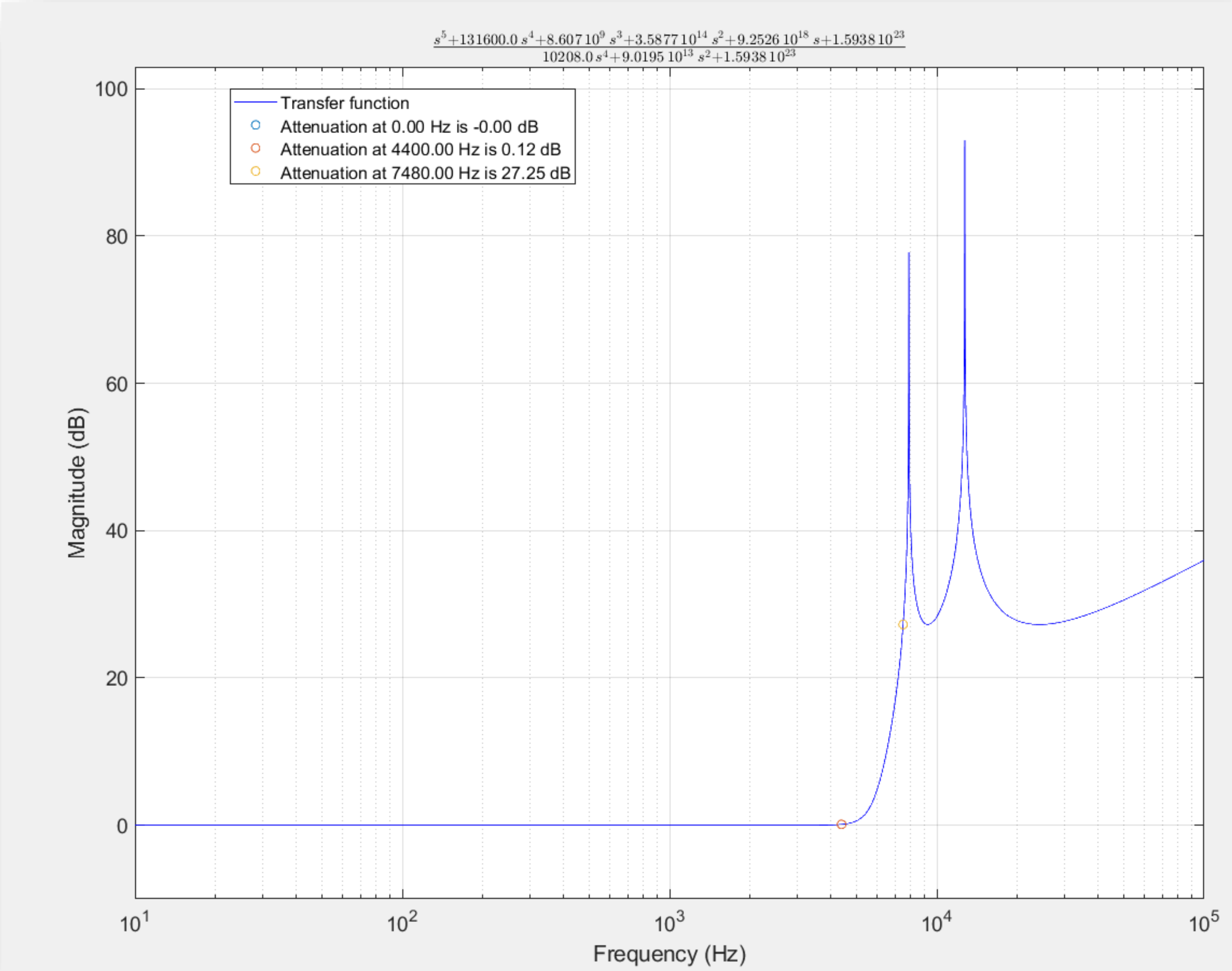


Αντίστοιχα η συνάρτηση απόσβεσης χωρίς κέρδος θα είναι:

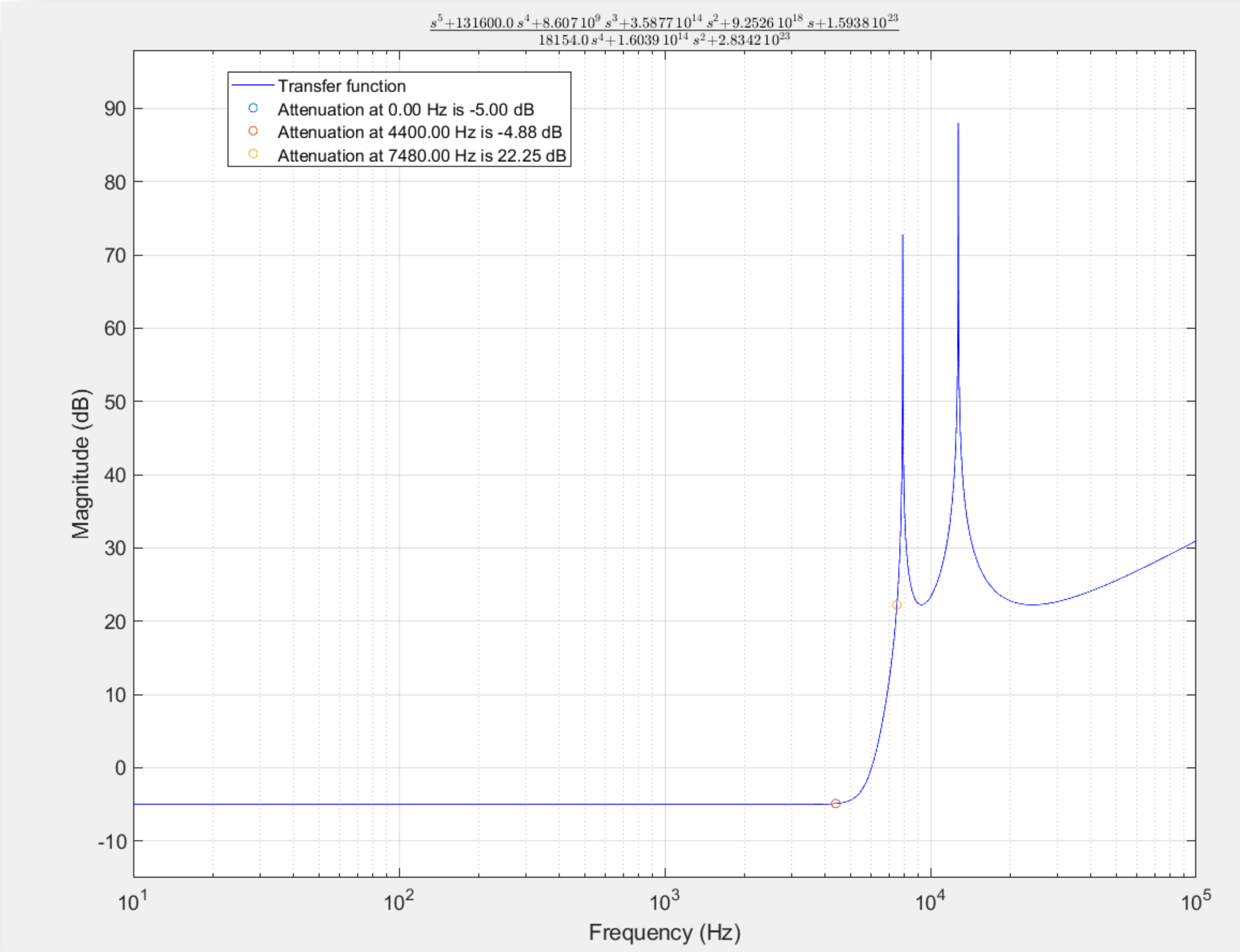



Όπως παρατηρούμε τηρούμε την προδιαγραφή για τις χαμηλές συχνότητες αλλά όχι για τις υψηλές κατά 2 dB περίπου.

Για να ελέγξουμε τις αρχικές απαιτήσεις του φίλτρου θα ελέγξουμε για κέρδος στις χαμηλές ίσες με 0 dB οπού μπορούμε να δούμε ότι πληρούμε όλες τις προδιαγραφές του φίλτρου που μας τέθηκαν:



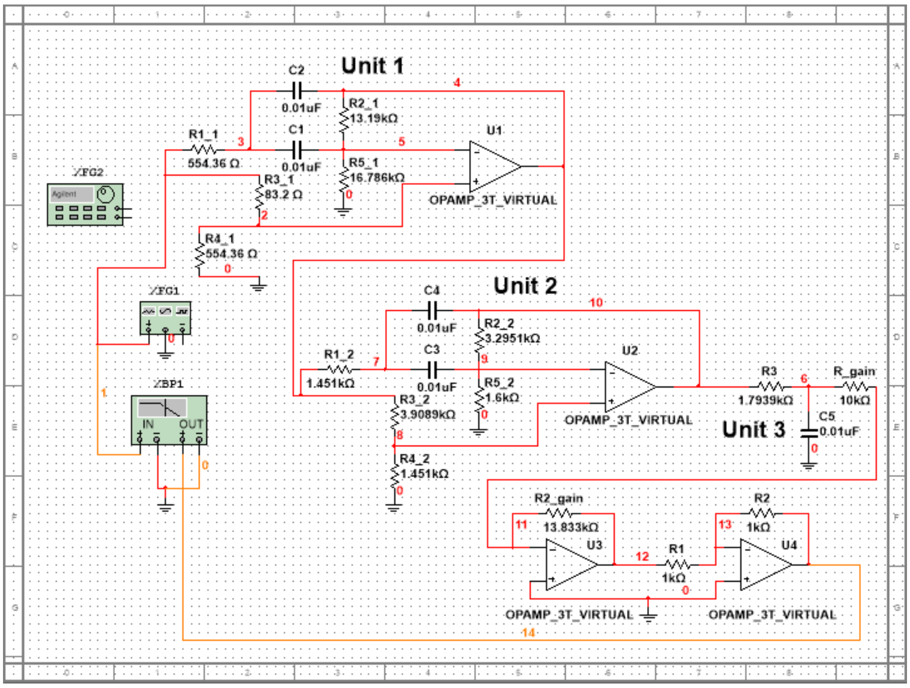
Τώρα βάζοντας και την ρύθμιση κέρδους για 5dB θα έχουμε:

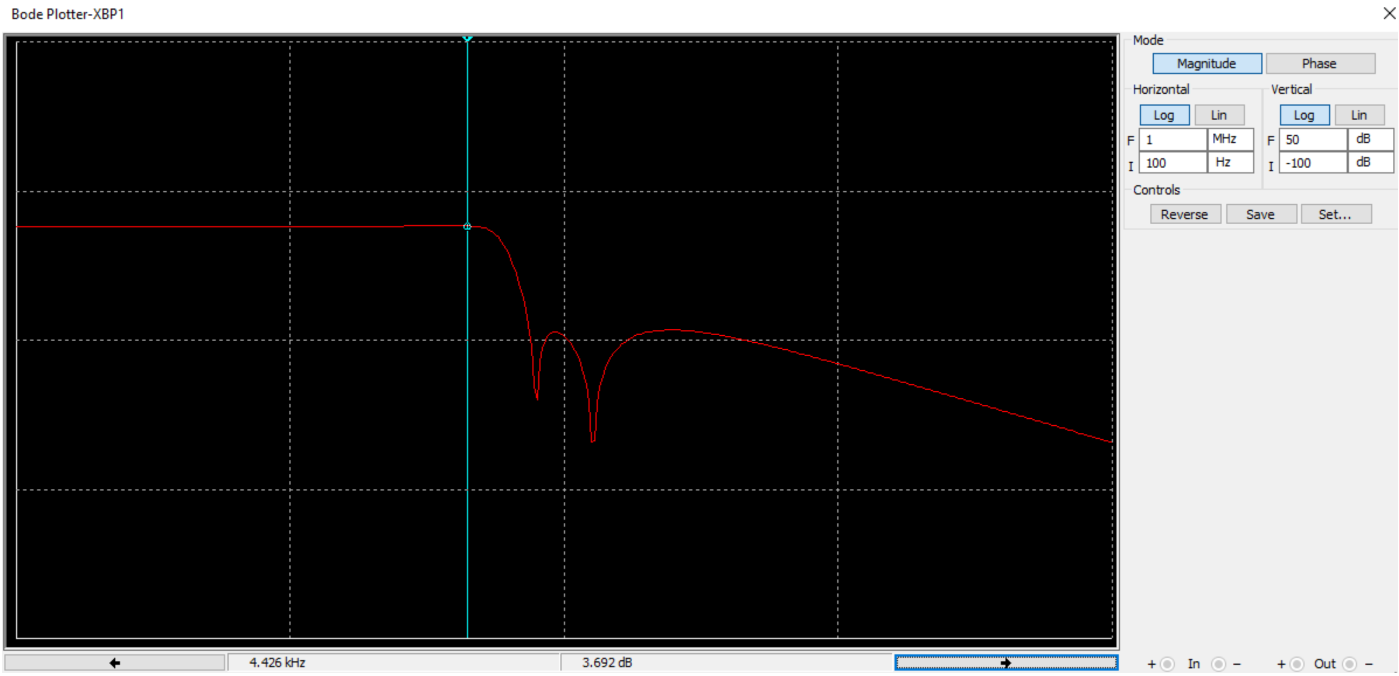



Όπως βλέπουμε με την ρύθμιση κέρδους έχουμε ακριβώς 5dB στις χαμηλές συχνότητες όπως μας ζητήθηκε και επιτυγχάνουμε το amax για την κρίσιμη χαμηλή αλλά μας απομακρύνει από το amin κάτι που είναι λογικό αφού ενήργησε η προσθήκη κέρδους.

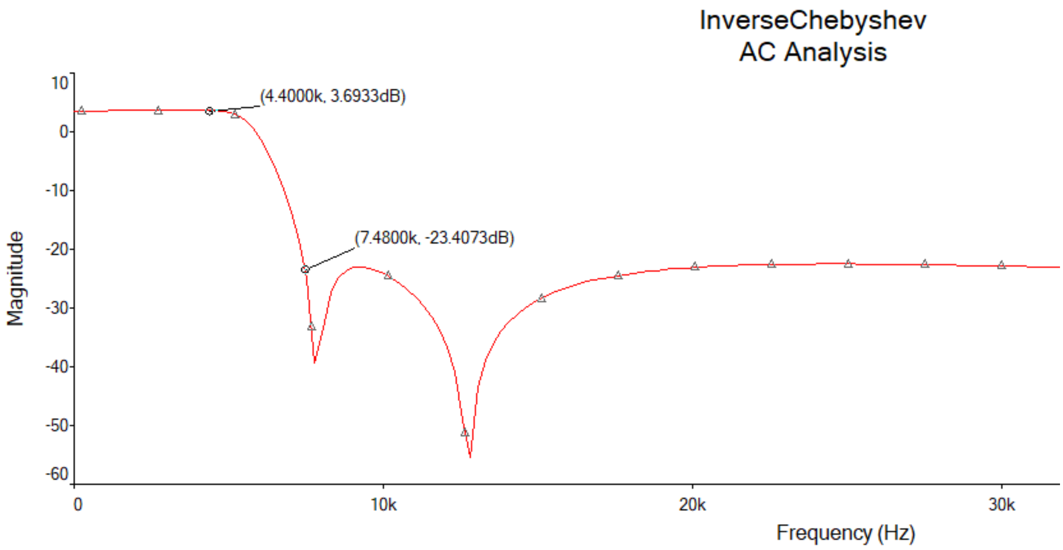
## Διασταύρωση αποτελεσμάτων με το MULTISIM

Εισάγουμε τώρα τις μονάδες του κυκλώματος 7.23 με τις τιμές που βρήκαμε και σχεδιάζουμε το τελικό κύκλωμα για να ελέγξουμε σε προσομοίωση αν τα θεωρητικά αποτελέσματα που προέκυψαν από το MATLAB αντιστοιχούν στην πραγματικότητα. Επίσης πρέπει να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου αν διεγερθεί από ένα περιοδικό σήμα.

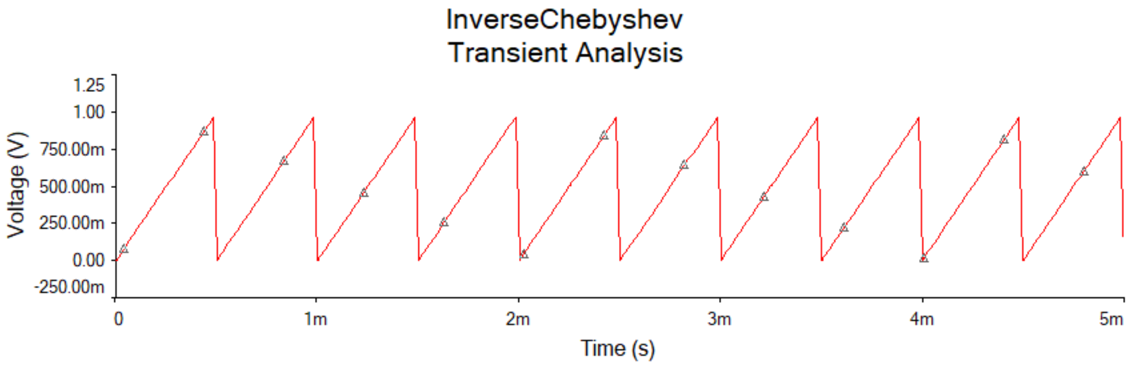


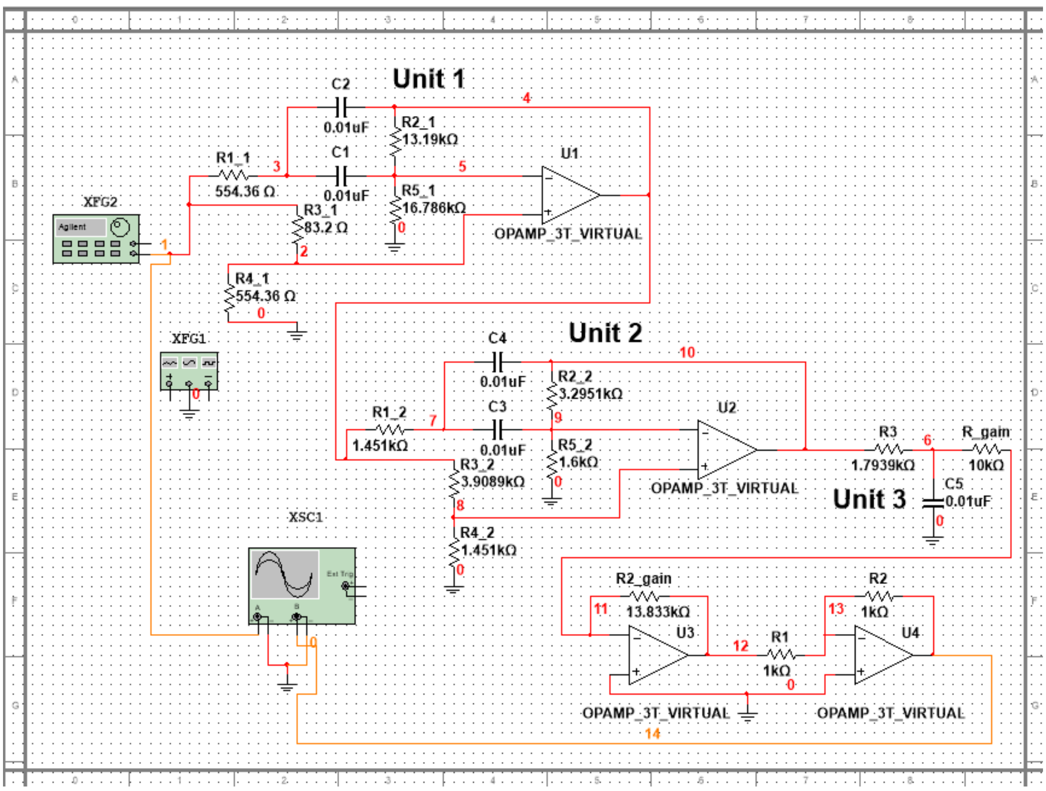

Το κέρδος του φίλτρου φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Είναι εμφανές ότι η απαίτηση για κέρδος 5 dB στις χαμηλές συχνότητες σχεδόν ικανοποιείται ενώ το ότι κινείται στην περιοχή 3.7dB δεν πρέπει να μας ανησυχεί καθώς μπορεί να οφείλεται στις στρογγυλοποιήσεις των στοιχείων κατά τον υπολογισμό, είτε μια να φανερώνει μια φυσιολογική απόκλιση που μπορεί να υπάρχει στην προσομοίωση και στην θεωρητική ανάλυση. Έτσι στα γενικότερα πλαίσια παρατηρούμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου ήταν επιτυχής.

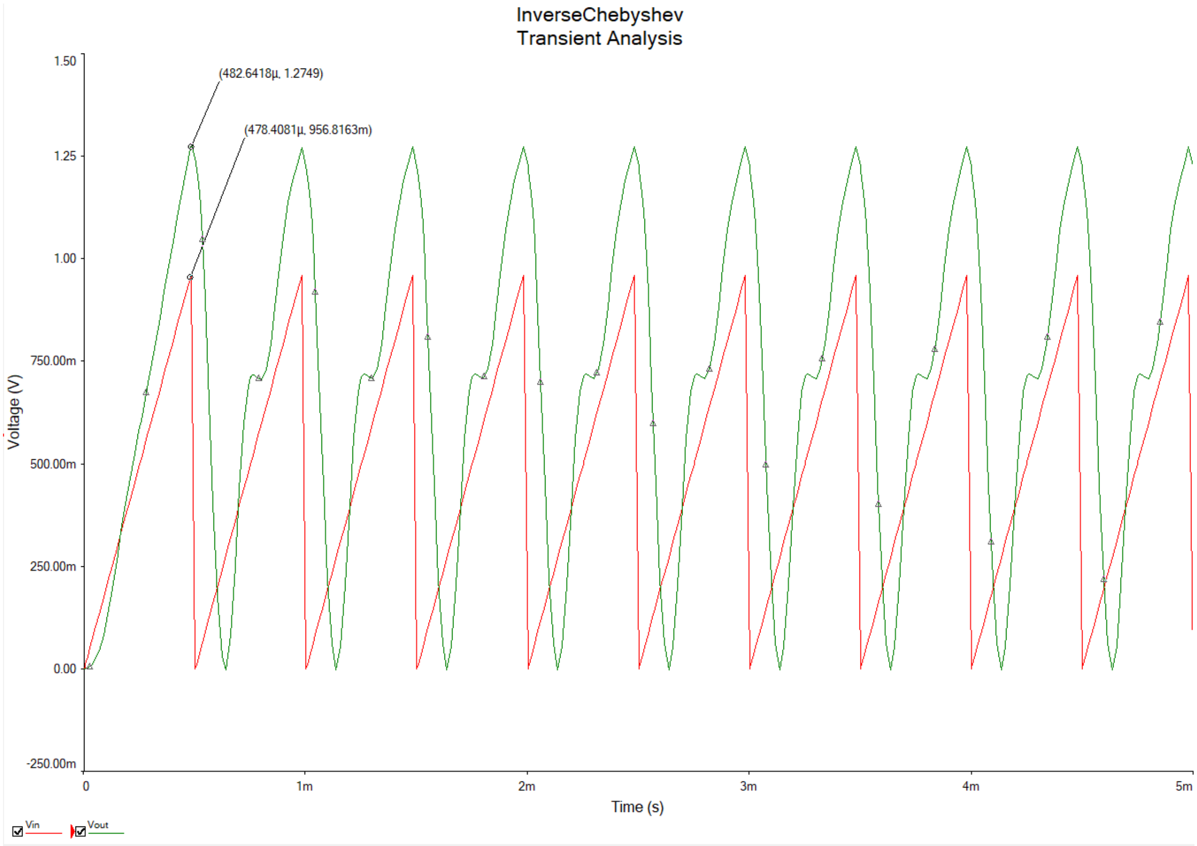



Στη συνέχεια θα εισάγουμε μια πηγή διέγερσης στα 2 kHz και συγκεκριμένα ένα πριονωτό περιοδικό σήμα σύμφωνα με την εργασία επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7:

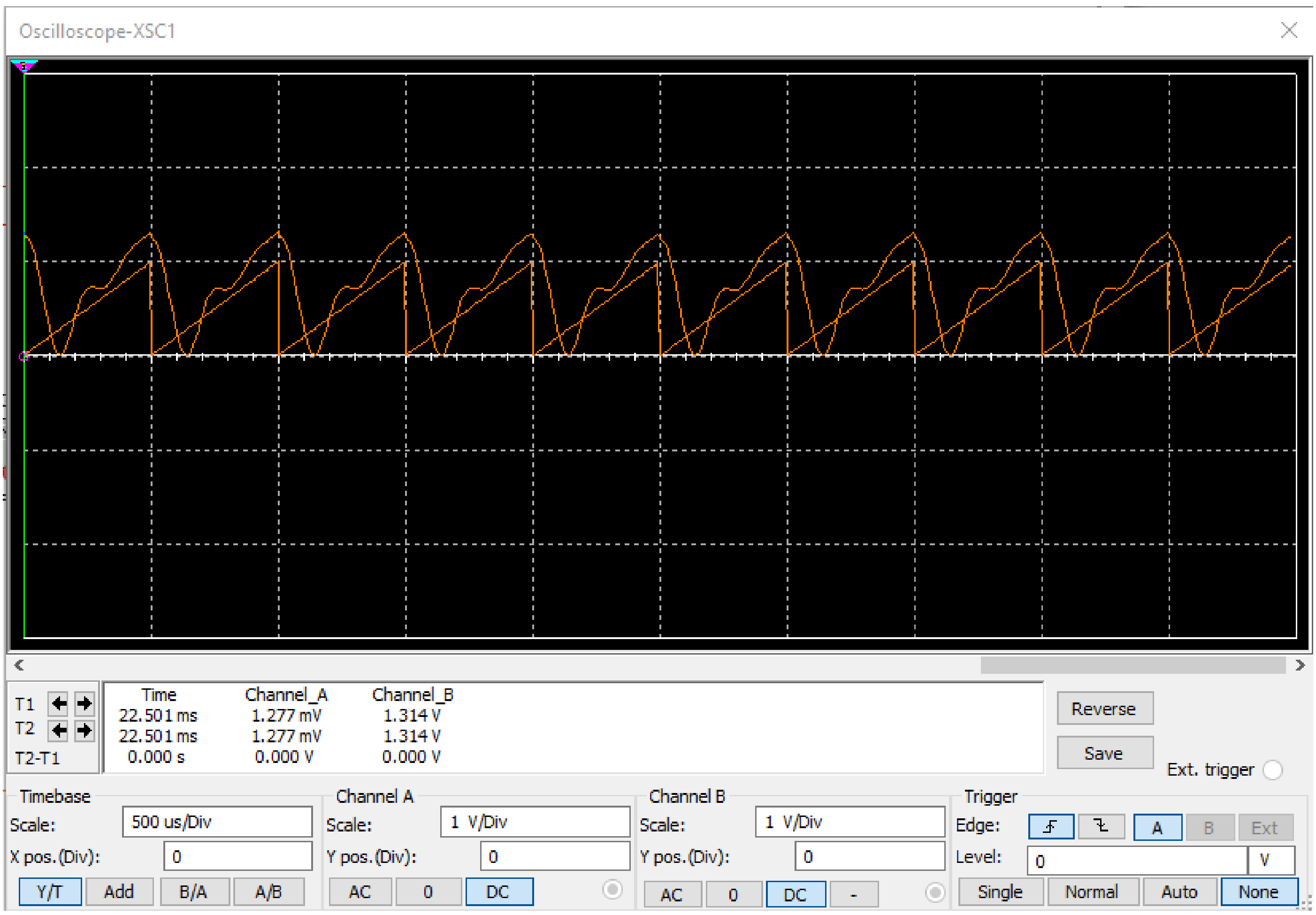



Η περίοδος του σήματος θα είναι 0.5ms και το amplitude 1 Volt. Το τελικό κύκλωμα θα είναι το παρακάτω:

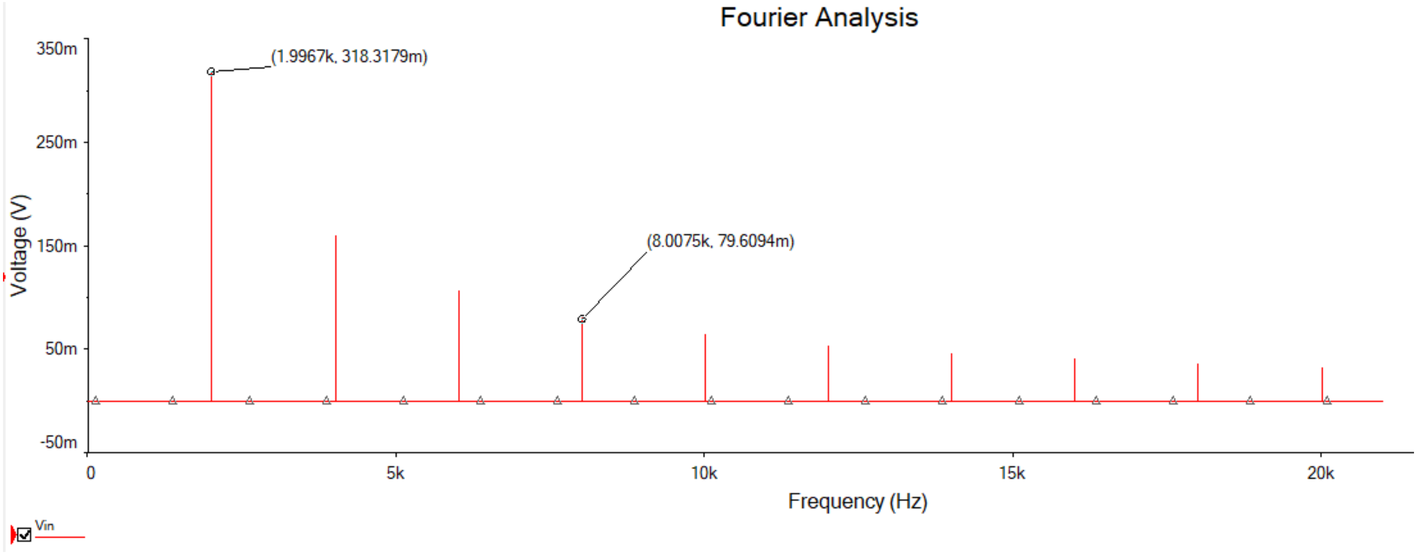




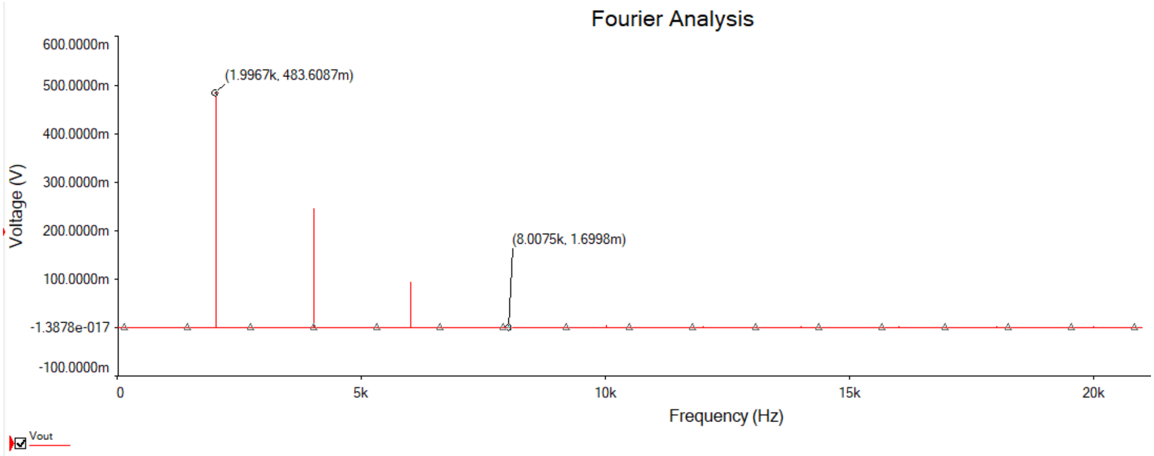

Όπως παρατηρούμε έχουμε το αναμενόμενο αποτέλεσμα δηλαδή ότι αφενός υπάρχει μια ελαφριά ενίσχυση λόγω ρύθμισης κέρδους και ότι ορισμένες συχνότητες από το πριονωτό σήμα, το οποίο είναι ένα άθροισμα ημιτόνων αποκόπτονται. Επίσης αυτές οι παραμορφώσεις ίσως οφείλονται στην επίδραση των πυκνωτών του κυκλώματος. Το παραπάνω σήμα είναι από την το Transient Analysis ενώ από τον παλμογράφο θα έχουμε:



Τέλος μας ζητείται να κάνουμε μια ανάλυση FFT και θα έχουμε στην είσοδο:

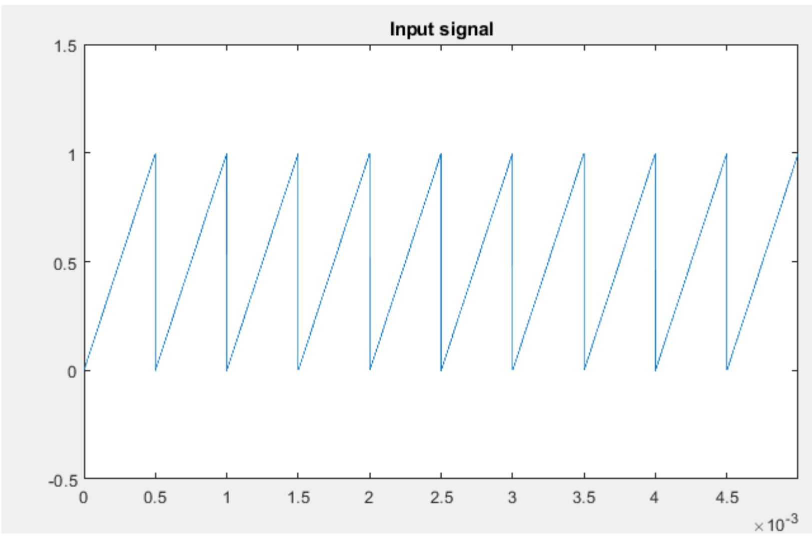



Στην έξοδο:

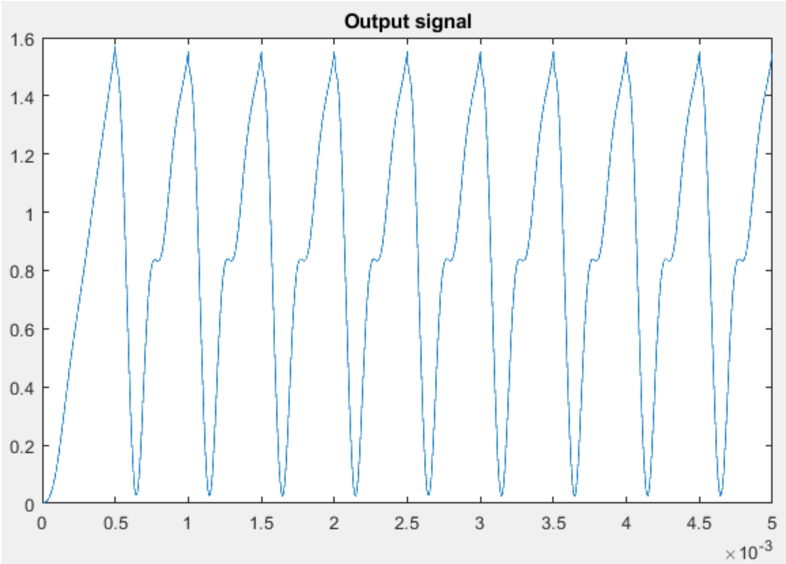



Παραπάνω διαφαίνεται η λειτουργία μίας κατεξοχήν κατωδιαβατής λειτουργίας που ενισχύει τις χαμηλές συχνότητες και αποσβένει τις υψηλές. Συμπερασματικά θα καταλήξουμε ότι η λειτουργία του φίλτρου κρίνεται ικανοποιητική ενώ τα θεωρητικά αποτελέσματα του MATLAB είναι:

Είσοδος:

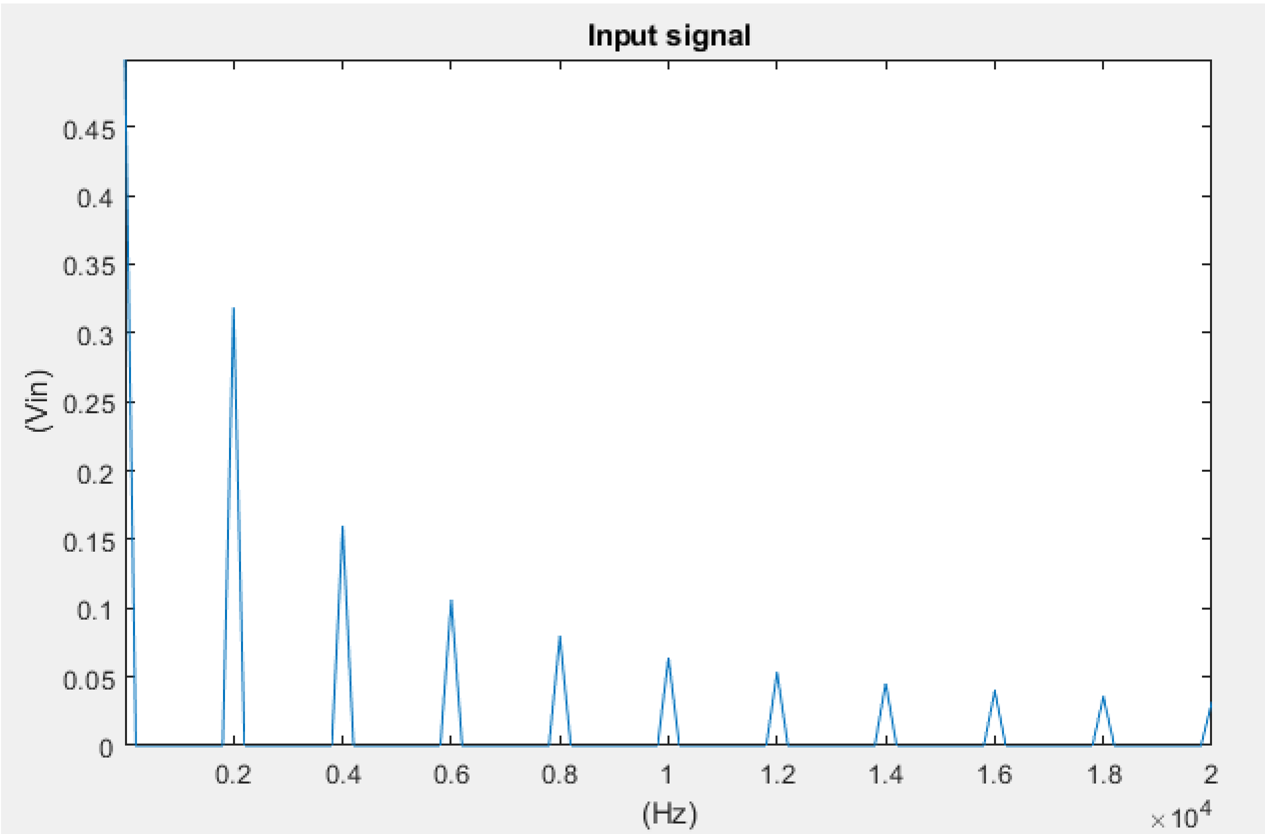


Έξοδος:

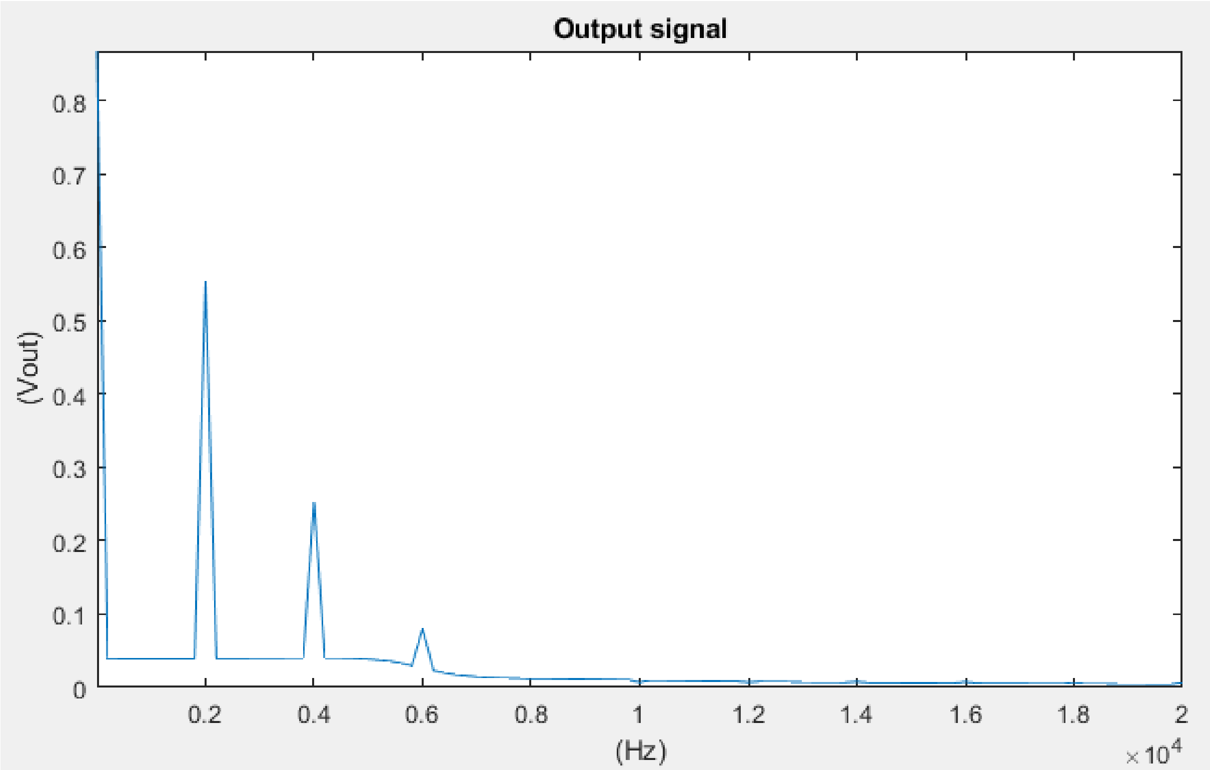



Όπως βλέπουμε η έξοδος είναι μεγαλύτερη την προσομοίωσης κάτι που το αποδίδουμε στις απώλειες των στοιχείων οι οποίες δεν προσομοιώνονται στην MATLAB.

Είσοδος FFT:



Έξοδος FFT:




Τέλος βλέπουμε ότι οι τα θεωρητικά αποτελέσματα του MATLAB είναι σχεδόν ακριβώς ίδια με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του MULTISIM οπότε θα μπορούσαμε να πούμε ότι η σχεδίαση σε αυτό το σημείο έχει τελειώσει αφού οι χαμηλές συχνότητες ενισχύονται ενώ οι υψηλές αποκόπτονται φανερά.

## Εργασία #2 :
## **ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV**

### Προδιαγραφές

Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του προβλήματος εισήγαγα το ΑΕΜ μου στο MATLAB και οι απαιτήσεις του φίλτρου προέκυψαν οι εξής:

| | |
|---|---|
| $f_0$ | 1 kHz |
| $f_1$ | 825 Hz |
| $f_2$ | 1.21 kHz |
| D | 812.9545 |
| $f_3$ | 672.978 Hz |
| $f_4$ | 1.4859 kHz |
| $a_{min}$ | 27 dB |
| $a_{max}$ | 0.5944 dB |

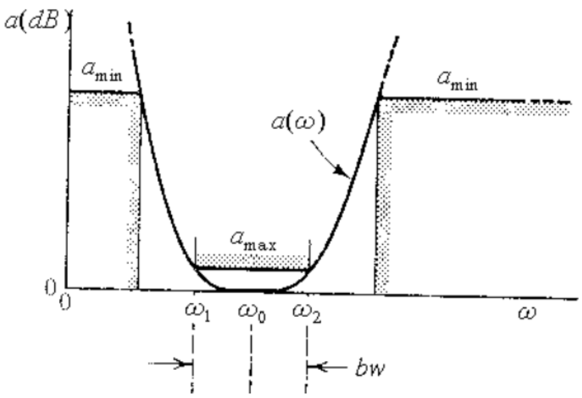
### Αναλυτική Σχεδίαση Φίλτρου

Το πρώτο βήμα είναι να μετατρέψουμε τις συχνότητες σε κυκλικές και θα έχουμε:

| | |
|---|---|
| $\omega_0$ | 6283,2 rad/s |
| $\omega_1$ | 5183,6 rad/s |
| $\omega_2$ | 7616,0 rad/s |
| $\omega_3$ | 4228,4 rad/s |
| $\omega_4$ | 9336,4 rad/s |

Όπου η ζώνη διόδου του φίλτρου προκύπτει από την εξίσωση:

$$BW = \omega_2 - \omega_1 = 2432{,}4\, rad/s$$




Ενώ οι συχνότητες του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev από την εξίσωση 11-56 θα είναι:

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} = 2.1$$

Το επόμενο βήμα είναι να κανονικοποιήσουμε τις συχνότητες τις συχνότητες ώστε:

$$\Omega_s = 1$$

$$\Omega_p = \frac{\Omega_p}{\Omega_s} = 0.4762$$

## Υπολογισμός Συνάρτησης Μεταφοράς

Το πρώτο βήμα είναι πλέον να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου όπου:

$$n = \frac{cosh^{-1}\sqrt{\left(\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1}\right)}}{cosh^{-1}\left(\frac{1}{\Omega_p}\right)} = 3.4674$$

Και το στρογγυλοποιούμαι προς τα επάνω παίρνοντας έτσι τελικά n = 4.

Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε τον συντελεστή ε του φίλτρου που μας παρέχει και τον συντελεστή κυμάτωσης του φίλτρου στις ζώνες αποκοπής:

$$\varepsilon = (10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.0447$$

Και έτσι θα είναι:

$$\mathrm{a} = \frac{1}{n} * \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.9503$$

Φτάνοντας έτσι στην συχνότητα ημίσειας ισχύος:

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\left[\frac{1}{n} * cosh^{-1}(\frac{1}{\varepsilon})\right]} = 0.6728 < 1$$

Επειδή η τάξη του φίλτρου είναι 4 οι γωνίες Butterworth είναι ±22.5° και ±67.5° οι οποίες αντιστοιχούν σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων.

Αν χρησιμοποιήσω την μέθοδο Guillemin (9.3.3) θα έχω:

$$-\sigma_\kappa = \sinh(a) * \cos(\psi_\kappa)$$

$$\pm\Omega_\kappa = \cosh(a) * \sin(\psi_\kappa)$$

$$p_k = \sigma_\kappa \pm j\,\Omega_\kappa$$

$$\Omega_{0\kappa} = \sqrt{{\sigma_\kappa}^2 + {\Omega_\kappa}^2}$$

$$Q_\kappa = \frac{1}{2 * \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\Omega_\kappa}{\sigma_\kappa}\right)\right)}$$

Οι τέσσερις πόλοι που προκύπτουν φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

| k | $\sigma_\kappa$ | $j\Omega_\kappa$ | $\Omega_{0\kappa}$ | $Q_\kappa$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | -1.0162 | ±j*0.5689 | 1.1646 | 0.5730 |
| 1 | -0.4209 | ±j*1.3734 | 1.4364 | 1.7063 |

Τώρα για να πάρουμε τους πόλους της απόκρισης Inverse Chebyshev αντιστρέφουμε τους αντίστοιχους τους φίλτρου Chebyshev και τους κλιμακοποιούμε ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο των προδιαγραφών:

$$\Omega_{inv} = \frac{1}{\Omega_{0\kappa}} * \frac{1}{\Omega_p}$$

Ενώ οι θέσεις των πόλων θα είναι:

$$\Sigma_\kappa = \frac{\Omega_{inv}}{2} * \frac{1}{Q_k}$$

$$\Omega_{inv\_\kappa} = \sqrt{{\Omega_{inv}}^2 - {\Sigma_\kappa}^2}$$

| k | $\Sigma_\kappa$ | $\Omega_{inv}$ | $\Omega_{inv\_\kappa}$ | $Q_\kappa$ |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.5735 | 1.8032 | 0.8808 | 0.5730 |
| 1 | 0.4284 | 1.4620 | 1.3978 | 1.7063 |

Στο σημείο αυτό πρέπει να υπολογιστούν τα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς. Τα μηδενικά των αποκρίσεων Inverse Chebyshev προκύπτουν από την σχέση:

$$\omega_{z_k} = \sec\left(\frac{k*\pi}{2*n}\right), k = 1,3$$

| k | $\omega_{z\kappa}$ |
|---|---|
| 1 | 2.2730 |
| 3 | 5.4876 |

Όπου τα $\omega_{zk}$ κλιμακοποιήθηκαν $\omega_{zk}*\omega_s$.

| k | $P_{N,K}$ |
|---|---|
| 1,2 | 1.5735±j*0.8808 |
| 3,4 | 0.4284±j*1.3978 |

Επόμενο σημαντικό βήμα είναι ο μετασχηματισμός των πόλων και των μηδενικών μέσω του αλγορίθμου Geffe.

$$q_c = \frac{\omega_0}{BW} = 2.5832$$

## Μετασχηματισμός Geffe

1.Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $P_{1,2}$ = -1.5735±j*0.8808.

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Geffe στο 11.3 θα έχουμε:

$$C_1 = \Sigma_0^{\ 2} + \Omega_0^{\ 2} = 3.2516$$

$$D_1 = \frac{2*\Sigma_0}{q_c} = 1.2182$$

$$E_1 = 4 + \frac{C_1}{q_c^{\ 2}} = 4.4873$$

$$G_1 = \sqrt{E_1^{\ 2} - 4*D_1^{\ 2}} = 3.7682$$

$$Q_1 = \frac{1}{D_1} * \sqrt{\frac{E_1 + G_1}{2}} = 1.6677$$

$$k_1 = \frac{\Sigma_0 * Q_1}{q_c} = 1.0158$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{{k_1}^2 - 1} = 1.1946$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W_1} * \omega_0 = 5259.8$$

$$\omega_{02} = W_1 * \omega_0 = 7505.7$$

Από την διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $\Sigma_0 \pm j*\Omega_{inv\_0}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων $\omega_{01}$ $\omega_{02}$ καθώς και δύο μηδενικά στο s = 0.

2.Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $P_{3,4} = -0.4284 \pm j*1.3978$.

$$C_2 = {\Sigma_1}^2 + {\Omega_1}^2 = 2.1373$$

$$D_2 = \frac{2 * \Sigma_1}{q_c} = 0.3317$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{{q_c}^2} = 4.3203$$

$$G_2 = \sqrt{{E_2}^2 - 4 * {D_2}^2} = 4.2691$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} * \sqrt{\frac{E_2 + G_2}{2}} = 6.2481$$

$$k_2 = \frac{\Sigma_1 * Q_2}{q_c} = 1.0362$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{{k_2}^2 - 1} = 1.3076$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{W_2} * \omega_0 = 4805.1$$

$$\omega_{04} = W_2 * \omega_0 = 8215.9$$

Από την διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $\Sigma_1 \pm j*\Omega_{inv\_1}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων $\omega_{03}$ $\omega_{04}$ καθώς και δύο μηδενικά στο s = 0.

3. Μετασχηματισμός Φανταστικού Μηδενικού

Εφαρμόζοντας  τον αλγόριθμό ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών θα έχουμε για το $\omega_{zk}$ = 2.2730:

$$k_{img\_1} = 2 + \frac{{\omega_{z1}}^2}{{q_c}^2} = 2.7743$$

$$x_1 = \frac{k_{img\_1} + \sqrt{{k_{img\_1}}^2 - 4}}{2} = 2.3485$$

$$\omega_{imgz\_1} = \sqrt{x_1} * \omega_0 = 9628{,}8$$

$$\omega_{imgz\_2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_1}} = 4100$$

Το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού είναι η δημιουργία δύο ζευγών φανταστικών μηδενικών $\omega_{imgz1}$, $\omega_{imgz2}$ και δύο πόλων στο μηδέν.

Εφαρμόζοντας  τον αλγόριθμό ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών θα έχουμε για το $\omega_{zk}$ = 5.4876:

$$k_{img\_2} = 2 + \frac{{\omega_{z2}}^2}{{q_c}^2} = 6.5129$$

$$x_2 = \frac{k_{img\_2} + \sqrt{{k_{img\_2}}^2 - 4}}{2} = 6.3555$$

$$\omega_{imgz\_3} = \sqrt{x_2} * \omega_0 = 15840$$

$$\omega_{imgz\_4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x_2}} = 2492.3$$

Καταλήγοντας η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιήσουμε θα αποτελείται από 4 μονάδες στις οποίες οι πόλοι και τα μηδενικά είναι ομαδοποιημένα. Οι μονάδες στα οποία τα μηδενικά είναι μεγαλύτερα σε μέτρο από τους πόλους θα υλοποιηθούμε με LPN ενώ οι υπόλοιπες με HPN.

**Μονάδα 1**
- $\omega_{01} = 5259.8$
- $\omega_{imgz\_1} = 9628.8$
- $Q_1 = 1.6677$

**Μονάδα 2**
- $\omega_{02} = 7505.7$
- $\omega_{imgz\_2} = 4100$
- $Q_2 = 1.6677$

**Μονάδα 3**
- $\omega_{03} = 4805.1$
- $\omega_{imgz\_3} = 15840$
- $Q_3 = 6.2481$

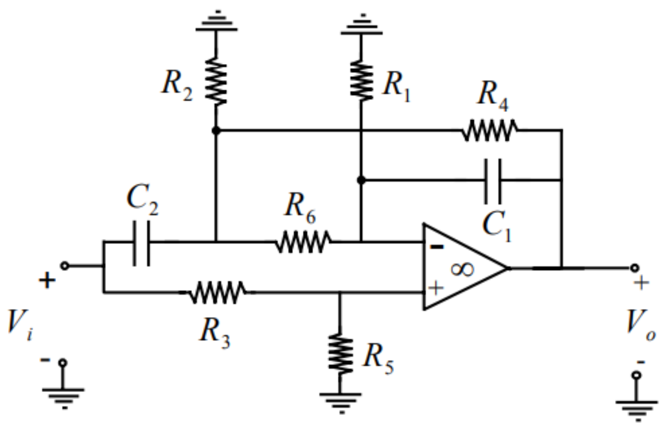
**Μονάδα 4**
- $\omega_{04} = 8215.9$
- $\omega_{imgz\_4} = 2492.3$
- $Q_4 = 6.2481$

## Υλοποίηση Συνάρτησης Μεταφοράς

Για τις παραπάνω μονάδες μου ζητείται σύμφωνα με το ΑΕΜ μου αφού το 3 ψηφίο είναι 8 θα πρέπει να ακολουθήσω την στρατηγική 1 του Delyiannis-Fried και για τα φίλτρα θα πρέπει να υλοποιήσω για τα HPN και τα LPN το κύκλωμα του σχήματος 7.24.

Όπως παρατηρούμε η μονάδες 1 & 3 θα είναι Low Pass Notch ενώ αντίστοιχα οι 2 & 4 High Pass Notch.

Μονάδα 1:



$$R_1 = \frac{2}{k_1 * {\omega_z}^2 - 1} = 2.9603\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 2\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2} * (\frac{k_1}{Q^2} + k_1 * {\omega_z}^2 - 1) = 0.4277\ \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 2\ \Omega$$

$$R_5 = 1\ \Omega$$

$$R_6 = 1\ \Omega$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2 * Q} = 0.1499\ F$$

$$C_2 = 2 * Q = 3.3355\ F$$

$$k = \frac{R_5}{R_5 + R_3} = 0.7004$$

Επειδή όμως $\omega_1$ = 5259,8 αντί 1 θα έχουμε $K_f$ = 5259,8 και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.1uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C1}{K_f * 10^{-7}} = 284.9980$$

Άρα

$$R_1 = 843.6716\ \Omega$$

$$R_2 = 569.9961\ \Omega$$

$$R_3 = 121.8913\, \Omega$$

$$R_4 = 569.9961\, \Omega$$

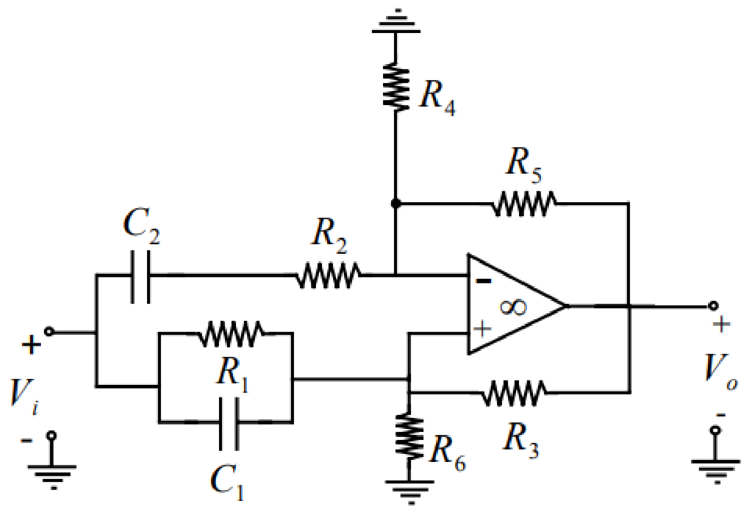
$$R_5 = 284.9980\, \Omega$$

$$R_6 = 284.9980\, \Omega$$

$$C_1 = 0.1\, uF$$

$$C_2 = 2.3512\, uF$$

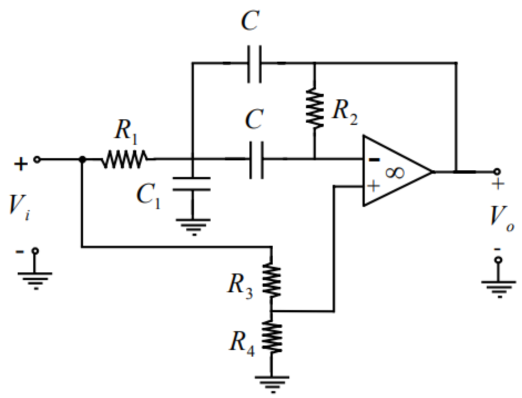
Μονάδα 2:




Η δεύτερη μονάδα είναι ένα High Pass Notch φίλτρο ωστόσο σύμφωνα με το HighPassFilter scriptaki που μας δόθηκε μου προτείνει να υλοποιήσω την μονάδα με το HPN του 7.21 καθώς με Boctor HPN δεν είναι εφικτή η κατασκευή του αφού δεν ισχύει :

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_o^2}}$$

Άρα πρέπει να υλοποιήσουμε αυτό το κύκλωμα:




Έχουμε σύμφωνα με την θεωρία:

$$\Omega_z = \frac{{\omega_{02}}^2}{{\omega_{imgz\_2}}^2} = 1.8306$$

$$k_{2\_1} = {\Omega_z}^2 - 1 = 2.3512$$

$$k_{2\_2} = \frac{(2+k_1)*Q^2}{(2+k_1)*Q^2+1} = 0.9237$$

$$R_{12} = 1\,\Omega$$

$$R_{22} = Q^2*(k_1+2)^2 == 52.6596\,\Omega$$

$$R_{32} = 1\,\Omega$$

$$R_{42} = Q^2*(k_1+2) = 12.1022\,\Omega$$

$$C = \frac{1}{Q*(k_1+2)} = 2.6091\,F$$

$$C_1 = k_1 * C = 6.1345\,F$$

Επειδή όμως $\omega_2 = 7505{,}7$ αντί 1 θα έχουμε $K_f = 7505{,}7$ και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.1uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f * 10^{-7}} = 183.6001$$

$$R_{12} = 183.6001\,\Omega$$

$$R_{22} = 9.6683k\Omega$$

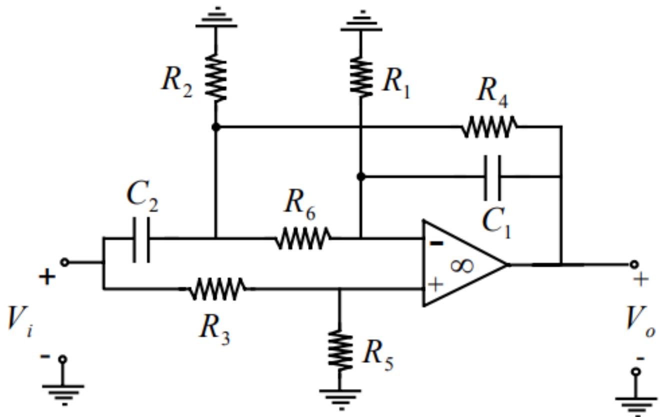
$$R_{32} = 183.6001\,\Omega$$

$$R_{42} = 2.222\,k\Omega$$

$$C = 0.1\,uF$$

$$C_1 = 0.23512\,uF$$

Μονάδα 3:




$$R_1 = \frac{2}{k_1 * {\omega_z}^2 - 1} = 0.4511\,\Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 2\,\Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2} * (\frac{k_1}{Q^2} + k_1 * {\omega_z}^2 - 1) = 2.2231\,\Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 2\,\Omega$$

$$R_5 = 1\,\Omega$$

$$R_6 = 1\, \Omega$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2 * Q} = 0.0400\, F$$

$$C_2 = 2 * Q = 12.4962\, F$$

$$k = \frac{R_5}{R_5 + R_3} = 0.3103$$

Επειδή όμως $\omega_3$ = 4805.1 αντί 1 θα έχουμε $K_f$ = 4805.1 και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.1uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C1}{K_f * 10^{-7}} = 83.2704$$

Άρα

$$R_1 = 37.5646 \Omega$$

$$R_2 = 166.5408\, \Omega$$

$$R_3 = 185.1210\, \Omega$$

$$R_4 = 166.5408\, \Omega$$

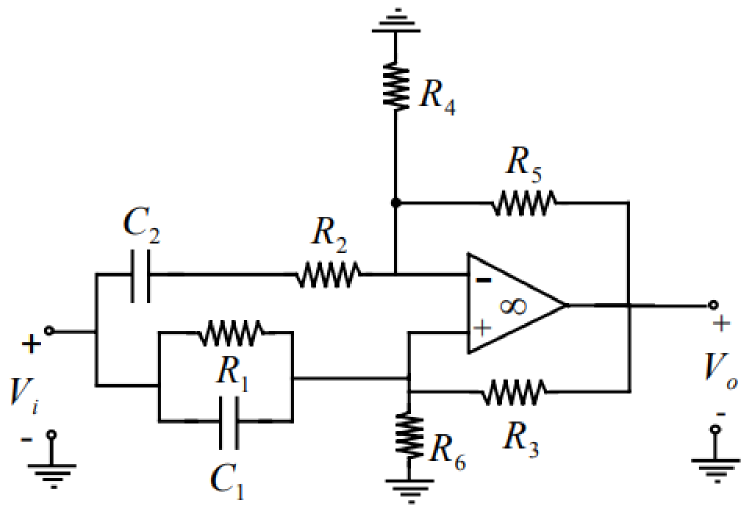
$$R_5 = 83.2704\, \Omega$$

$$R_6 = 83.2704\, \Omega$$

$$C_1 = 0.1\, uF$$

$$C_2 = 31.231\, uF$$

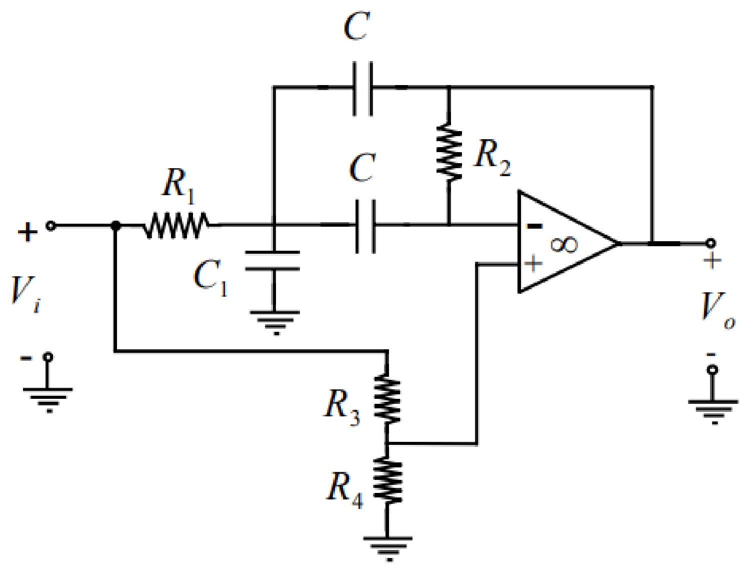
Μονάδα 4:




Η δεύτερη μονάδα είναι ένα High Pass Notch φίλτρο ωστόσο σύμφωνα με το HighPassFilter scriptaki που μας δόθηκε μου προτείνει να υλοποιήσω την μονάδα με το HPN του 7.21 καθώς με Boctor HPN δεν είναι εφικτή η κατασκευή του αφού δεν ισχύει :

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_o^2}}$$

Άρα πρέπει να υλοποιήσουμε αυτό το κύκλωμα:




Έχουμε σύμφωνα με την θεωρία:

$$\Omega_z = \frac{{\omega_{02}}^2}{{\omega_{imgz\_2}}^2} = 3.2965$$

$$k_{41} = {\Omega_z}^2 - 1 = 9.8669$$

$$k_{4\_2} = \frac{(2+k_1)*Q^2}{(2+k_1)*Q^2+1} = 0.9978$$

$$R_{14} = 1\,\Omega$$

$$R_{24} = Q^2*(k_1+2)^2 = 5.4975\,k\Omega$$

$$R_{34} = 1\,\Omega$$

$$R_{44} = Q^2*(k_1+2) = 463.2660\,\Omega$$

$$C = \frac{1}{Q*(k_1+2)} = 1.8993\,F$$

$$C_1 = C*k_1 = 18.7401F$$

Επειδή όμως $\omega_2$ = 8215.9 αντί 1 θα έχουμε $K_f$ = 8215.9 και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.1uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f*10^{-7}} = 16.4157$$

$$R_1 = 16.4157\,\Omega$$

$$R_{22} = 90.246\,k\Omega$$

$$R_{32} = 16.4157\,\Omega$$

$$R_{42} = 7.6048\,k\Omega$$

$$C = 0.1\,uF$$

$$C_1 = 0.98669\,uF$$

## Ρύθμιση Κέρδους

Σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας επειδή το δεύτερο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 6 θα πρέπει να ρυθμίσω το κέρδος στα 5 dB ή αλλιώς 1.77828 στην ζώνη διέλευσης. Το συνολικό κέρδος της διάταξης είναι 7.2943 έτσι για να μειωθεί στα 5 dB θα χρειαστεί να μειώσουμε το κέρδος του φίλτρου, με έναν συντελεστή α:

$$\alpha = \frac{10^{0.25}}{Tbp} = 0.0109$$

Επειδή το α είναι μικρότερο του 1 θα χρησιμοποιήσουμε μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με R1 = 10kΩ και R2 = 108.8977 Ω.

## Συναρτήσεις Μεταφοράς

$$T_1 = \frac{0.7004 * s^2 + 6.494 * 10^7}{s^2 + 3154 * s + 2.767 * 10^7}$$

$$T_2 = \frac{3.095 * s^2 + 5.204 * 10^7}{s^2 + 4501 * s + 5.633 * 10^7}$$

$$T_3 = \frac{0.3103 * s^2 + 7.785 * 10^7}{s^2 + 769.1 * s + 2.309 * 10^7}$$

$$T_4 = \frac{10.84 * s^2 + 6.736 * 10^7}{s^2 + 1315 * s + 6.75 * 10^7}$$

Έτσι η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev θα είναι:

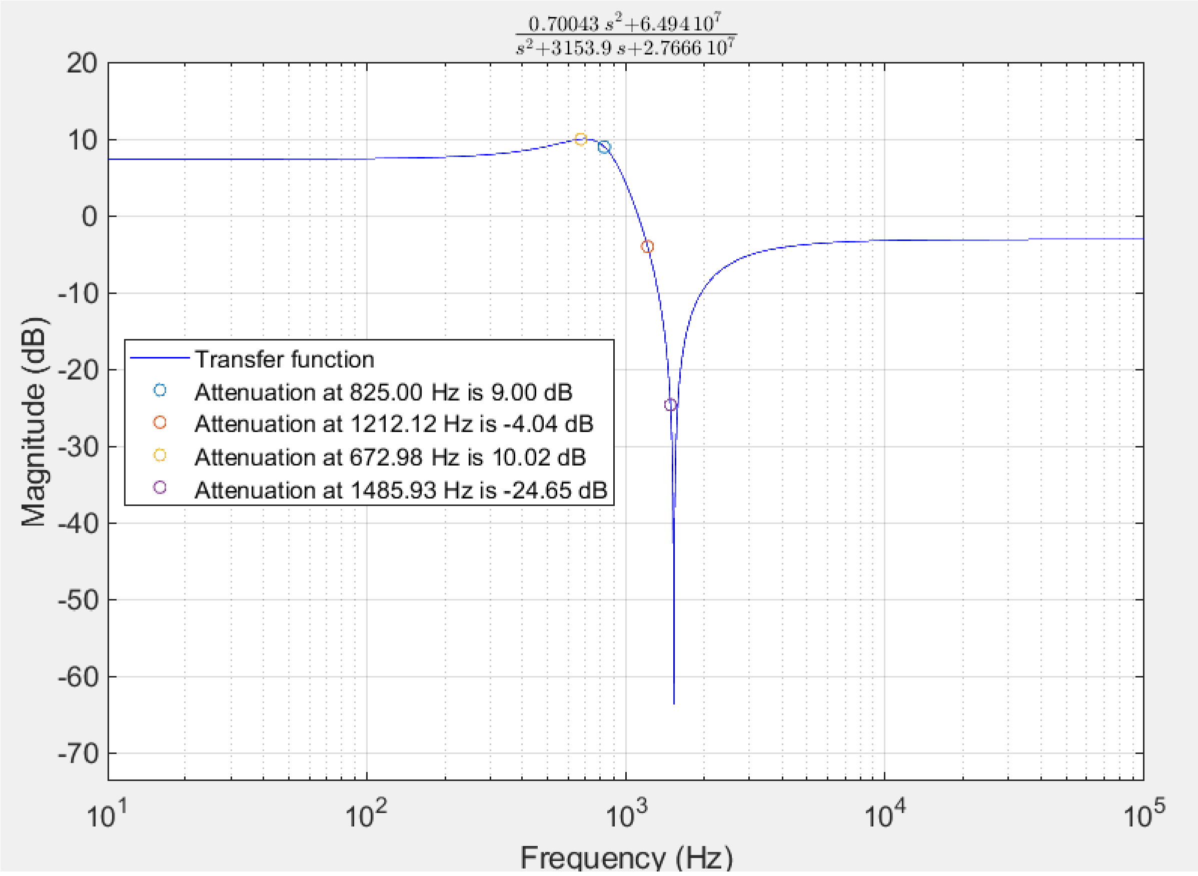
$$T = T_1 * T_2 * T_3 * T_4 * \alpha$$

$$= \frac{0.07943 * s^8 + 2.912 * 10^7 * s^6 + 2.484 * 10^{15} * s^4 + 4.539 * 10^{22} * s^2 + 1.929 * 10^{29}}{s^8 + 9378 * s^7 + 2.057 * 10^8 * s^6 + 1.29 * 10^{12} * s^5 + 1.337 * 10^{16} * s^4 + 5.094 * 10^{19} * s^3 + 3.207 * 10^{23} * s^2 + 5.992 * 10^{26} * s + 2.429 * 10^{30}}$$

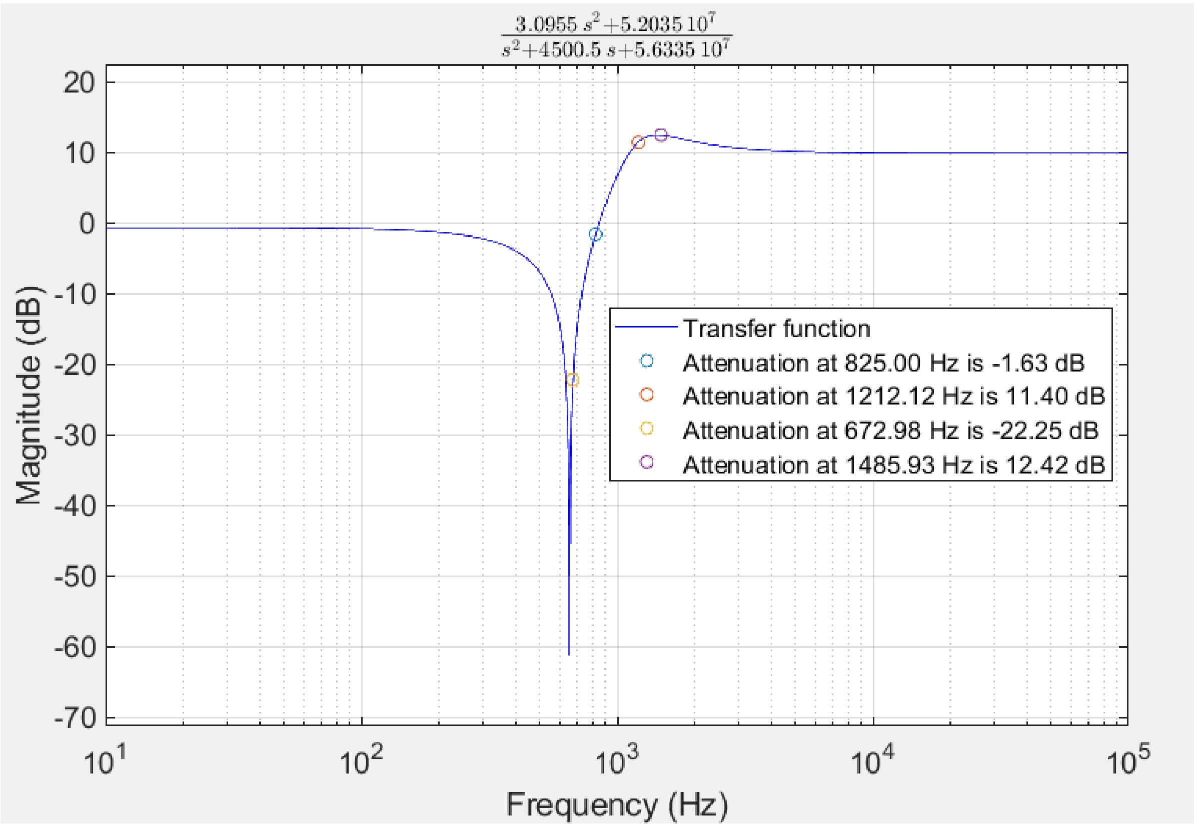
## Μελέτη Συνάρτηση στο MATLAB

Εισάγοντας τα δεδομένα στο MATLAB μπορούμε να εξάγουμε τις αυτοτελής συναρτήσεις μεταφοράς αλλά και την τελική συνάρτηση, ενώ μπορούμε να πάρουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα προκύπτουν από την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δόθηκε.

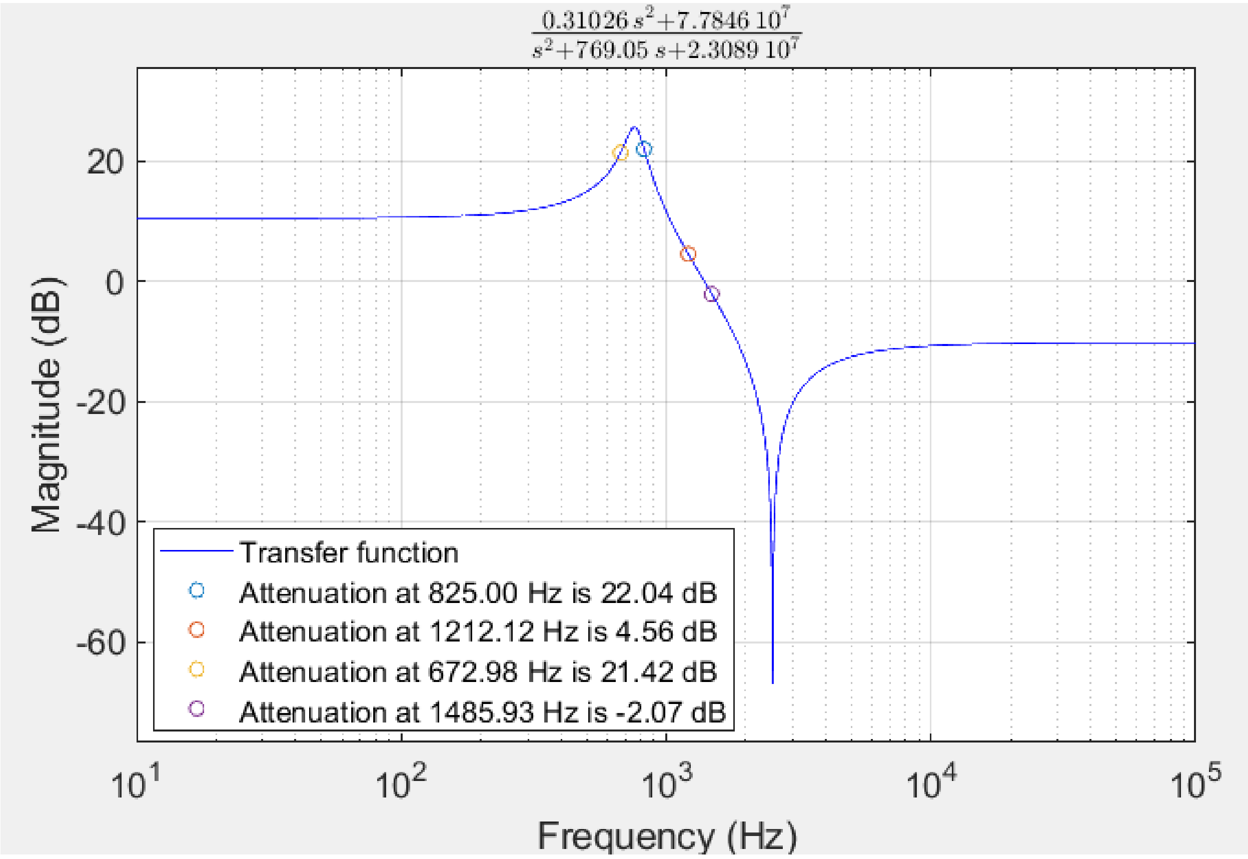
1η μονάδα (ζωνοδιαβατό LPN Boctor):



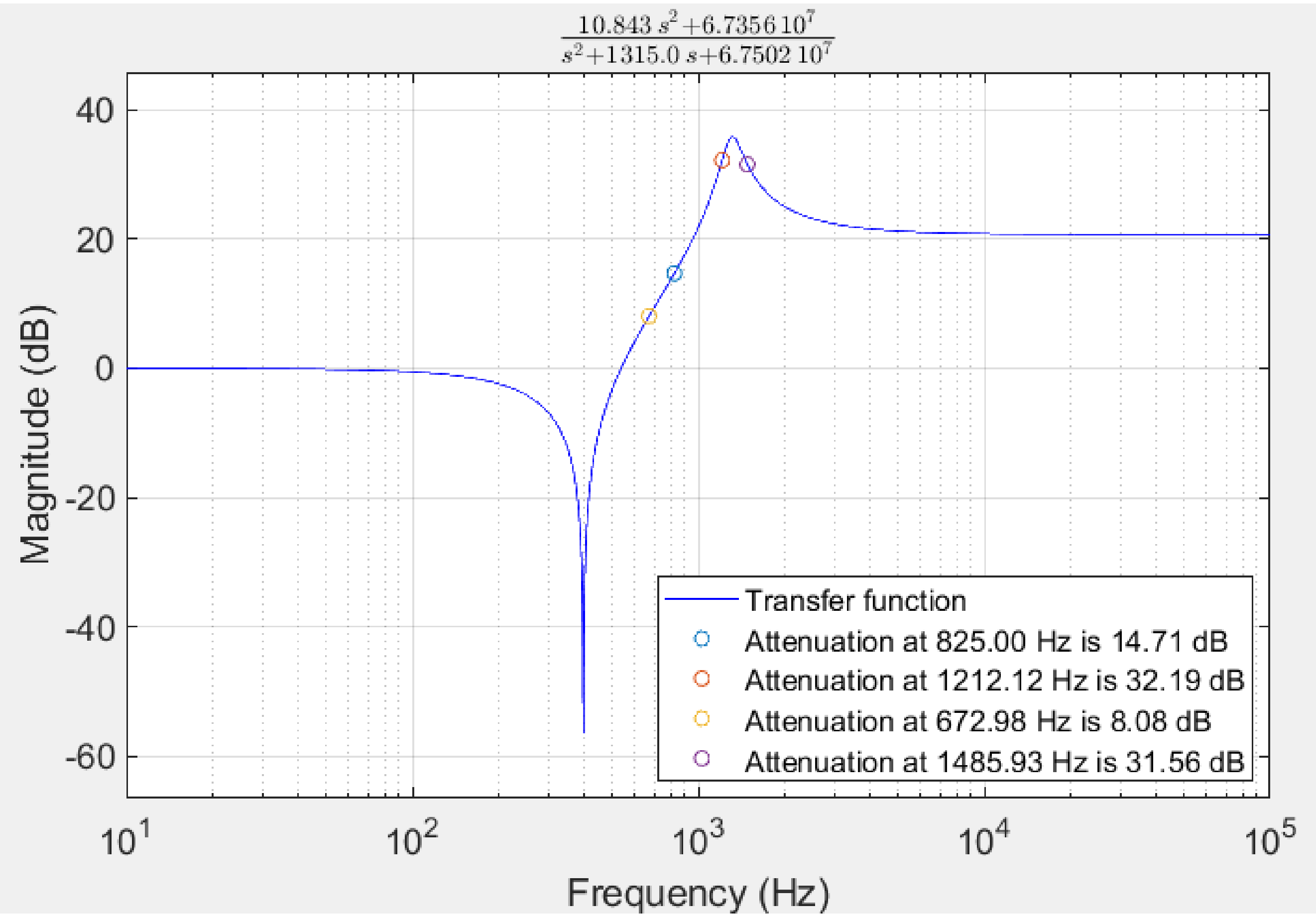

$2^{\eta}$ μονάδα (ζωνοδιαβατό HPN):



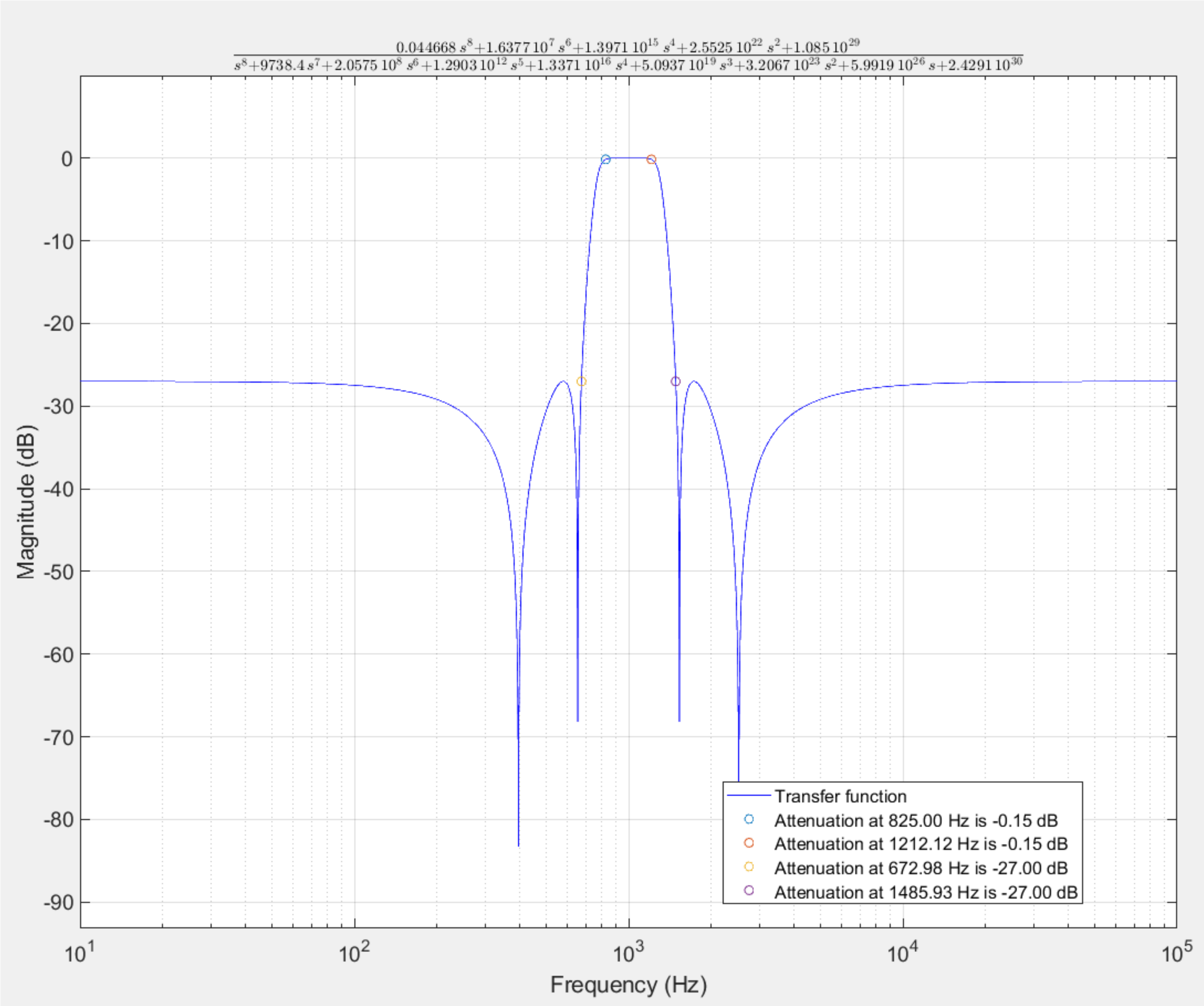

$3^{\eta}$ μονάδα (ζωνοδιαβατό LPN Boctor):



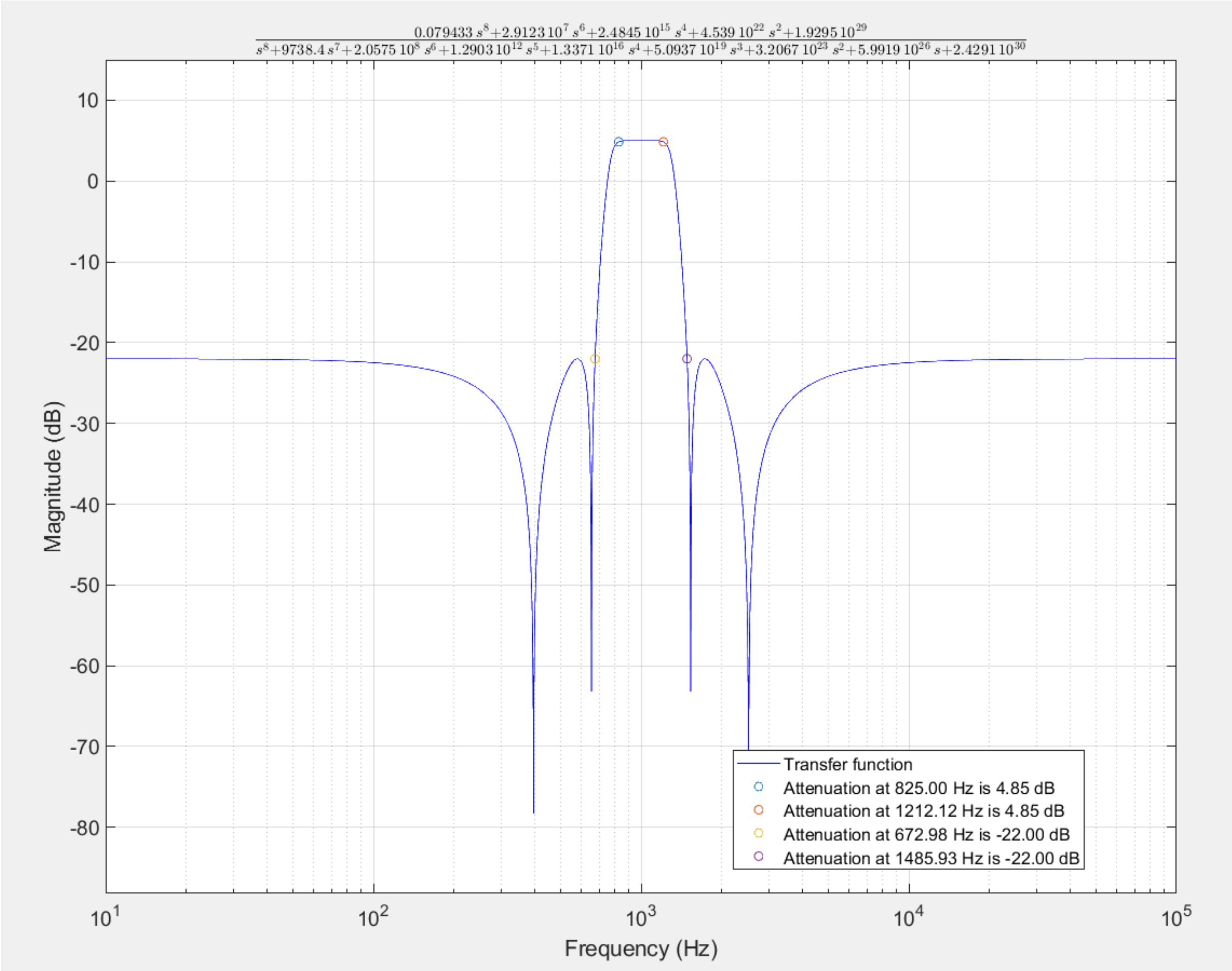

4η μονάδα (ζωνοδιαβατό HPN):



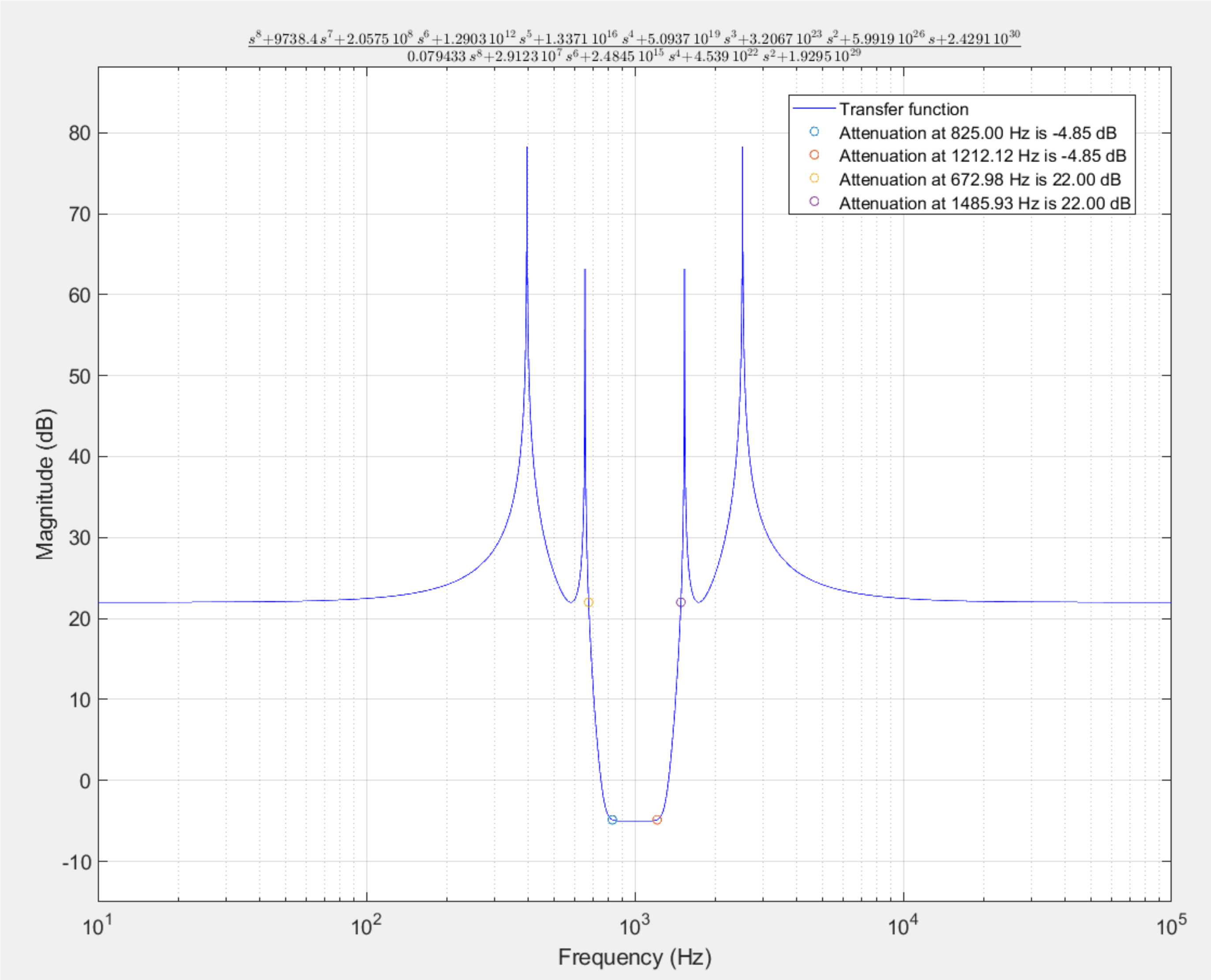

Έτσι συνδυάζοντας τις παραπάνω μονάδες χωρίς όμως την προσθήκη κέρδους α θα έχουμε:




Η σχεδίαση του φίλτρου όπως μπορούμε να δούμε είναι επιτυχής καθώς πληρούμε τις προδιαγραφές amin = 27 dB και amax=0.5944 dB. Εισάγοντας τώρα και την προδιαγραφή κέρδους το αποτέλεσμα θα είναι:

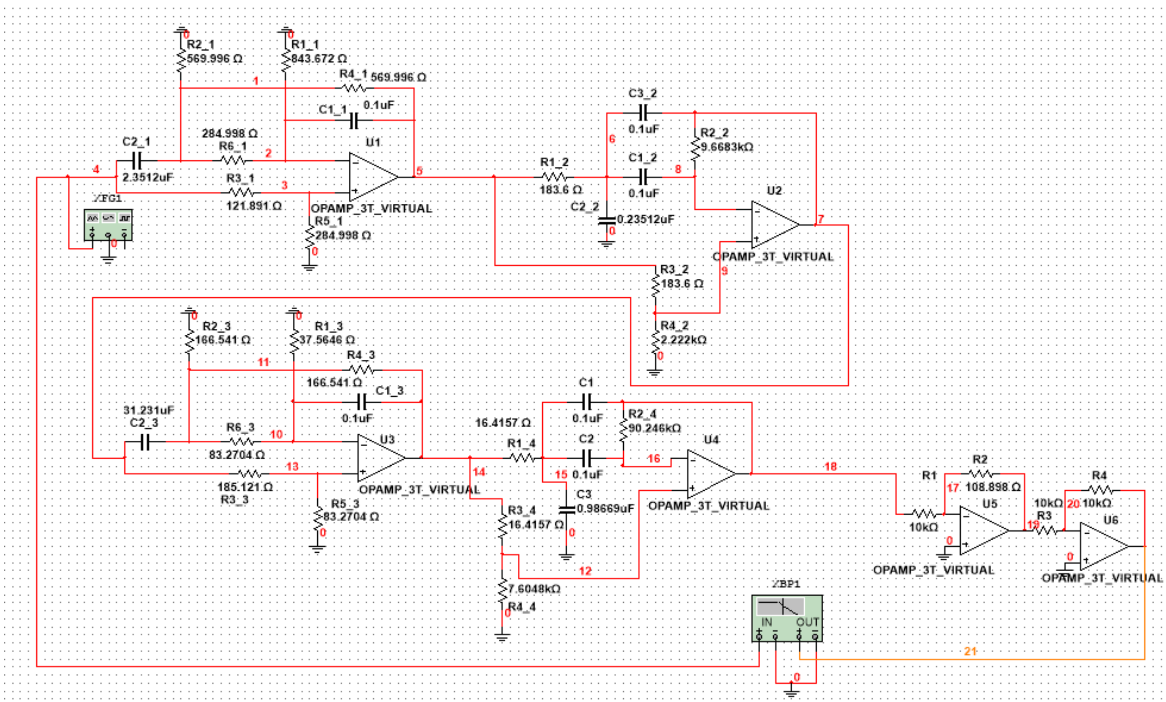



Παρατηρούμε ότι έχουμε περίπου το επιθυμητό κέρδος που ζητήθηκε δηλαδή 5dB. Στις συχνότητες $f_3$=672.98 Hz καθώς και στην $f_4$=1485.93 Hz θέλουμε να είμαστε στο όριο του 27Db που όπως δείχθηκε προηγουμένως χωρίς την προθήκη κέρδους επιτυγχάνεται αλλά χάνεται όταν το έχουμε κάτι το οποίο είναι λογικό αφού μετατίθεται όλο 5dB πάνω.Τέλος η συνάρτηση απόσβεσης είναι:



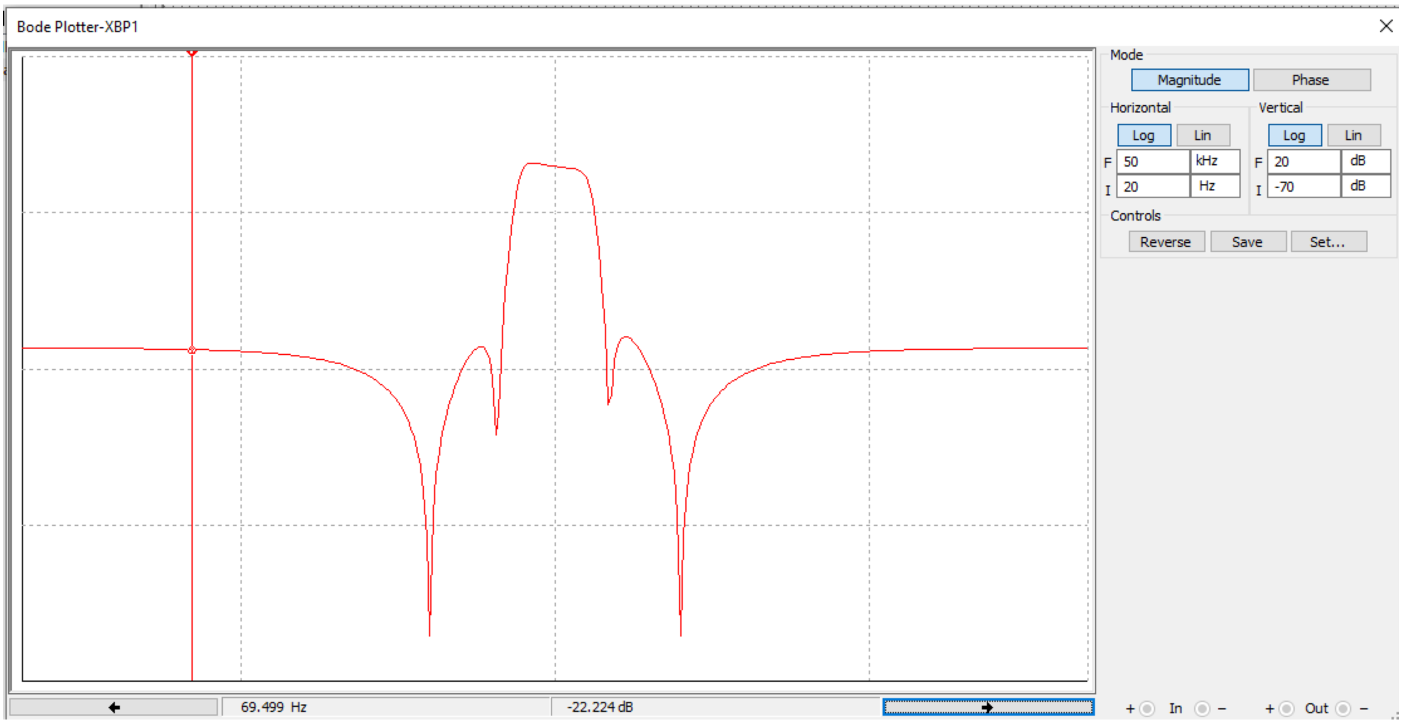

## Υλοποίηση κυκλώματος στο Multisim

Σχεδιάζοντας το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνάρτηση μεταφοράς που υπολογίσαμε πειραματικά από το MATLAB θα έχουμε ότι τελικό κύκλωμα λοιπόν θα είναι:

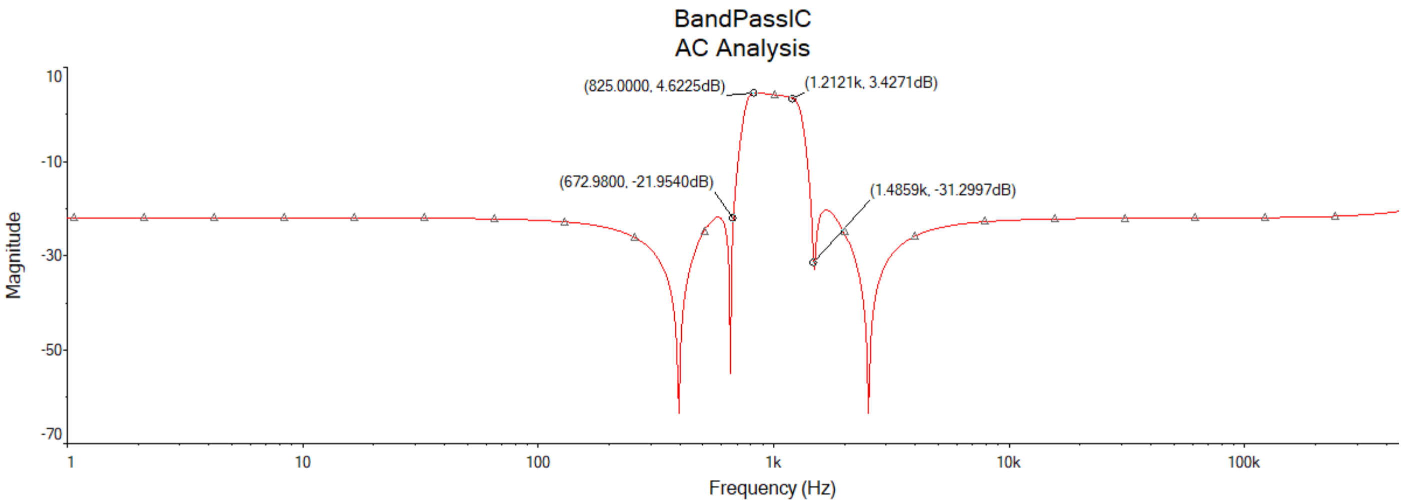


Στο τέλος μετά την προσθήκη της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας για την ρύθμιση του κέρδους προσθέτω μια ακόμα αναστρέφουσα συνδεσμολογία για να μην έχω αντιστροφή φάσης.

Στο κύκλωμα το Bode Plotter θα είναι:




Ενώ το αντίστοιχο αποτέλεσμα με AC Analysis:



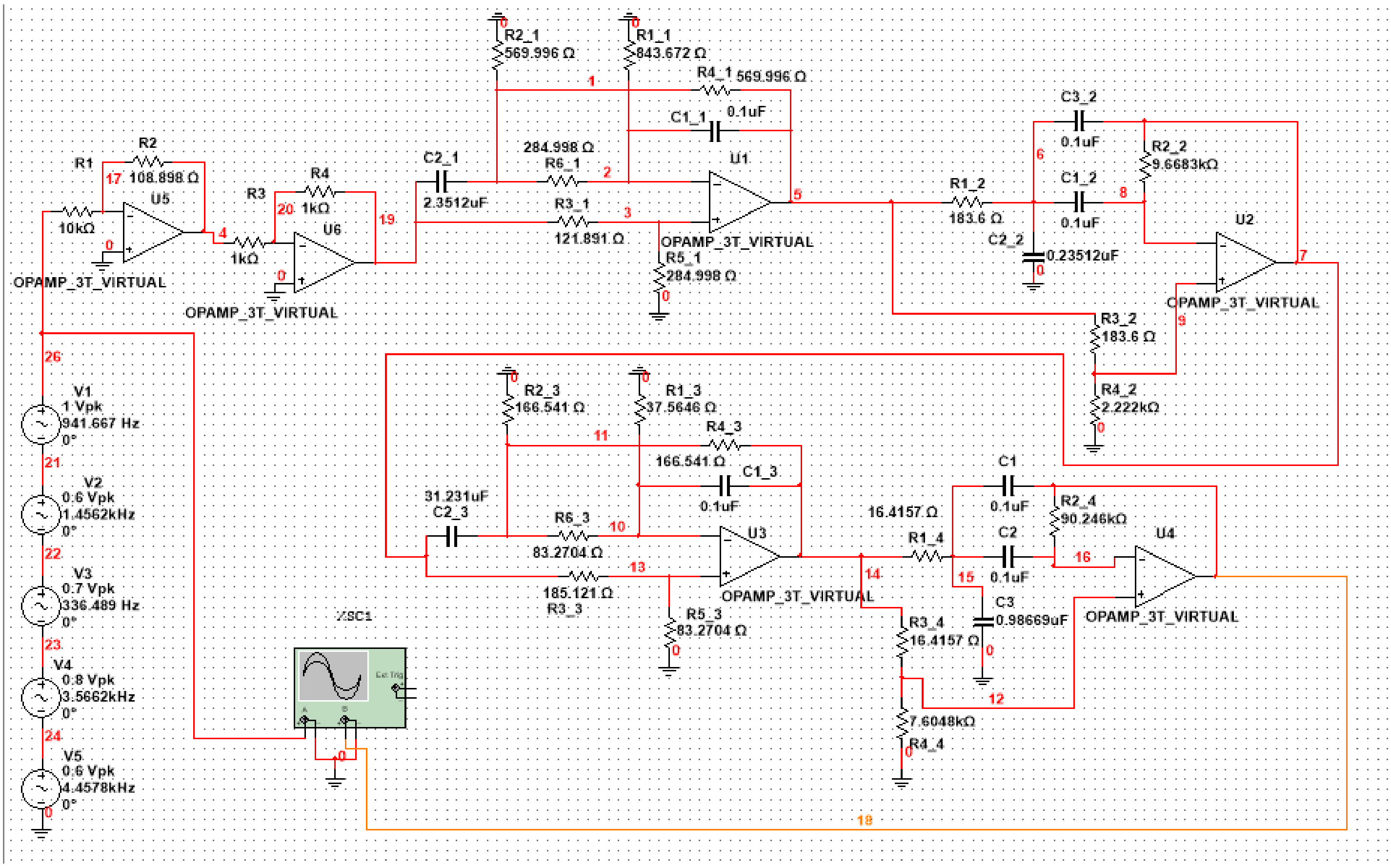

Εδώ καθώς οι τιμές είναι ευανάγνωστες βλέπουμε ότι είμαστε πάρα πολύ κοντά στα θεωρητικά αποτελέσματα του Matlab έχοντας επιτύχει τις προδιαγραφές $a_{min}$ και $a_{max}$, έτσι μπορούμε να κρίνουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου ήταν επιτυχής. Το επόμενο βήμα σύμφωνα με την εκφώνηση επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7, πρέπει να εισάγουμε μία πηγή διέγερσης με περιοδικό σήμα της μορφής:

$$f(t) = \cos\left((\omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{3})t\right) + 0.6\cos\left((\omega_0 + \frac{\omega_0 + \omega_1}{4})t\right)$$
$$+ 0.7\cos(0.5\omega_3 t) + 0.8\cos(2.4\omega_4 t) + 0.6\cos(3\omega_4 t)$$

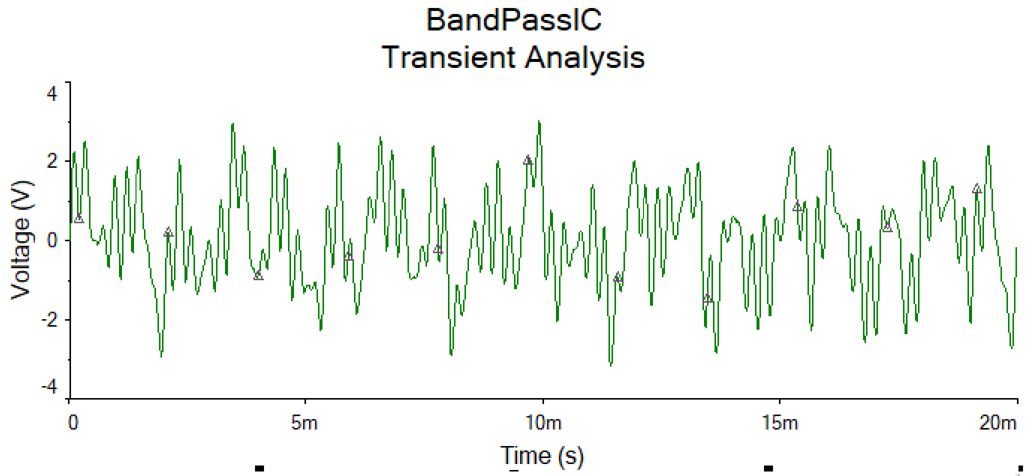
Έτσι οι συχνότητες που θα πρέπει να εμπεριέχει το προστιθέμενο σήμα παλμού θα είναι:

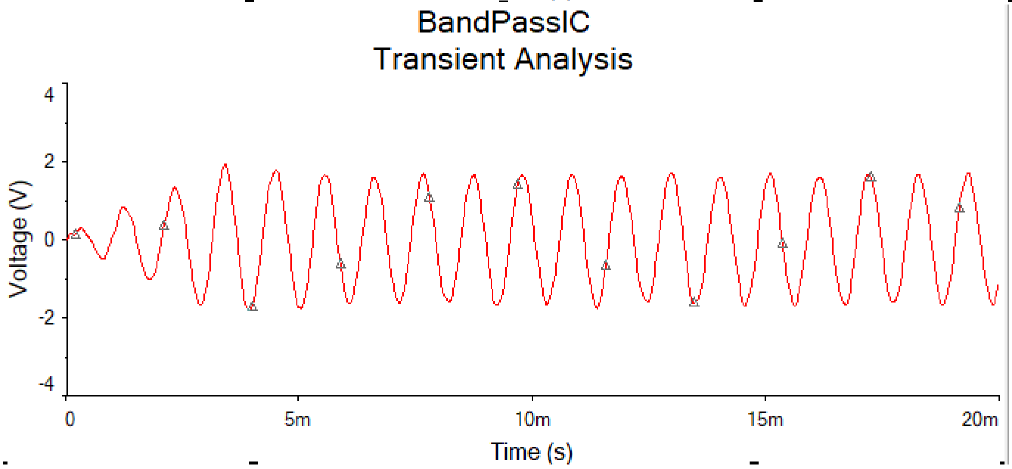
| | |
|---|---|
| f_1 | 941.6667 Hz |
| f_2 | 1.4562 kHz |
| f_3 | 336.4890 Hz |
| f_4 | 3.5662 kHz |
| f_5 | 4.4578 kHz |

Σε φυσικό σχέδιο αυτό το σήμα μπορεί να υλοποιηθεί με 5 πηγές των παραπάνω συχνοτήτων και μέτρων, ενώ όπως παρατηρούμε η ρύθμιση κέρδους στο κύκλωμα τοποθετείτε στην αρχή διότι οι υψηλές ενισχύσεις των βαθμίδων μπορεί να ωθήσουν τους πυκνωτές στα άκρα και έτσι το σήμα μας να βγει παραμορφωμένο. Με αυτό τον τρόπο κόβουμε το σήμα στην αρχή έτσι ώστε να περάσει με την σωστή του μορφή:

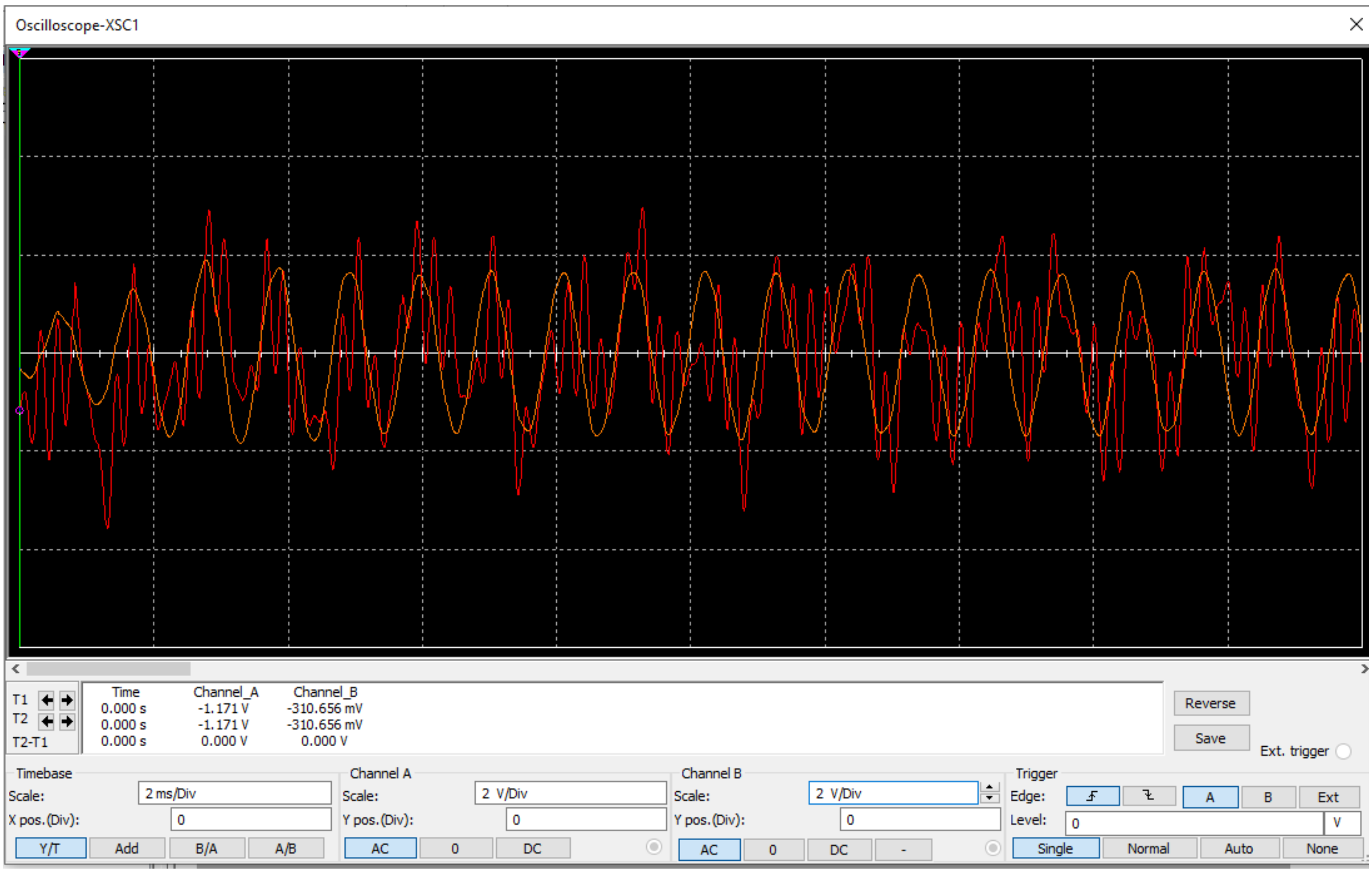



Στην συνέχεια παρουσιάζω τα 2 σήματα εισόδου και εξόδου σε δύο ξεχωριστά γραφήματα για να γίνονται πιο εύκολα αντιληπτά.

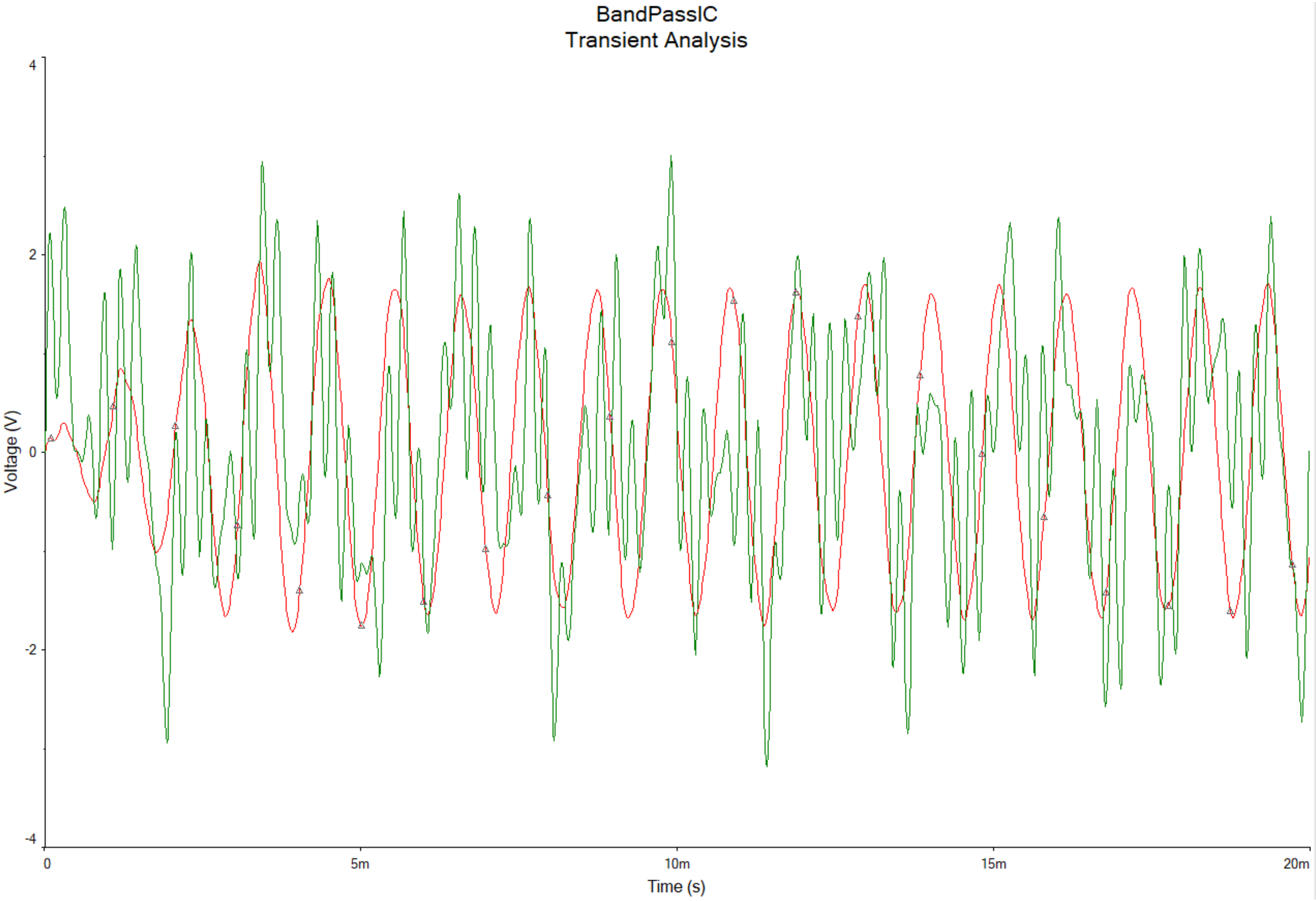


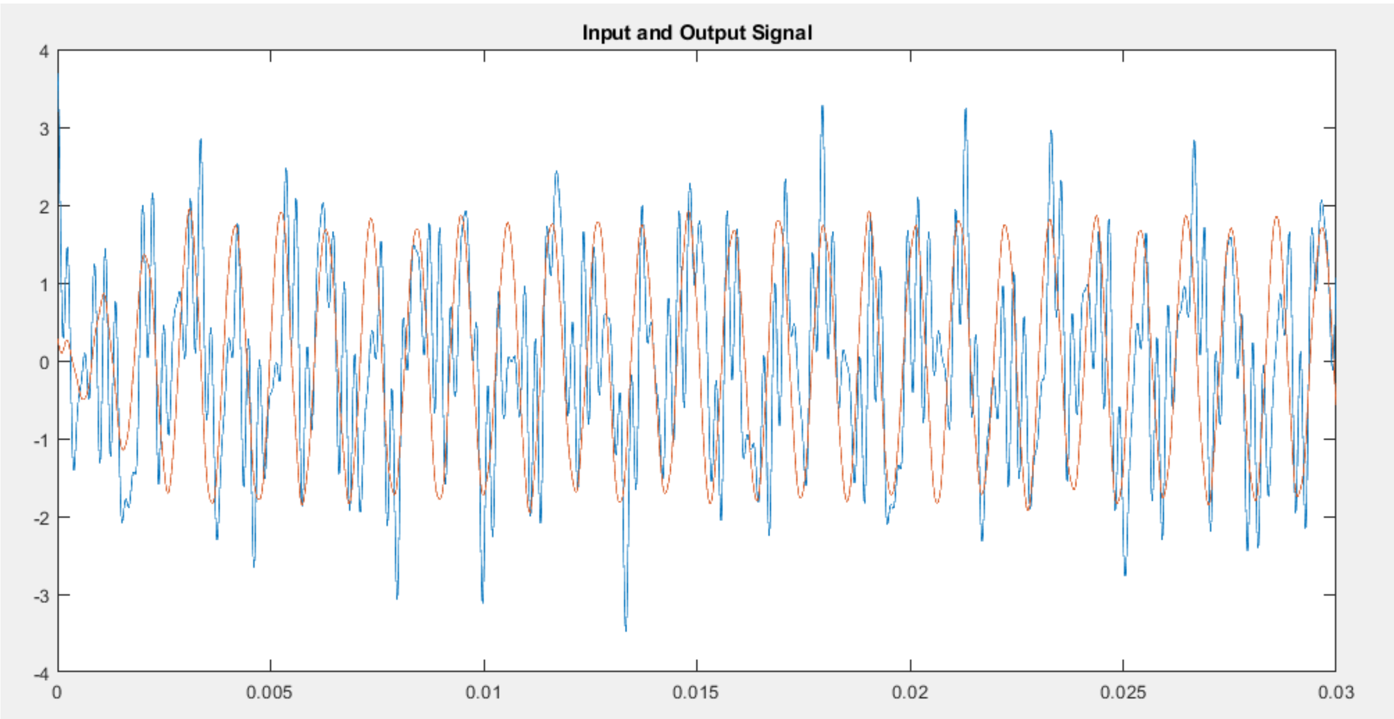

Το σήμα εισόδου και εξόδου από τον παλμογράφο είναι:



Ενώ το αντίστοιχο από το Transient Analysis:



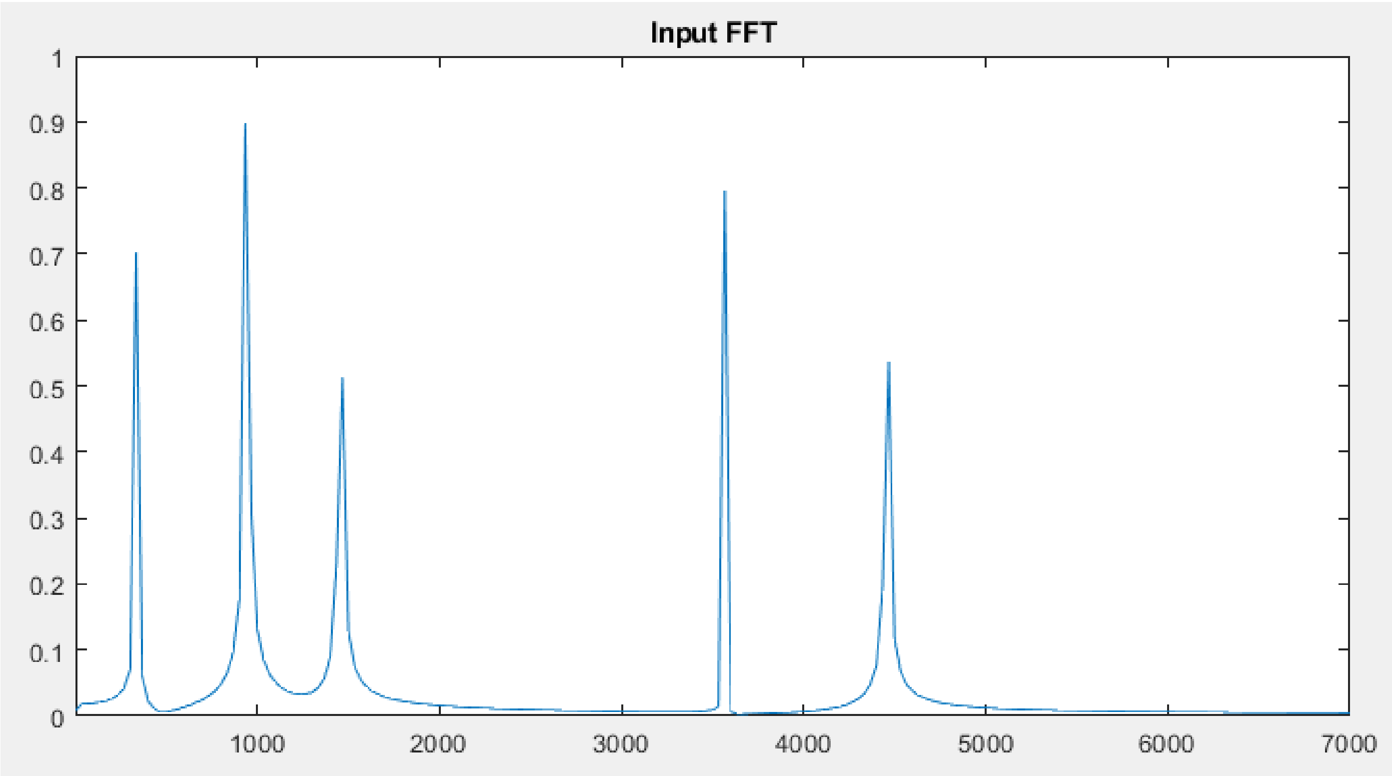

Τα αντίστοιχα θεωρητικά αποτελέσματα του MATLAB είναι:

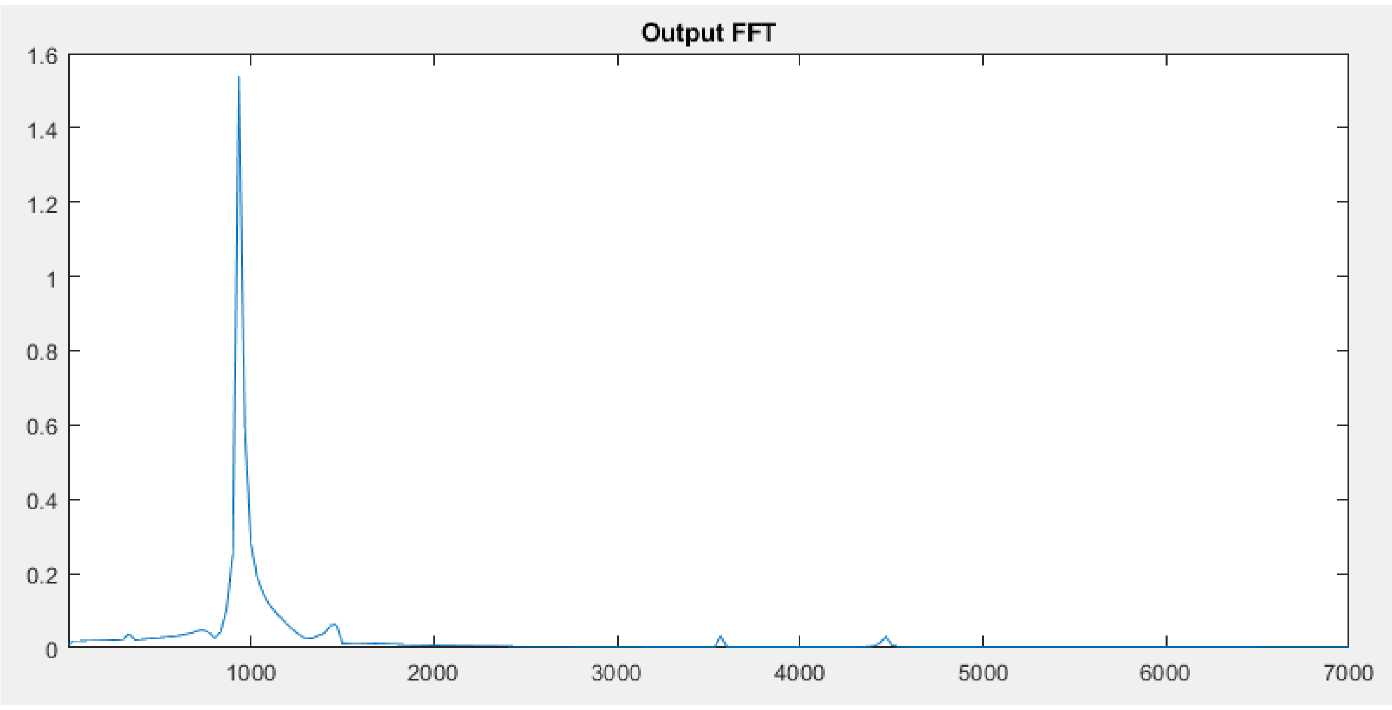


Μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε ότι τα γραφήματα μοιάζουν πάρα πολύ καθώς η έξοδος είναι αρκετά ομαλή περιοδική που το πλάτος της δεν ξεπερνάει τα 2V και μπορεί εύκολα να περιορίζει τα spikes της εισόδου. Κάτι που είναι αρκετά λογικό καθώς περνάει και ενισχύεται μόνο το περιοδικό σήμα που βρίσκεται στα 941.667 Hz ενώ τα άλλα αποκόπτονται. Το αντίστοιχο αποτέλεσμα θα περιμένουμε να δούμε πιο κατανοητά στην ανάλυση Fourier.

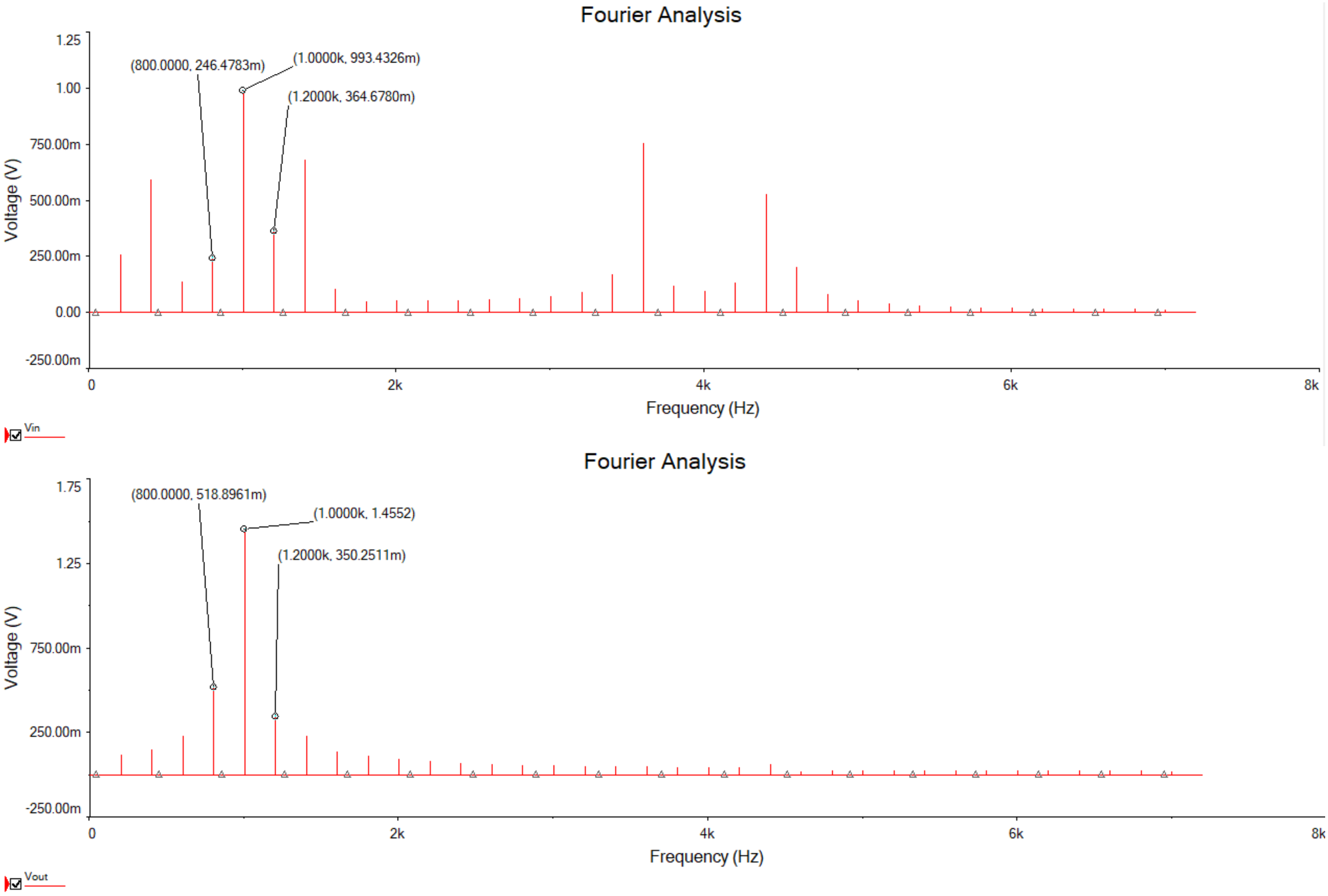
## Ανάλυση Fourier

Το τελευταίο πράγμα που μας ζητείται από την εργασία είναι να αναλύσουμε τόσο τα θεωρητικά όσο και τα προσομοιωμένα φάσματα που προέκυψαν. Έτσι θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim. Προφανώς θα αναμένουμε ίδια αποτελέσματα καθώς η μέχρι τώρα σχεδίαση είναι αρκετά κοντα στην θεωρητική.Παρακάτω παρέχω τα αποτελέσματα από το MATLAB για είσοδο και έξοδο αντίστοιχα:



Τα αντίστοιχα γραφήματα στο Multisim είναι για την είσοδο και την έξοδο θα είναι:




Μπορούμε να διακρίνουμε ξεκάθαρα την λειτουργία που θα έπρεπε να επιτελεί το σχεδιασμένο φίλτρο δηλαδή να ενισχύει τις συχνότητες από τα 825 Hz έως τα 1.21 kHz. Η συσχέτιση των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων σε σχέση με τα θεωρητικά του MATLAB είναι αρκετά καλή. Φαίνεται η ενίσχυση στο 1 kHz αλλά και η σημαντική καταστολή των επιδράσεων των μη επιθυμητών συχνοτήτων.

# Εργασία #3: Ζωνοφρακτικό Φίλτρο Chebyshev

## Προδιαγραφές

Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του προβλήματος δημιούργησα ένα scriptaki στο MATLAB και εισήγαγα το ΑΕΜ μου οπότε προέκυψαν τα εξής:

| | |
|---|---|
| $f_0$ | 1050 Hz |
| $f_1$ | 900 Hz |
| $f_2$ | 1225 Hz |

| | |
|---|---|
| D | 180.5556 |
| $f_3$ | 963.5961 Hz |
| $f_4$ | 1144.2 Hz |
| $a_{min}$ | 25.3 dB |
| $a_{max}$ | 1.2 dB |

## Σχεδίαση Φίλτρου

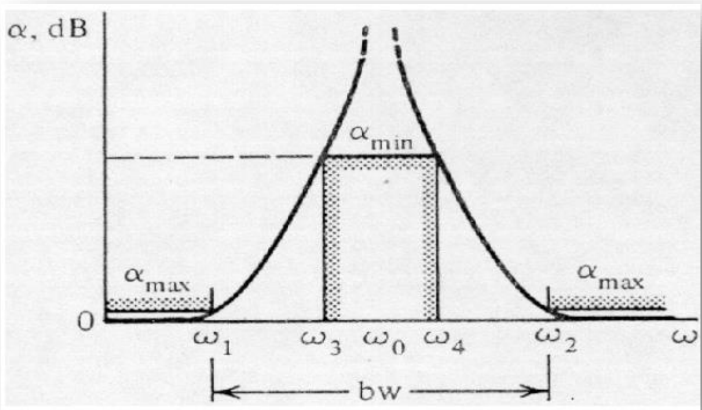
Το πρώτο πράγμα που πρέπει να κάνουμε είναι να μετατρέψουμε τις συχνότητες σε κυκλικές και θα έχουμε:

| | |
|---|---|
| $\omega_0$ | 6597.3 rad/s |
| $\omega_1$ | 5654.9 rad/s |
| $\omega_2$ | 7696.9 rad/s |
| $\omega_3$ | 6054.5 rad/s |
| $\omega_4$ | 7188.9 rad/s |

Έτσι η ζώνη διόδου του φίλτρου προκύπτει ως εξής:

$$\text{bw} = \omega_2 - \omega_1 = 2042\, rad/s$$

$$q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 3.2308$$




Στα πλαίσια της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε τις προδιαγραφές του πρωτότυπου ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$\Omega_p = 1$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 1.8$$

Στην συνέχεια πρέπει να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου η οποία δίνεται από την εξίσωση:

$$n = \frac{cosh^{-1}\sqrt{(\frac{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}{10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1})}}{cosh^{-1}(\Omega_s)} = 3.5012$$

Άρα τελικά το n προκύπτει n = 4. Επόμενο βήμα είναι να υπολογιστεί ο συντελεστής κυμάτωσης του φίλτρου από τον τύπο:

$$\varepsilon = (10^{\frac{a_{max}}{10}} - 1)^{-\frac{1}{2}} = 0.5641$$

Ενώ ο συντελεστής α θα είναι:

$$\mathrm{a} = \frac{1}{n} * \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0.3343$$

Επομένως η συχνότητα ημίσειας ισχύος θα είναι:

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh\,[\frac{1}{n} * cosh^{-1}(\frac{1}{\varepsilon})]} = 0.9584 < 1$$

Αφού η τάξη του φίλτρου είναι 4 οι γωνίες Butterworth θα είναι $\pm 22.5^o$ και $\pm 67.5^o$ οι οποίες και αντιστοιχούν σε 2 ζεύγη μιγαδικών πόλων. Αν χρησιμοποιήσω την μέθοδο Guillemin (9.3.3) θα έχω:

$$-\sigma_\kappa = \sinh(a) * \cos(\psi_\kappa)$$

$$\pm\Omega_\kappa = \cosh(a) * \sin(\psi_\kappa)$$

$$p_k = \sigma_\kappa \pm j\,\Omega_\kappa$$

$$\Omega_{0\kappa} = \sqrt{\sigma_\kappa^{\,2} + \Omega_\kappa^{\,2}}$$

$$Q_{\kappa} = \frac{1}{2 * \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{\Omega_{\kappa}}{\sigma_{\kappa}}\right)\right)}$$

| k | σκ | jΩκ | $\Omega_{0\kappa}$ | $Q_{\kappa}$ | pk |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -0.3146 | ±j* 0.4043 | 0.5123 | 0.8141 | -0.3146 ± 0.4043i |
| 1 | -0.1303 | ±j* 0.9760 | 0.9846 | 3.7780 | -0.1303 ± 0.9760i |

Το επόμενο βήμα είναι να αντιστρέψουμε τους πόλους Chebyshev ως εξής:

$$\Omega_{inv\_0k} = \frac{1}{\Omega_{0\kappa}}$$

$$p_{\kappa} = \Omega_{inv\_0k} * (-\cos\psi_{\kappa} \pm j * \sin\psi_{\kappa})$$

$$\psi_{\kappa} = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2 * Q_{k}}\right)$$

| k | $\Omega_{inv\_0\kappa}$ | $Q_{\kappa}$ | pinvk |
|---|---|---|---|
| 0 | 0.5123 | 0.8141 | -1.1989 ± 1.5406i |
| 1 | 0.9846 | 3.7780 | -0.1344 ± 1.0067i |

## Μετασχηματισμός Geffe

1.Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $P_{1,2}$ = -1.1989 ± 1.5406i.

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Geffe στο 11.3 θα έχουμε:

$$C_1 = {\Sigma_0}^2 + {\Omega_0}^2 = 3.8109$$

$$D_1 = \frac{2 * \Sigma_0}{q_c} = 0.7422$$

$$E_1 = 4 + \frac{C_1}{{q_c}^2} = 4.3651$$

$$G_1 = \sqrt{{E_1}^2 - 4 * {D_1}^2} = 4.1050$$

$$Q_1 = \frac{1}{D_1} * \sqrt{\frac{E_1 + G_1}{2}} = 2.7727$$

$$k_1 = \frac{\Sigma_0 * Q_1}{q_c} = 1.0290$$

$$W_1 = k_1 + \sqrt{{k_1}^2 - 1} = 1.2714$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{W_1} * \omega_0 = 5189.2$$

$$\omega_{02} = W_1 * \omega_0 = 8387.6$$

Από την διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $\Sigma_0 \pm j*\Omega_{inv\_0}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων $\omega_{01}$ $\omega_{02}$ καθώς και δύο μηδενικά στο s = 0.

2.Μετασχηματισμός μιγαδικού πόλου $P_{3,4}$ = -0.1344 ± 1.0067i

$$C_2 = {\Sigma_1}^2 + {\Omega_1}^2 = 1.0314$$

$$D_2 = \frac{2 * \Sigma_1}{q_c} = 0.0832$$

$$E_2 = 4 + \frac{C_2}{{q_c}^2} = 4.0988$$

$$G_2 = \sqrt{{E_2}^2 - 4 * {D_2}^2} = 4.0954$$

$$Q_2 = \frac{1}{D_2} * \sqrt{\frac{E_2 + G_2}{2}} = 24.3266$$

$$k_2 = \frac{\Sigma_1 * Q_2}{q_c} = 1.0121$$

$$W_2 = k_2 + \sqrt{{k_2}^2 - 1} = 1.1679$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{W_2} * \omega_0 = 5648.9$$

$$\omega_{04} = W_2 * \omega_0 = 7705$$

Από την διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτει ότι οι πόλοι $\Sigma_1 \pm j*\Omega_{inv\_1}$ της συνάρτησης μεταφοράς μετασχηματίζονται σε δύο ζεύγη μιγαδικών πόλων $\omega_{03}$ $\omega_{04}$ καθώς και δύο μηδενικά στο $s = 0$.

Η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από τέσσερις μονάδες, στις οποίες έχουμε ομαδοποιήσει τους πόλους και τα μηδενικά της ζωνοφρακτικής απόκρισης. Οι μονάδες στα οποία τα μηδενικά είναι μεγαλύτερα σε μέτρο από τους πόλους θα υλοποιηθούμε με LPN ενώ οι υπόλοιπες με HPN.

**Μονάδα 1**
- $\omega_{01} = 5189.2$
- $\omega_{z1} = 6597.3$
- $Q_1 = 2.7727$

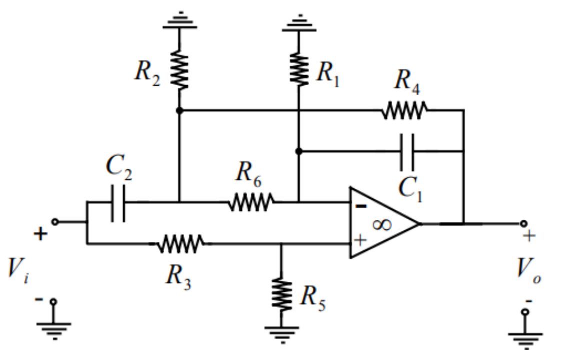
**Μονάδα 2**
- $\omega_{02} = 8387.6$
- $\omega_{z2} = 6597.3$
- $Q_2 = 2.7727$

**Μονάδα 3**
- $\omega_{03} = 5648.9$
- $\omega_{z3} = 6597.3$
- $Q_3 = 24.3266$

**Μονάδα 4**
- $\omega_{04} = 7705$
- $\omega_{z4} = 6597.3$
- $Q_4 = 24.3266$

## Υλοποίηση Μονάδων

Μονάδα 1:Για αυτή την μονάδα πρέπει να κλιμακοποιήσουμε τις κυκλικές συχνότητες ώστε $\omega_{01}=1$, έτσι $\omega_{z1}= 1.1275$. Πρέπει να επιλέξω ένα $0.7866 < \kappa_1 < 1$, έτσι διαλέγω $\kappa_1 = 0.8$.



$$R_1 = \frac{2}{k_1 * {\omega_z}^2 - 1} = 6.8238\, \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 5\, \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2} * (\frac{k_1}{Q^2} + k_1 * {\omega_z}^2 - 1) = 0.1986\, \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 1.25\, \Omega$$

$$R_5 = 1\, \Omega$$

$$R_6 = 1\, \Omega$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2 * Q} = 0.1443\, F$$

$$C_2 = 2 * Q = 5.5455\, F$$

$$k_{high1} = \frac{R_5}{R_5 + R_3} = 0.8343$$

$$k_{low1} = k_{high1} * {\omega_z}^2 = 1.3486$$

Επειδή όμως $\omega_1 = 5851.1$ αντί 1 θα έχουμε $K_f = 5851.1$ και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C1}{K_f * 10^{-8}} = 2780$$

Άρα

$$R_1 = 18.970\, k\Omega$$

$$R_2 = 13.9\ k\Omega$$

$$R_3 = 552.0398\ \Omega$$

$$R_4 = 3.4750\ k\Omega$$

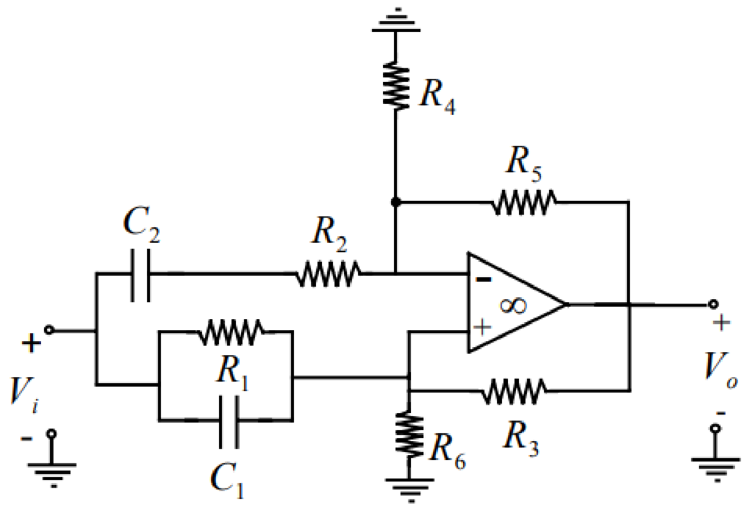
$$R_5 = 2.78\ k\Omega$$

$$R_6 = 2.78\ k\Omega$$

$$C_1 = 0.01\ uF$$

$$C_2 = 0.3844\ uF$$

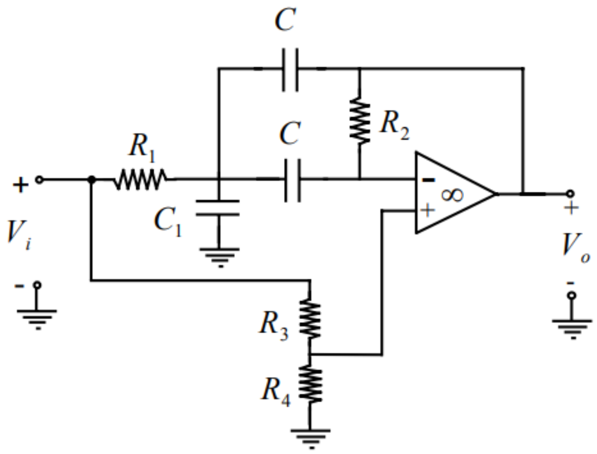
Μονάδα 2:




Η δεύτερη μονάδα είναι ένα High Pass Notch φίλτρο ωστόσο σύμφωνα με το HighPassFilter scriptaki που μας δόθηκε μου προτείνει να υλοποιήσω την μονάδα με το HPN του 7.21 καθώς με Boctor HPN δεν είναι εφικτή η κατασκευή του αφού δεν ισχύει :

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_o^2}}$$

Άρα πρέπει να υλοποιήσουμε αυτό το κύκλωμα:




Έχουμε σύμφωνα με την θεωρία:

$$\Omega_z = \frac{{\omega_{02}}^2}{{\omega_{z2}}^2} = 1.1275$$

$$k_{2\_1} = \ {\Omega_z}^2 - 1 = 0.6164$$

$$k_{2\_2} = \frac{(2 + k_1) * Q^2}{(2 + k_1) * Q^2 + 1} = 0.9526$$

$$R_{12} = 1\,\Omega$$

$$R_{22} = Q^2 * (k_1 + 2)^2 = 52.6280\Omega$$

$$R_{32} = 1\,\Omega$$

$$R_{42} = Q^2 * (k_1 + 2) = 20.1150\,\Omega$$

$$C = \frac{1}{Q * (k_1 + 2)} = 0.1378\,F$$

$$C_1 = k_1 * C = 0.0850\,F$$

$$k_{high2} = k_{2\_2} * {\Omega_z}^2 = \ 1.5398$$

$$k_{low2} = k_{high2} * (\frac{1}{\Omega_z})^2 = 0.9526$$

Επειδή όμως $\omega_2$ = 7438.8 αντί 1 θα έχουμε $K_f$ = 7438.8 και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f * 10^{-8}} = 1643.4$$

$$R_{12} = 1.6434\ k\Omega$$

$$R_{22} = 86.491\ k\Omega$$

$$R_{32} = 1.6434\ k\Omega$$

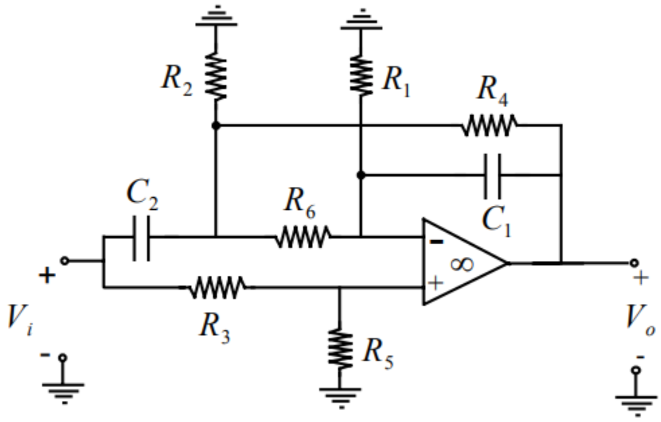
$$R_{42} = 33.058\ k\Omega$$

$$C = 0.01\ uF$$

$$C_1 = 6.1636\ nF$$

Μονάδα 3:

Για αυτή την μονάδα πρέπει να κλιμακοποιήσουμε τις κυκλικές συχνότητες ώστε $\omega_{03}$=1, έτσι $\omega_{z3}$= 1.1560. Πρέπει να επιλέξω ένα 0.7483< $\kappa_1$ < 1, έτσι διαλέγω $\kappa_1$ = 0.8.



$$R_1 = \frac{2}{k_1 * {\omega_z}^2 - 1} = 21.9339\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{1}{1 - k_1} = 5\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{2} * (\frac{k_1}{Q^2} + k_1 * {\omega_z}^2 - 1) = 0.0463\ \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{k_1} = 1.25\ \Omega$$

$$R_5 = 1\ \Omega$$

$$R_6 = 1\ \Omega$$

$$C_1 = \frac{k_1}{2 * Q} = 0.0164\ F$$

$$C_2 = 2 * Q = 48.6531\ F$$

$$k_{high3} = \frac{R_5}{R_5 + R_3} = 0.9558$$

$$k_{low3} = k_{high1} * {\omega_z}^2 = 1.3037$$

Επειδή όμως $\omega_1 = 5707.1$ αντί 1 θα έχουμε $K_f = 5707.1$και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C1}{K_f * 10^{-8}} = 291.0810$$

Άρα

$$R_1 = 6.3845\ k\Omega$$

$$R_2 = 1.4554\ k\Omega$$

$$R_3 = 13.4676\ \Omega$$

$$R_4 = 363.8513\ \Omega$$

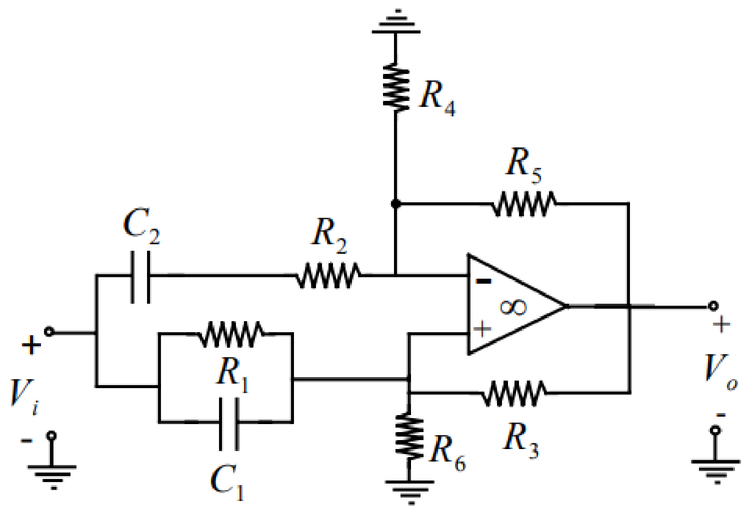
$$R_5 = 291.0810\ \Omega$$

$$R_6 = 291.0810\ \Omega$$

$$C_1 = 0.01\ uF$$

$$C_2 = 29.589\ uF$$

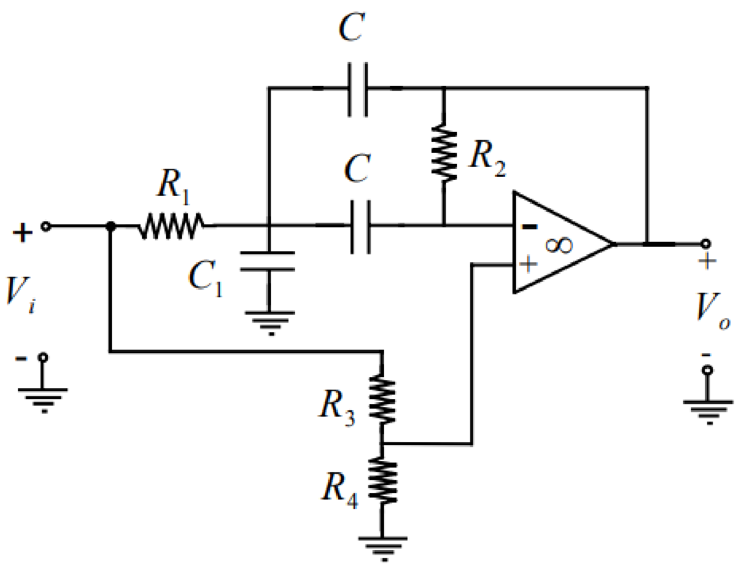
Μονάδα 4:




Η δεύτερη μονάδα είναι ένα High Pass Notch φίλτρο ωστόσο σύμφωνα με το HighPassFilter scriptaki που μας δόθηκε μου προτείνει να υλοποιήσω την μονάδα με το HPN του 7.21 καθώς με Boctor HPN δεν είναι εφικτή η κατασκευή του αφού δεν ισχύει :

$$Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_o^2}}$$

Άρα πρέπει να υλοποιήσουμε αυτό το κύκλωμα:




Έχουμε σύμφωνα με την θεωρία:

$$\Omega_z = \frac{{\omega_{04}}^2}{{\omega_{z4}}^2} = 1.1560$$

$$k_{4\_1} = {\Omega_z}^2 - 1 = 0.3640$$

$$k_{4\_2} = \frac{(2 + k_1) * Q^2}{(2 + k_1) * Q^2 + 1} = 0.9993$$

$$R_{14} = 1\,\Omega$$

$$R_{24} = Q^2 * (k_1 + 2)^2 = 3.3071\, k\Omega$$

$$R_{34} = 1\,\Omega$$

$$R_{44} = Q^2 * (k_1 + 2) = 1.3990\, k\Omega$$

$$C = \frac{1}{Q * (k_1 + 2)} = 0.0174\, F$$

$$C_1 = k_1 * C = 0.0063\, F$$

$$k_{high4} = 1.3630$$

$$k_{low4} = 0.9993$$

Επειδή όμως $\omega_2 = 7626.5$ αντί 1 θα έχουμε $K_f = 7626.5$ και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f * 10^{-8}} = 225.6849$$

$$R_{14} = 225.6849\ \Omega$$

$$R_{24} = 746.37\ k\Omega$$

$$R_{34} = 225.6849\ \Omega$$

$$R_{44} = 315.72\ k\Omega$$

$$C = 0.01\ uF$$

$$C_1 = 3.6398\ nF$$

## Ρύθμιση Κέρδους

Το κύκλωμα που υλοποιούμε έχει κέρδος στις υψηλές συχνότητες ίσο με $K_{HIGH} = K_{LOW} = 1.2639$. Σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7 θα πρέπει να έχω κέρδος 10 Db στις χαμηλές συχνότητες. Επομένως θα πρέπει να ενισχύσω με α = 1.8895. Το κέρδος επιτυγχάνεται με την προσθήκη μιας αναστρέφουσας συνδεσμολογίας με αντιστάσεις R1=10 kΩ και R2 = 18.895kΩ ενώ ακριβώς δίπλα προσθέτουμε ακόμα μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με ίσες αντιστάσεις απλά για να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.

## Συναρτήσεις Μεταφοράς

$$T_1 = \frac{0.8343 * s^2 + 3.631 * 10^7}{s^2 + 1871 * s + 2.693 * 10^7}$$

$$T_2 = \frac{1.54 * s^2 + 6.702 * 10^7}{s^2 + 3025 * s + 7.035 * 10^7}$$

$$T_3 = \frac{0.9558 * s^2 + 4.16 * 10^7}{s^2 + 232.2 * s + 3.191 * 10^7}$$

$$T_4 = \frac{1.363 * s^2 + 5.932 * 10^7}{s^2 + 316.7 * s + 5.937 * 10^7}$$

Έτσι η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev θα είναι:

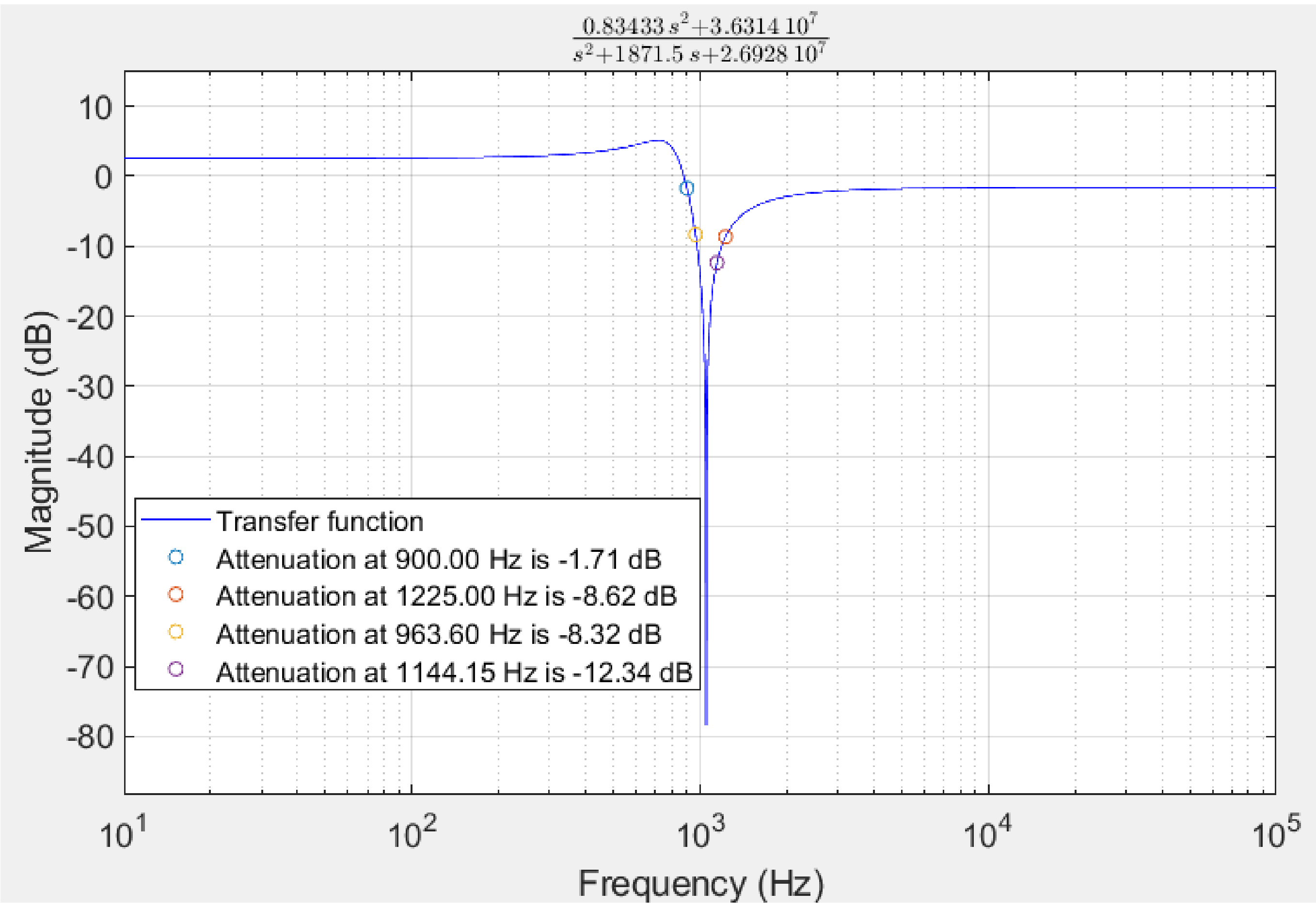
$$T = T_1 * T_2 * T_3 * T_4 * \alpha$$

$$= \frac{3.162 * s^8 + 5.506 * 10^8 * s^6 + 3.594 * 10^{16} * s^4 + 1.043 * 10^{24} * s^2 + 1.135 * 10^{31}}{s^8 + 5445 * s^7 + 1.97 * 10^8 * s^6 + 7.408 * 10^{11} * s^5 + 1.343 * 10^{16} * s^4 + 3.224 * 10^{19} * s^3 + 3.732 * 10^{23} * s^2 + 4.49 * 10^{26} * s + 3.589 * 10^{30}}$$

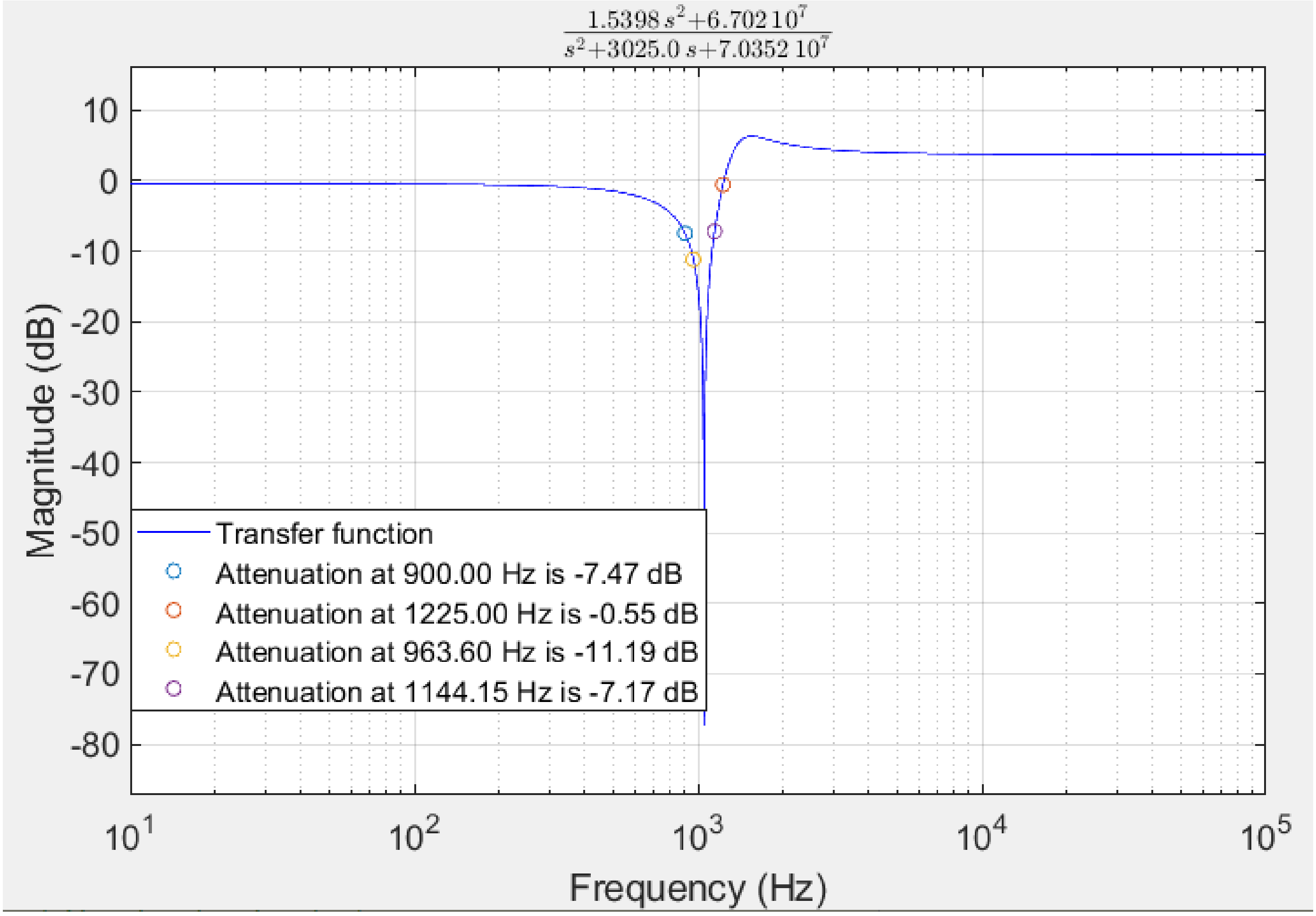
## Μελέτη Συναρτήσεων στο MATLAB

Εισάγοντας τα δεδομένα στο MATLAB μπορούμε να εξάγουμε τις αυτοτελής συναρτήσεις μεταφοράς αλλά και την τελική συνάρτηση, ενώ μπορούμε να πάρουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB. Τα παρακάτω διαγράμματα προκύπτουν από την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δόθηκε.

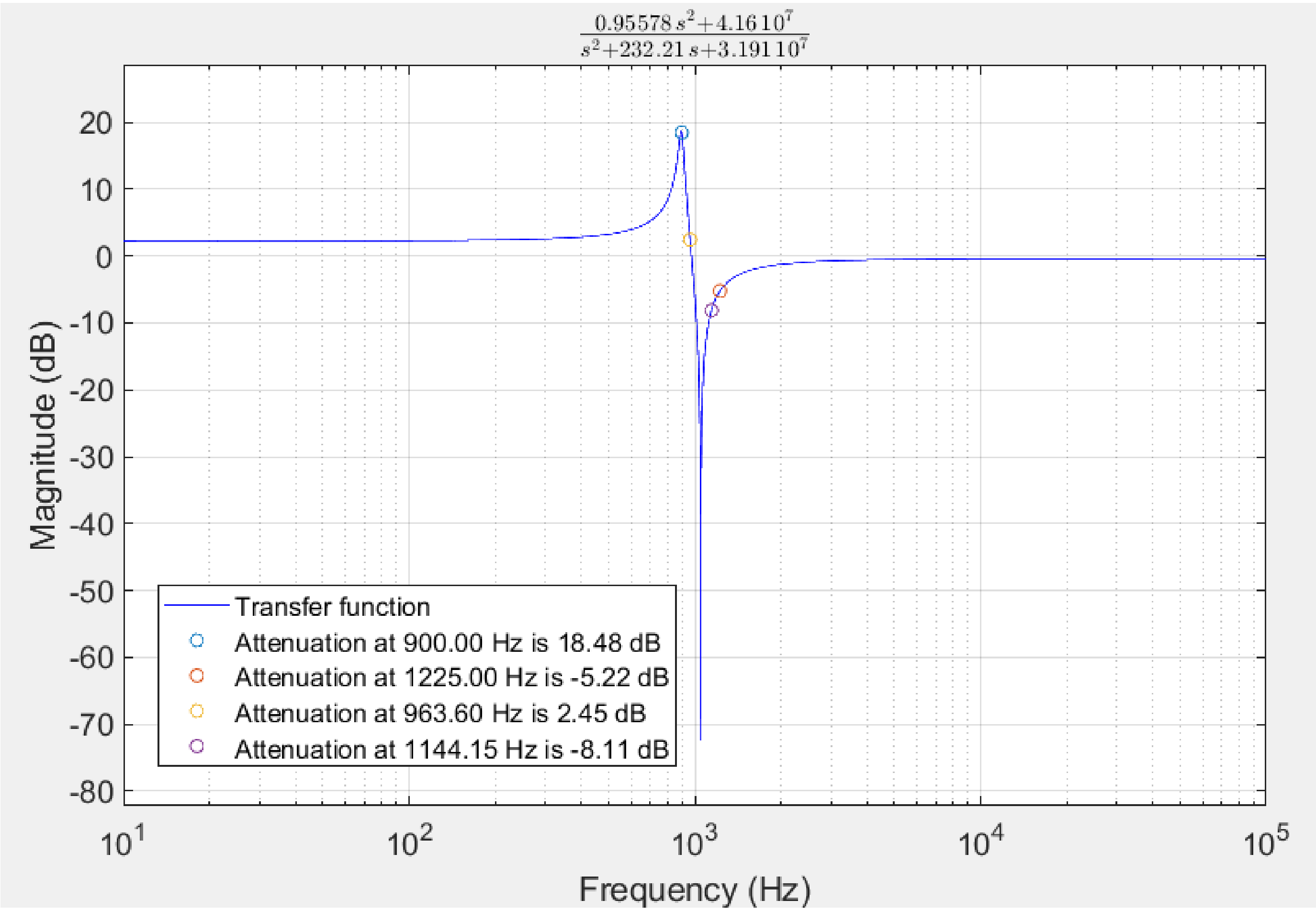
$1_η$ μονάδα LPN:



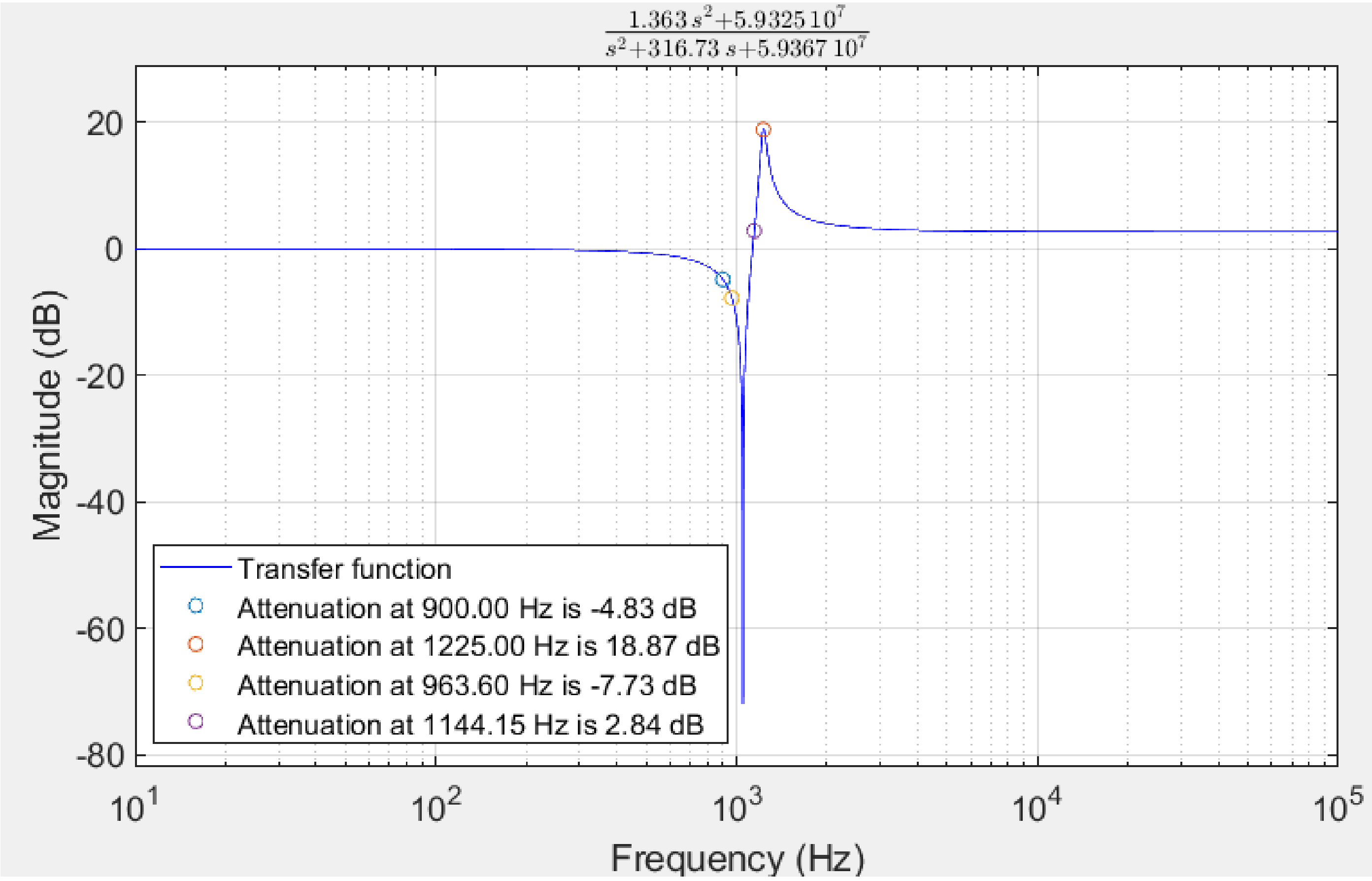

$2_η$ μονάδα HPN:



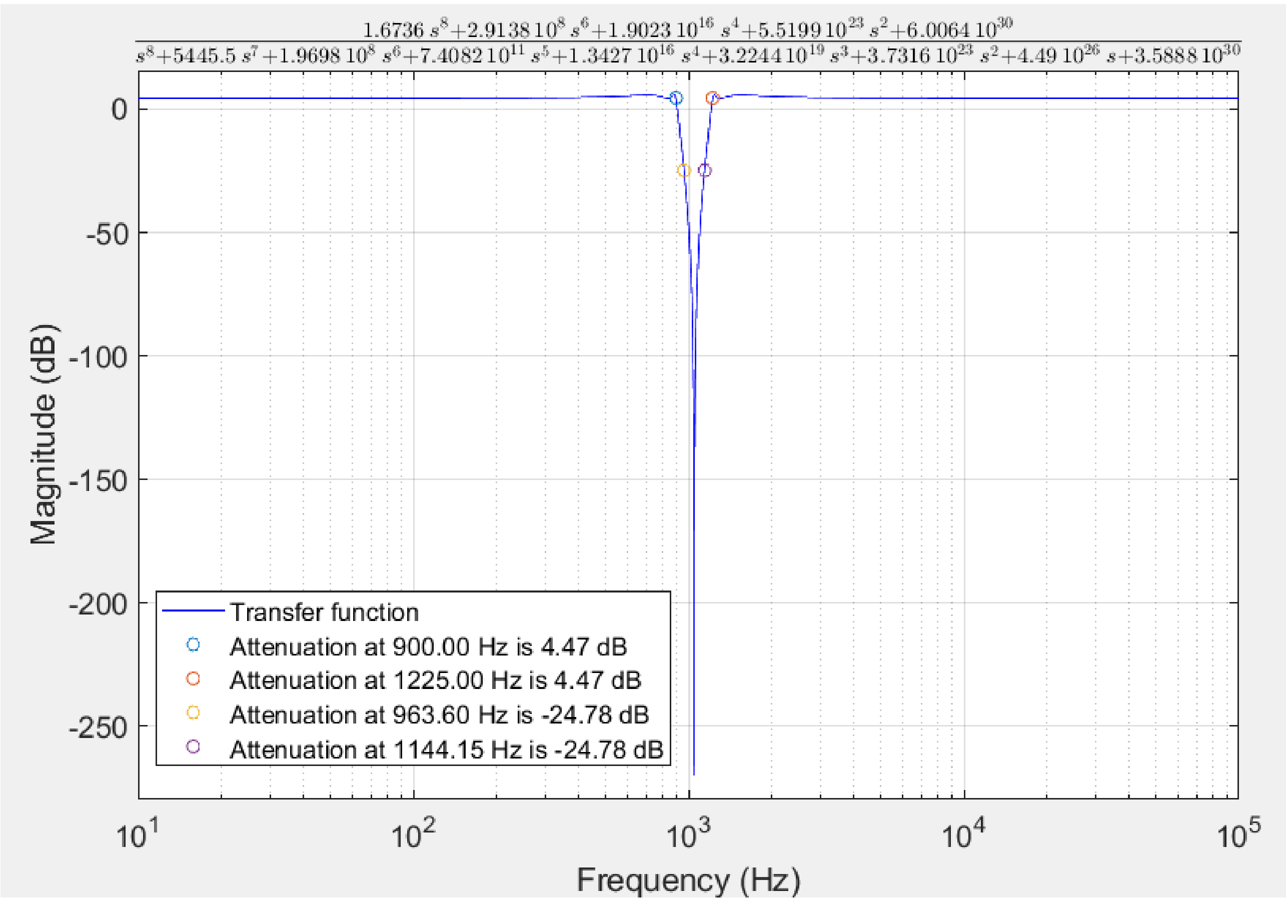

$3_η$ μονάδα LPN:



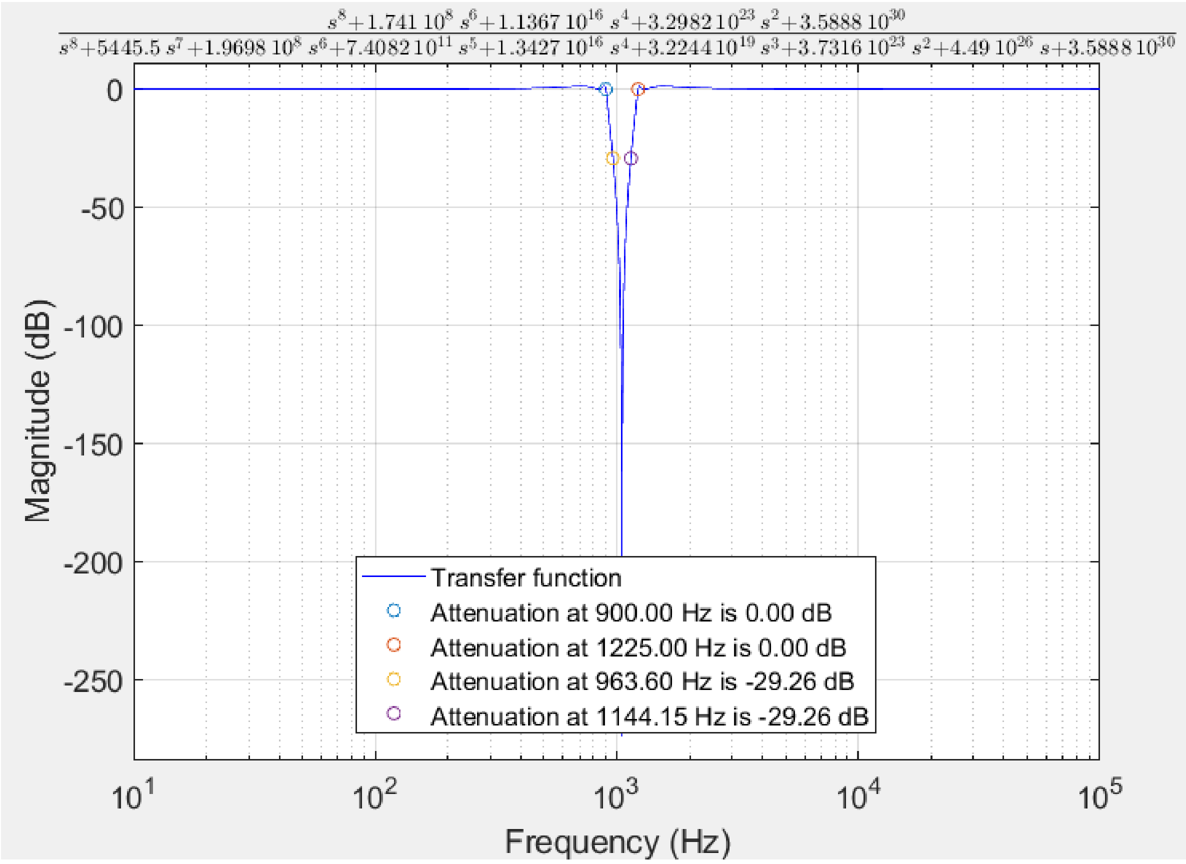
$4_\eta$ μονάδα HPN:



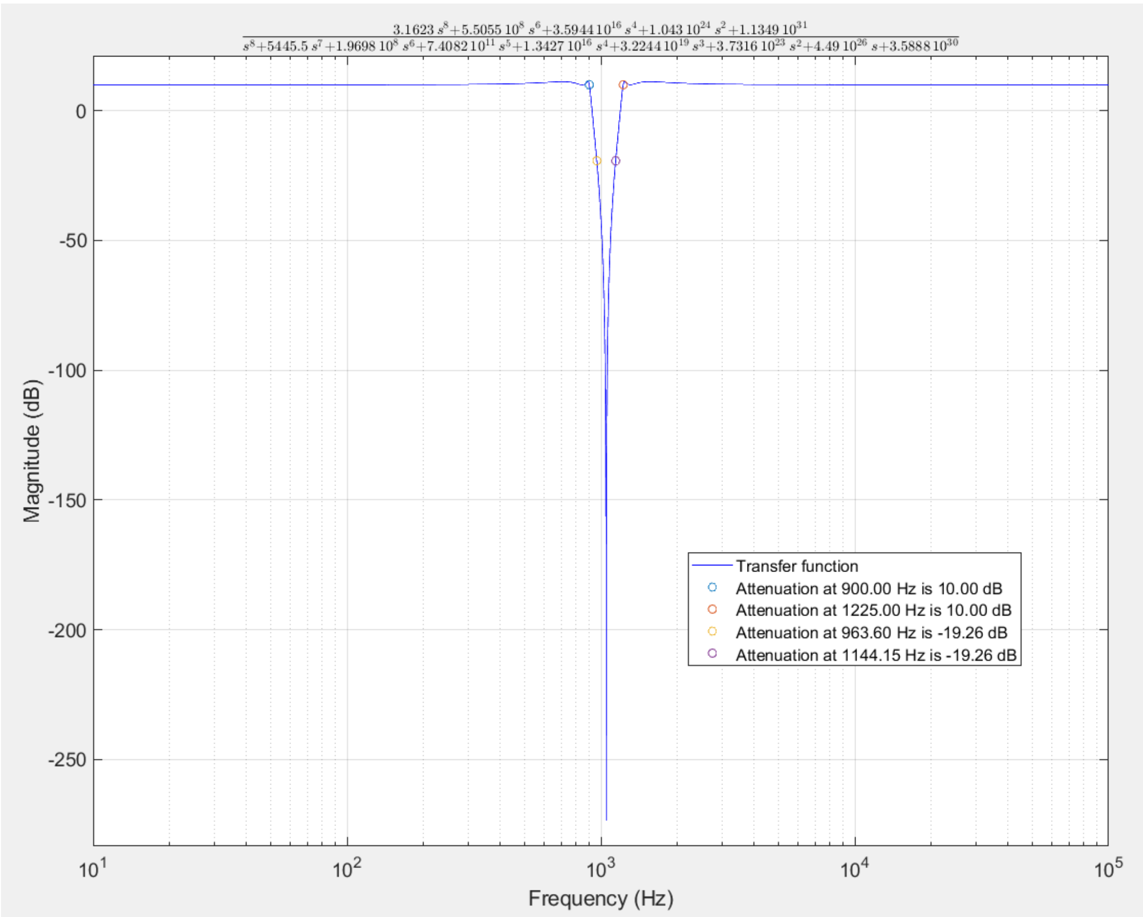

Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας χωρίς ρύθμιση κέρδους:



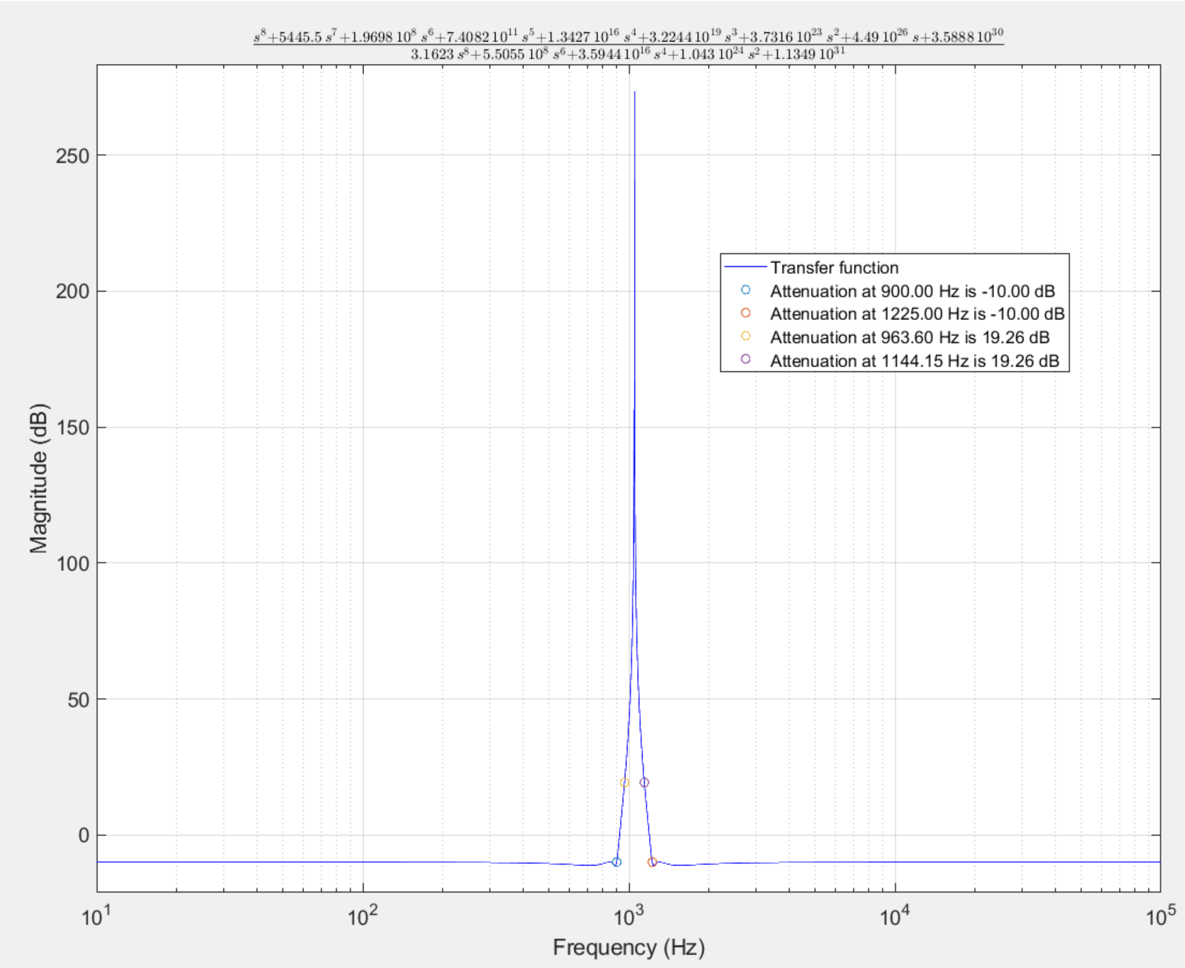
Όπως παρατηρούμε το κέρδος a_max επιτυγχάνεται ενώ το a_min είναι πολύ κοντά στην προδιαγραφή. Αντίστοιχα με την κανονικοποίηση στο 0 μπορούμε να δούμε ότι επιτυγχάνουμε και τις 2 προδιαγραφές a_max & a_min:




Τέλος με την ρύθμιση κέρδους 10 dB στις χαμηλές συχνότητες όπως απαιτείται θα έχουμε:

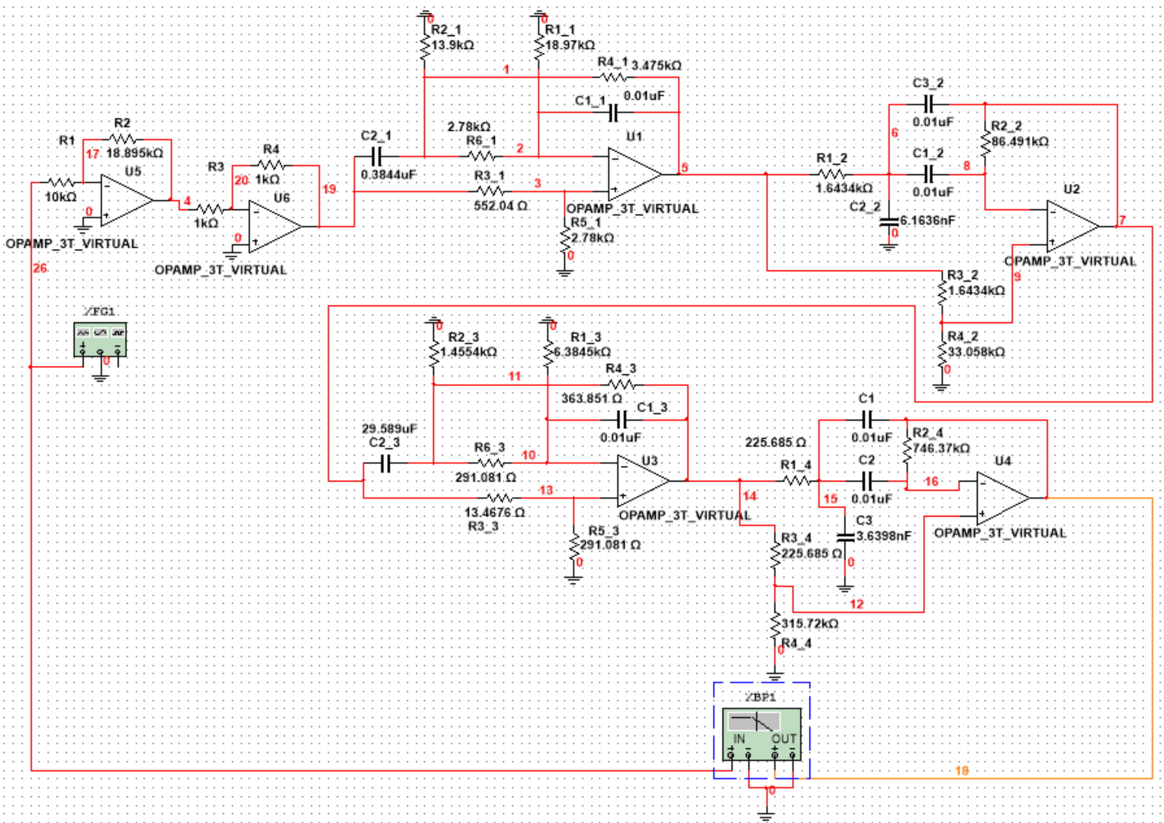


Τέλος η συνάρτηση απόσβεσης θα είναι:

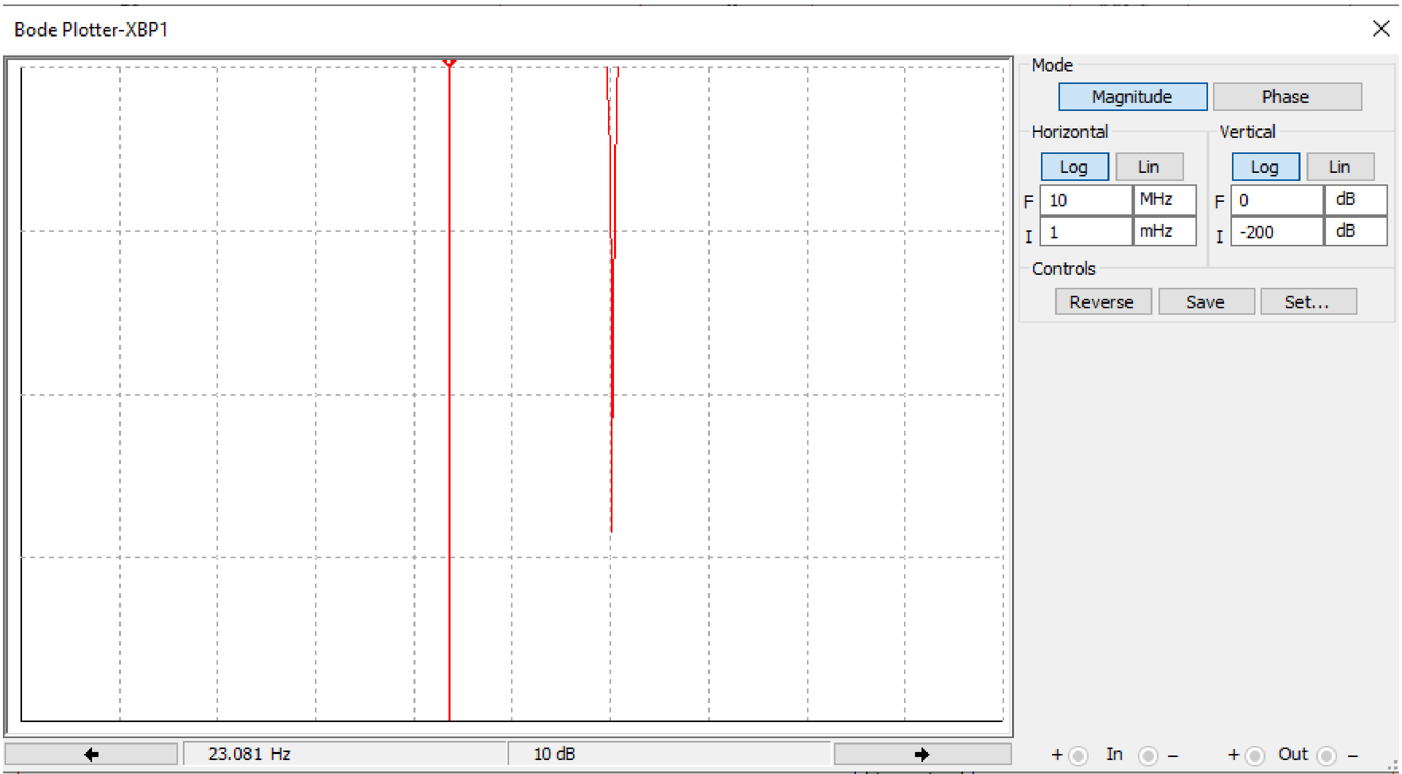



## Υλοποίηση κυκλώματος στο Multisim

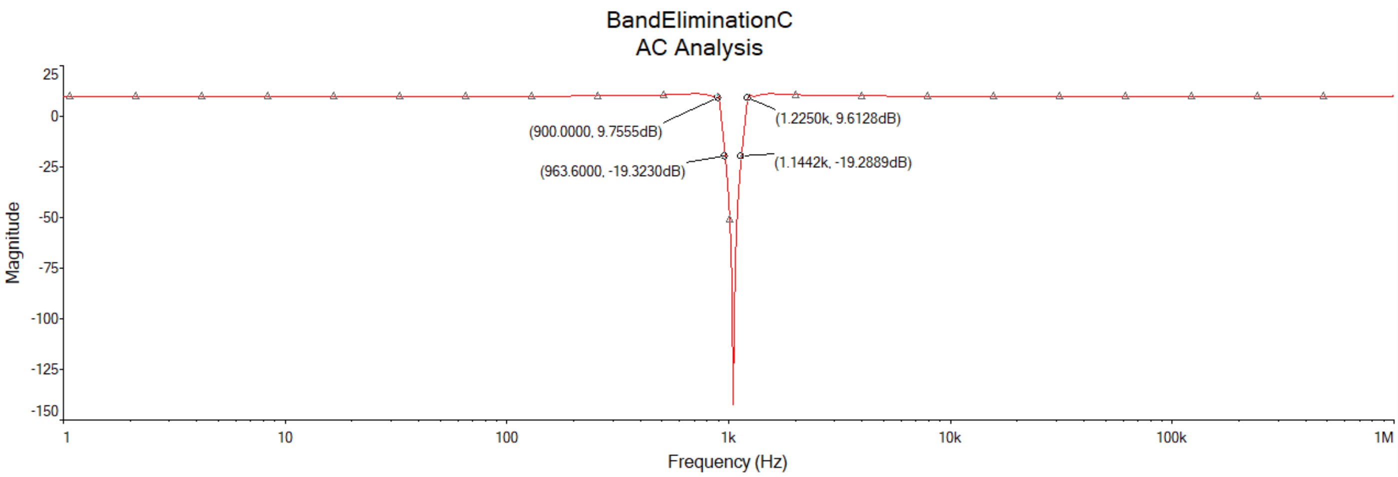
Σχεδιάζοντας το κύκλωμα στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνάρτηση μεταφοράς που υπολογίσαμε πειραματικά από το MATLAB θα έχουμε ότι τελικό κύκλωμα λοιπόν θα είναι:



Στο κύκλωμα το Bode Plotter θα είναι:




Ενώ το αντίστοιχο με AC Analysis θα είναι:



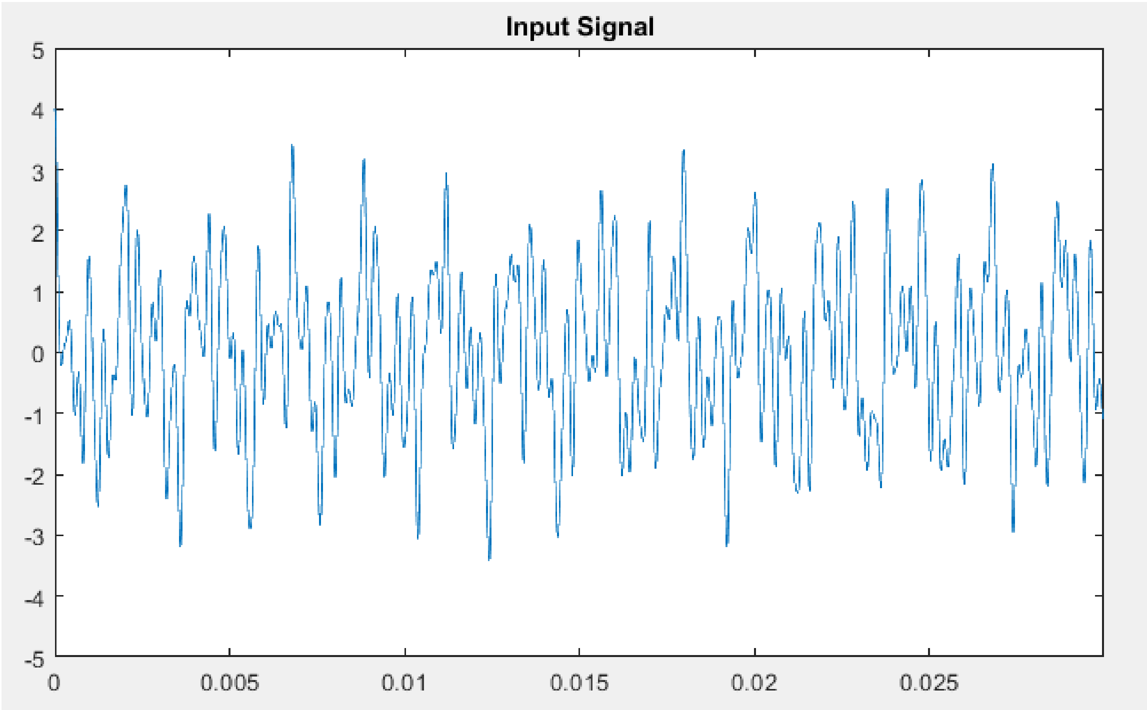

Όπως μπορούμε να διακρίνουμε τα προσομοιωμένα αποτελέσματα είναι ακριβώς τα ίδια με του MATLAB οπότε μπορούμε να κρίνουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου είναι επιτυχής. Το επόμενο βήμα σύμφωνα με την εκφώνηση επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7, πρέπει να εισάγουμε μία πηγή διέγερσης με περιοδικό σήμα της μορφής:

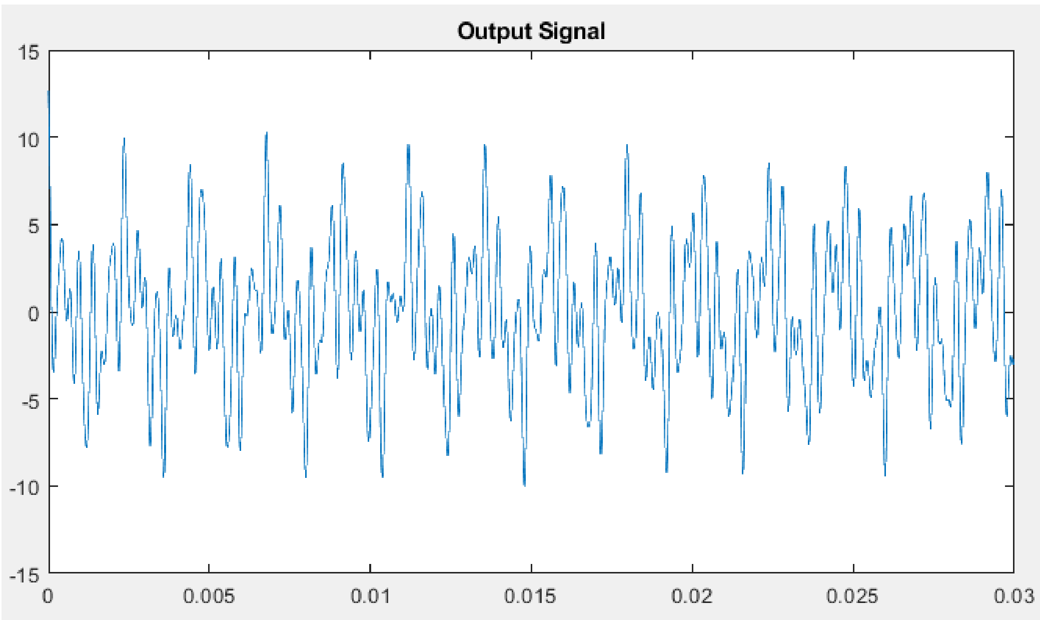
$$f(t) = 0.8\cos\left((\omega_0 - \frac{\omega_0-\omega_3}{2})t\right) + 1.0\cos\left((\omega_0 + \frac{\omega_0+\omega_3}{2})t\right)$$
$$+ \cos(0.5\omega_1 t) + 0.8\cos(2.4\omega_2 t) + 0.4\cos(3.5\omega_2 t)$$

Έτσι οι συχνότητες που θα πρέπει να εμπεριέχει το προστιθέμενο σήμα παλμού θα είναι:

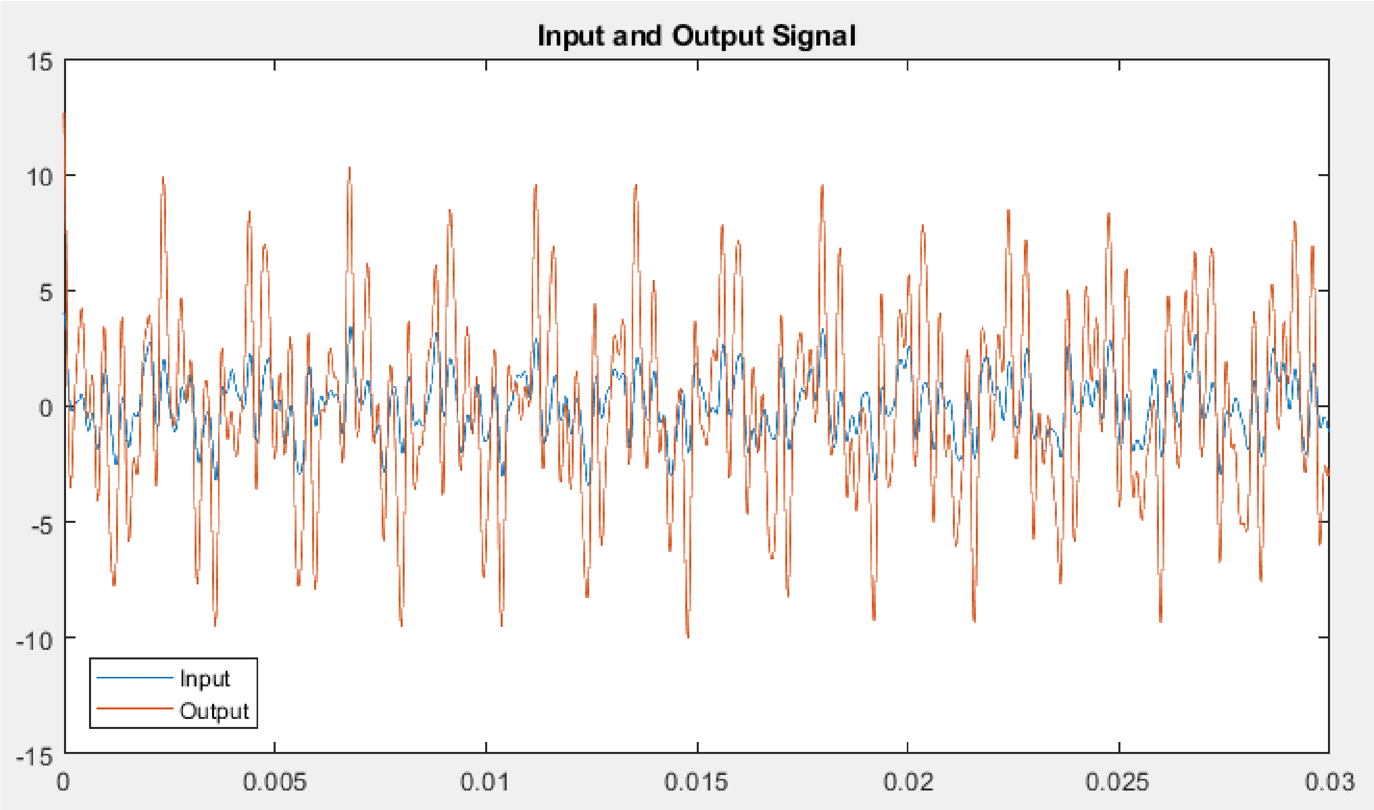
| | |
|---|---|
| f_1 | 1006.8 Hz |
| f_2 | 2056.8 Hz |
| f_3 | 450 Hz |
| f_4 | 2940 Hz |
| f_5 | 4287.5 Hz |

Σύμφωνα με την λειτουργία του κυκλώματος θα περιμένουμε η συχνότητα f_1 να αποκοπεί αφού είναι ανάμεσα στην $f_3$ = 963.5961 και στην $f_4$ = 1144.2 άρα στην ζώνη αποκοπής του φίλτρου , ενώ οι υπόλοιπες συχνότητες θα ενισχυθούν. Στην συνέχεια παρουσιάζω τα 2 σήματα εισόδου και εξόδου από το MATLAB σε δύο ξεχωριστά γραφήματα για να γίνονται πιο εύκολα αντιληπτά αλλά και ένα ενοποιημένο για να φαίνεται η ενίσχυση:



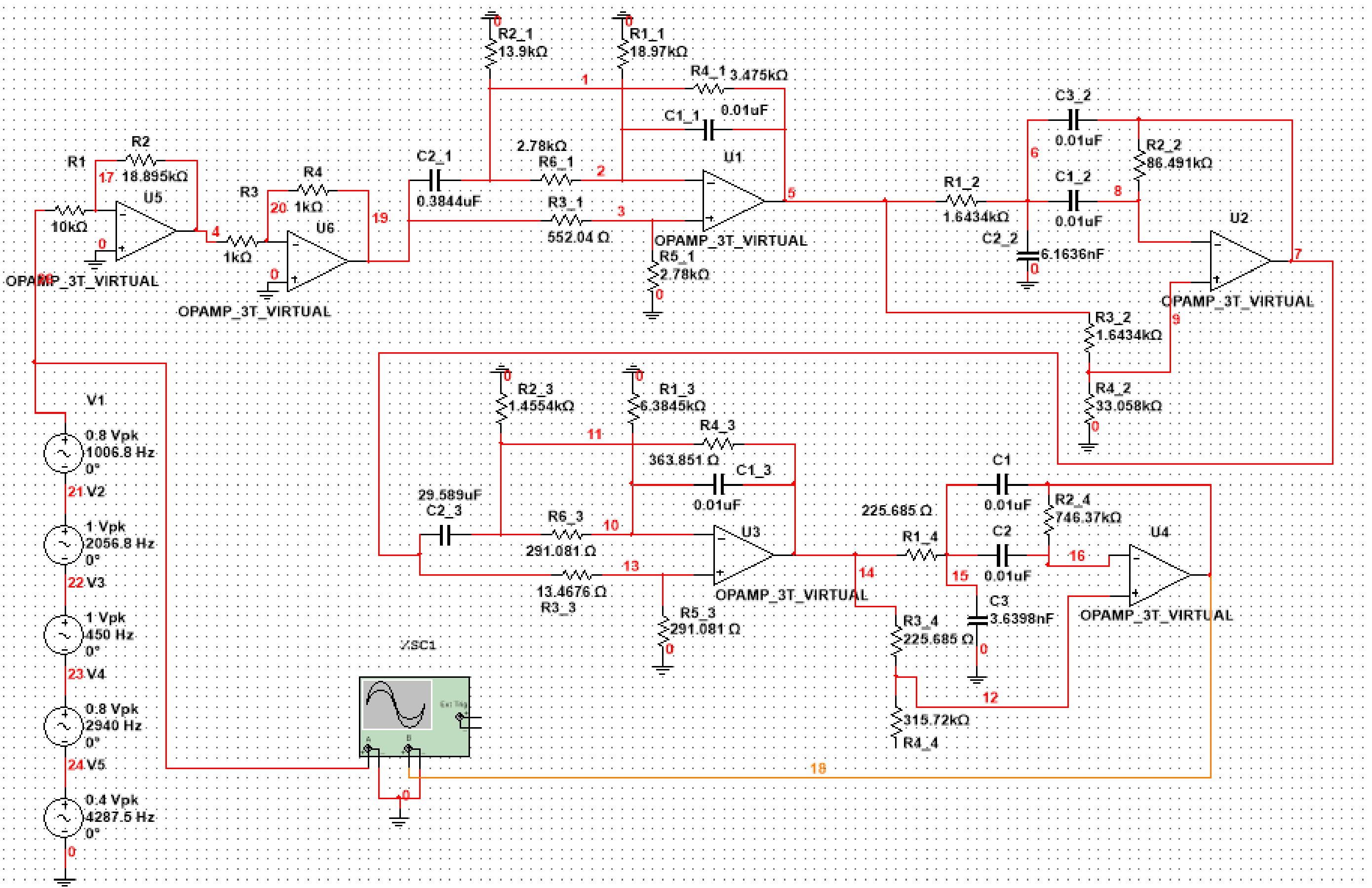



Έτσι το τελικό αποτέλεσμα μαζί με τα δύο σήματα θα είναι:

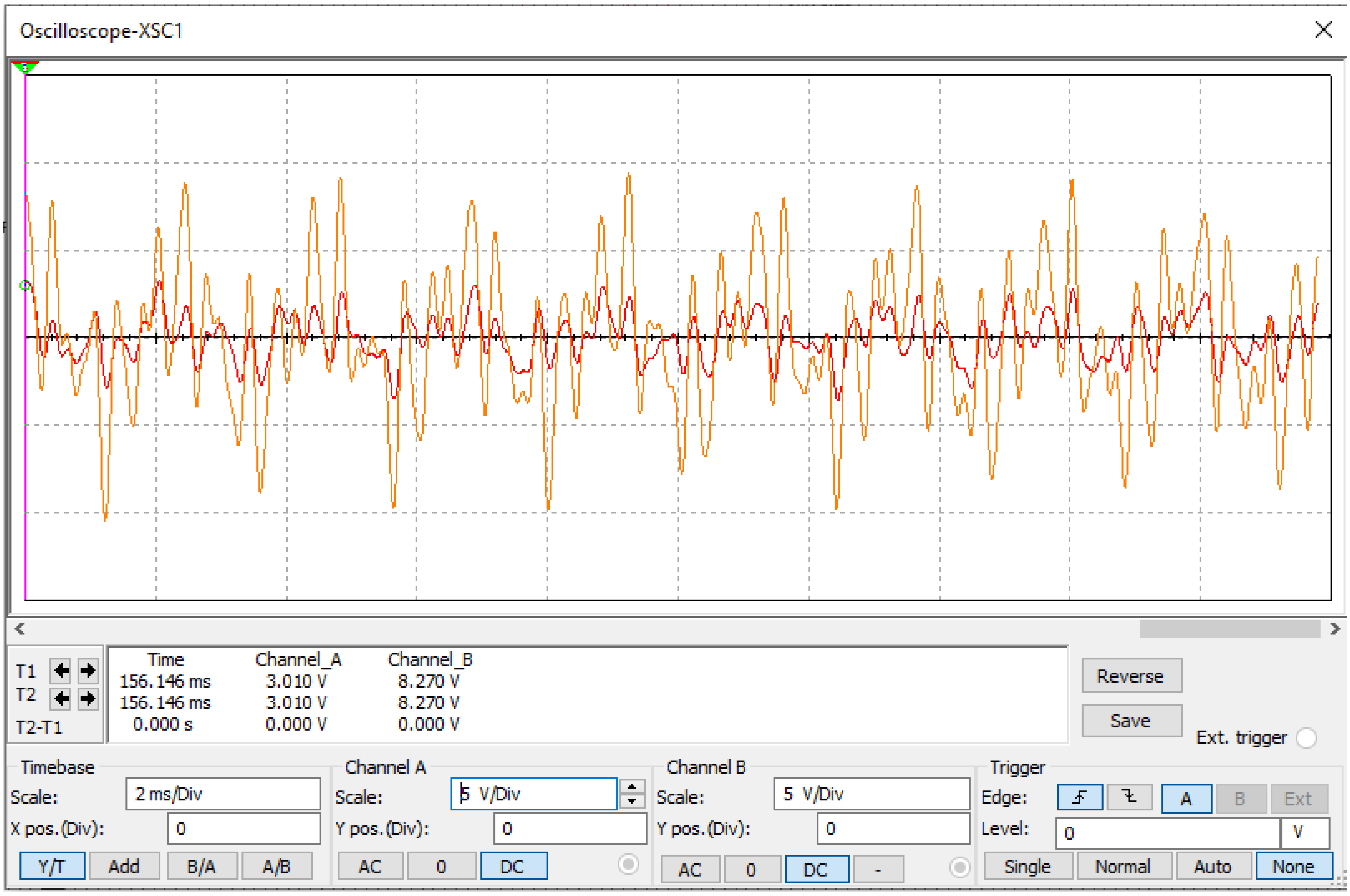



Μπορούμε πάρα πολύ εύκολα να δούμε την ενίσχυση, αλλά η αποκοπή των συχνοτικών περιεχομένων που βρίσκονται στην ζώνη αποκοπής δεν γίνεται καθόλου αντιληπτή. Θα γίνει πιο μετά όταν παρουσιάσω το διάγραμμα Fourier.

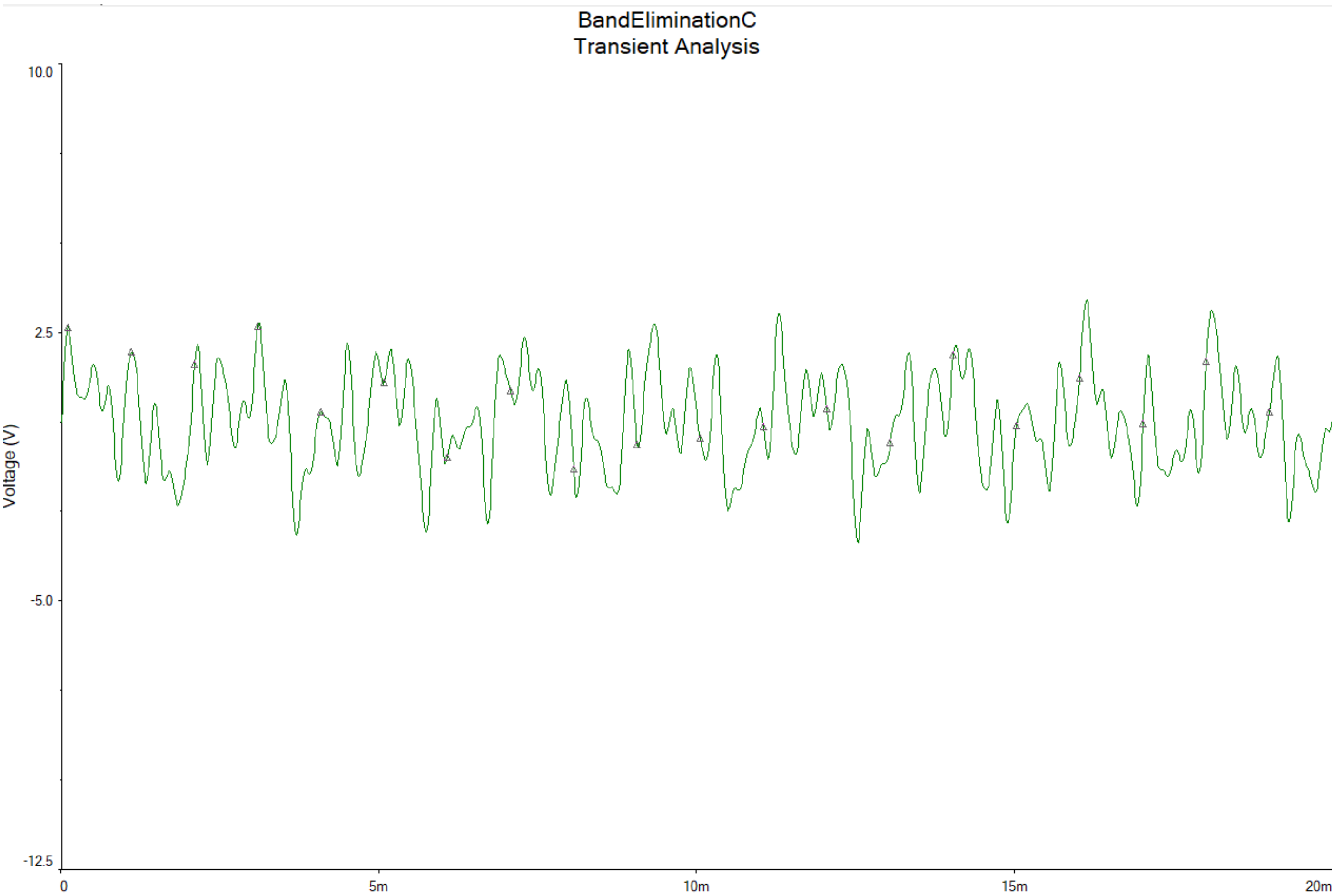
Η αντίστοιχη απαίτηση στο φυσικό σχέδιο υλοποιείται με 5 πηγές των παραπάνω συχνοτήτων και μέτρων:



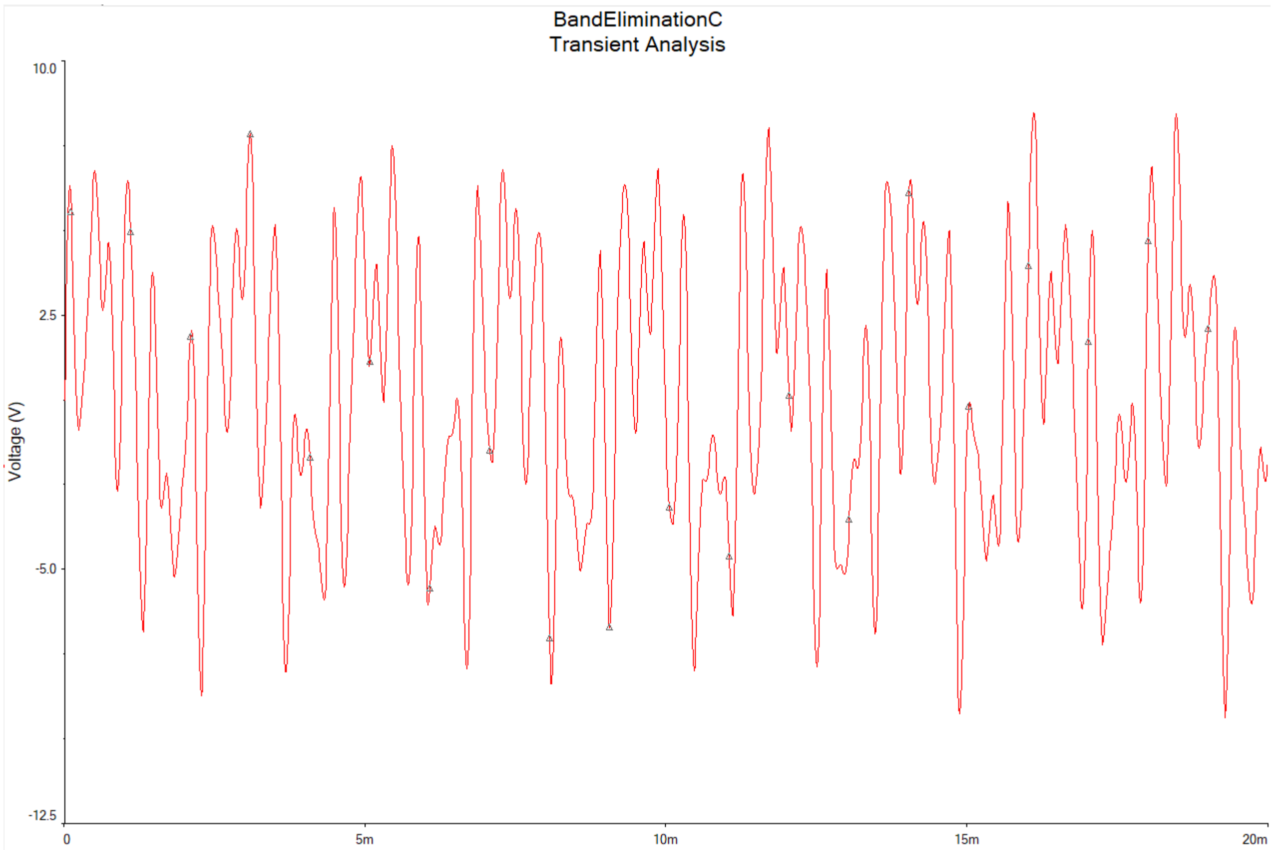
Τα προσομοιωμένα λοιπόν αποτελέσματα του κυκλώματος θα είναι από τον παλμογράφο:



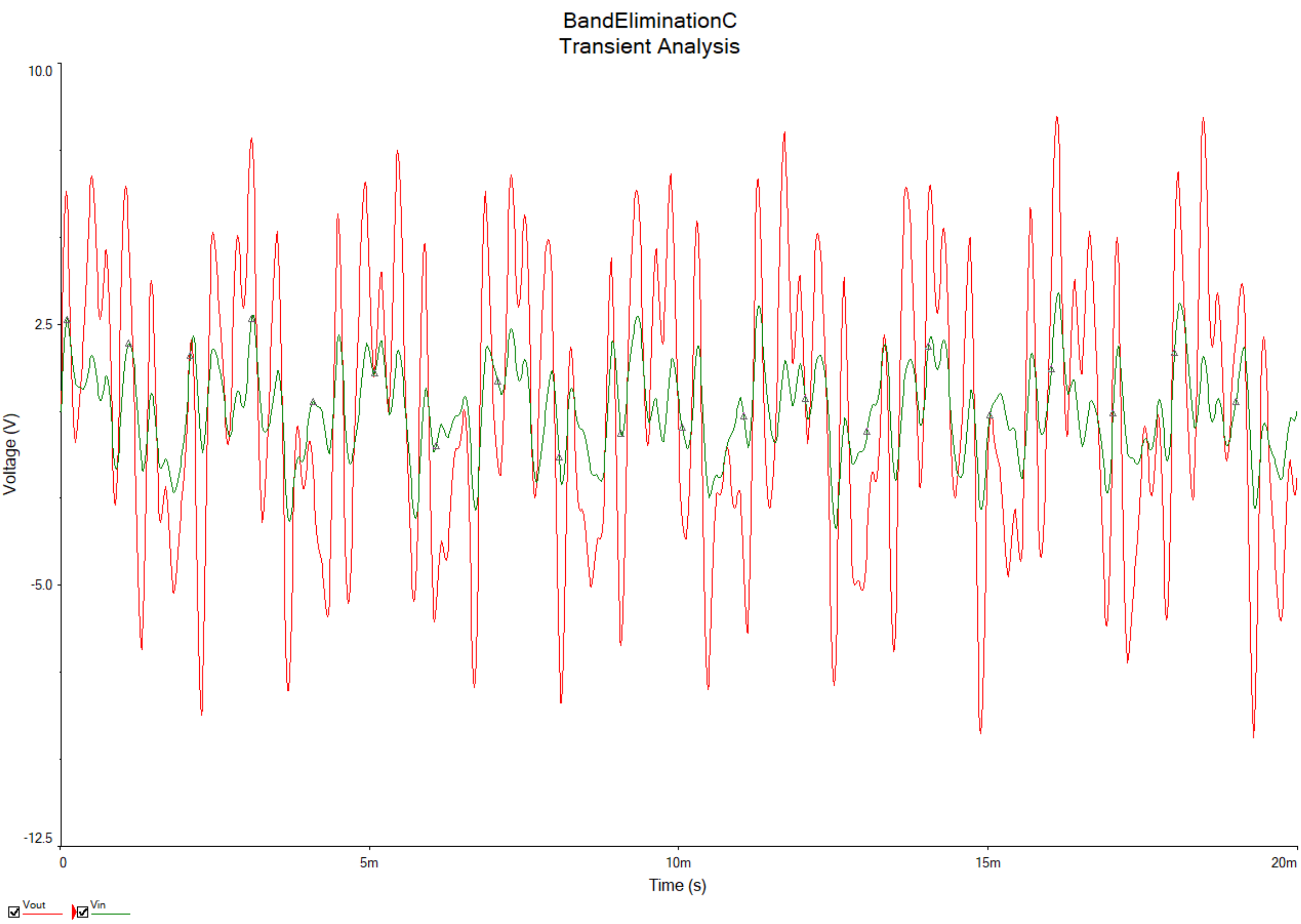

Ενώ από το Transient Analysis θα έχουμε για την είσοδο:



Για την έξοδο:



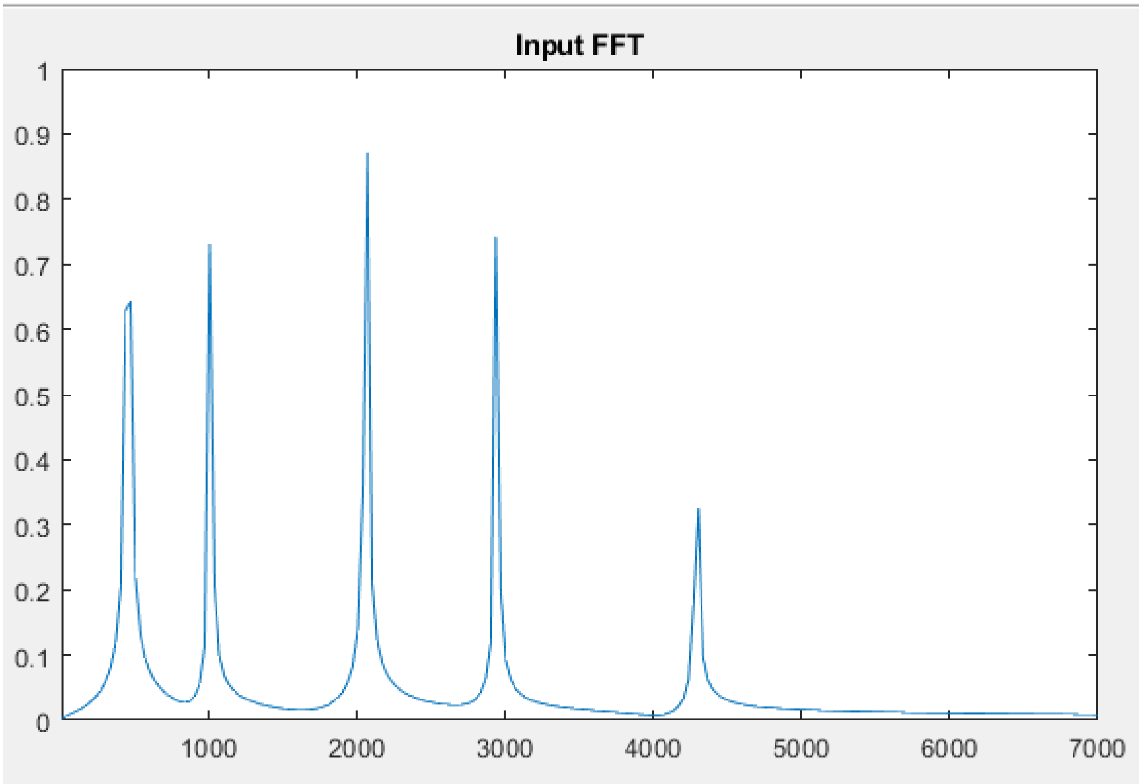

Και για το κοινό αποτέλεσμα με τα δύο σήματα μαζί:

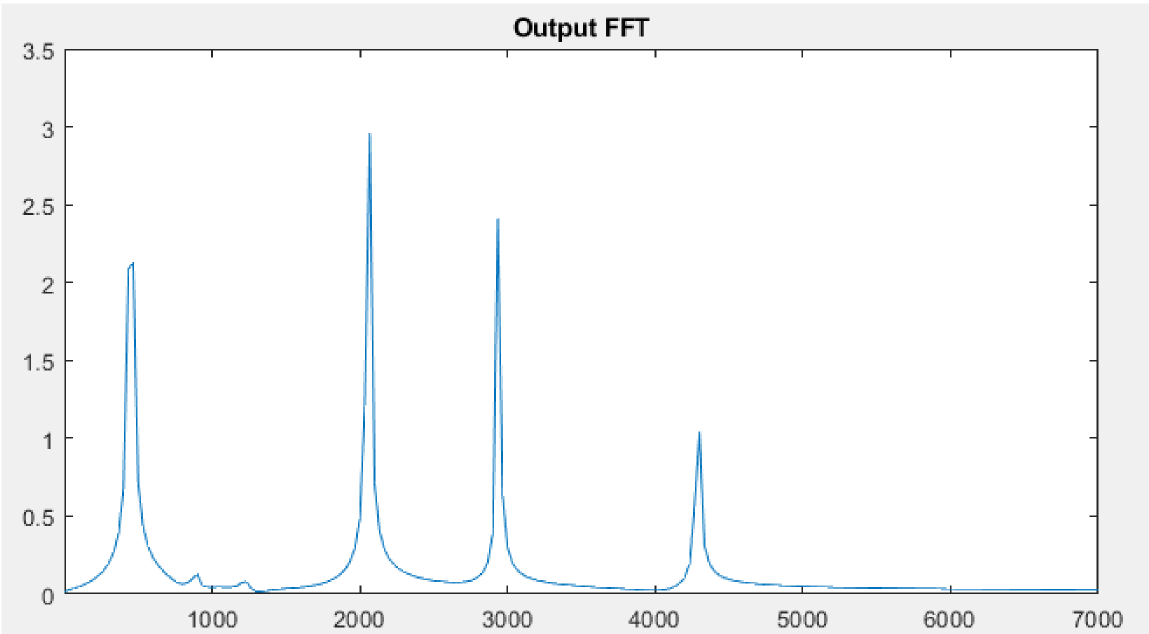


Μπορούμε ευκολά να παρατηρήσουμε ότι τα δύο γραφήματα MATLAB – Multisim μοιάζουν πάρα πολύ.

## Ανάλυση Fourier

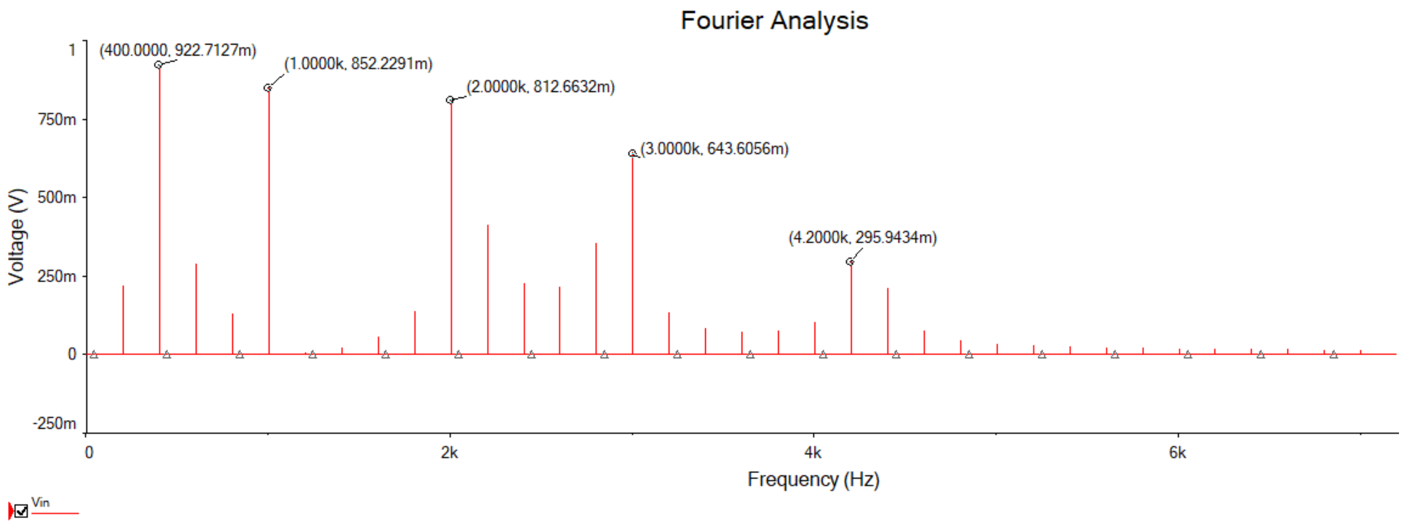
Το τελευταίο πράγμα που μας ζητείται από την εργασία είναι να αναλύσουμε τόσο τα θεωρητικά όσο και τα προσομοιωμένα φάσματα που προέκυψαν. Έτσι θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim. Αρχικά θα παρουσιάσω τα αποτελέσματα FFT για την είσοδο και την έξοδο αντίστοιχα οπού θα έχουμε:

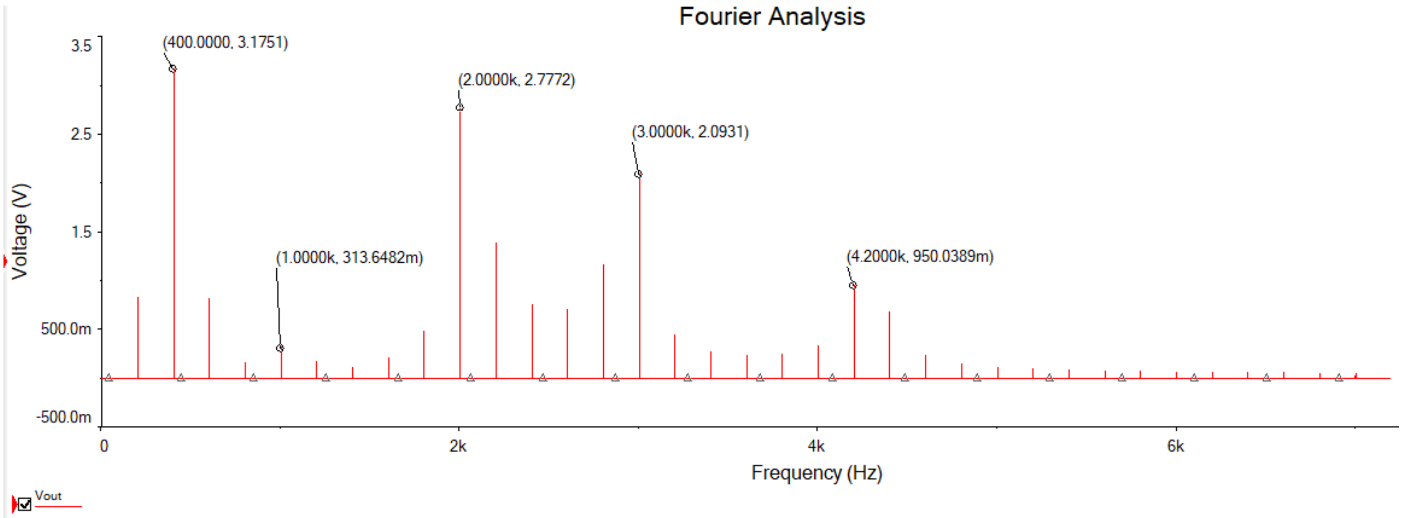



Μπορούμε εύκολα πλέον να παρατηρήσουμε την ενίσχυση στις άλλες συχνότητες εκτός ζώνης αποκοπής αλλά κυρίως βλέπουμε ξεκάθαρα την απόσβεση των συχνοτικών περιεχομένων γύρω από το 1 kHz.

Τα αντίστοιχα γραφήματα στο Multisim για την είσοδο και την έξοδο αντίστοιχα θα είναι:




Μπορούμε να διακρίνουμε ξεκάθαρα την λειτουργία που θα έπρεπε να επιτελεί το σχεδιασμένο φίλτρο δηλαδή να αποκόπτει τις συχνότητες στην ζώνη αποκοπής δηλαδή από 963.5961 < f < 1144.2 και να ενισχύει τις συχνότητες έξω από αυτή. Η συσχέτιση των προσομοιωμένων αποτελεσμάτων σε σχέση με τα θεωρητικά του MATLAB είναι αρκετά καλή.

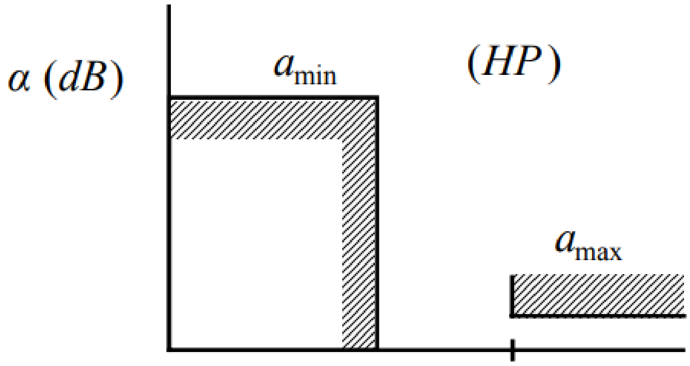
## Εργασία #4 :

## **ΥΨΗΠΕΡΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH**

### Προδιαγραφές

Σύμφωνα με τις προδιαγραφές του προβλήματος εισήγαγα το ΑΕΜ μου στο MATLAB και οι απαιτήσεις του φίλτρου προέκυψαν οι εξής:

| | |
|---|---|
| $f_p$ | 6 kHz |
| $f_s$ | 2.3077 kHz |
| $a_{max}$ | 1.3148 dB |
| $a_{min}$ | 29.3333 dB |




Μετατρέποντας τις συχνότητες σε κυκλικές θα έχουμε:

$$\omega_p = 37699 \frac{rad}{s}$$

$$\omega_s = 14500 \frac{rad}{s}$$

Επόμενο βήμα είναι να κανονικοποιήσουμε και θα έχουμε ότι $\Omega_p = 1$ και $\Omega_s = \omega_p / \omega_s = 2.6$ όπου $\Omega_p$ και $\Omega_s$ είναι οι συχνότητες διόδου του μετασχηματισμένου κατωδιαβατού φίλτρου. Πλέον μπορούμε να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου από την 9.52 για Butterworth:

$$n = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{a\_min}{10}} - 1}{10^{\frac{a\_max}{10}} - 1}\right)}{2 * \log(\Omega_s)} = 4.0778$$

Άρα τελικά n = 5 γιατί δεν είναι ακέραιος άρα πρέπει να στρογγυλοποιήσουμε προς τα πάνω. Τώρα η συχνότητα ημίσειας ισχύος θα είναι από την εξίσωση 9.48:

$$\omega_{hp} = \frac{1}{(10^{\frac{a\_max}{10}} - 1)^{\frac{1}{2*n}}} = 1.1096$$

Έτσι η αντίστοιχη συχνότητα του ανωδιαβατού φίλτρου θα είναι:

$$\Omega_0 = \frac{\omega_p}{\omega_{hp}} = 33977\, rad/s$$

Οι γωνίες Butterworth για n = 5 που βρίσκουμε από τους πίνακες θα είναι:

| $p_k$ | $\psi_\kappa$ | $\sigma_\kappa \pm j*\omega_\kappa$ | $\Omega_\kappa$ | $Q_k$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_1$ | 0° | -1 | 1 | 0.5 |
| $p_2$ | ±36° | -0.809±j*0.5877 | 1 | 0.618 |
| $p_3$ | ±72° | -0.309±j*0.951 | 1 | 1.618 |

Η συνάρτηση μεταφοράς λοιπόν του κανονικοποιημένου πρωτότυπου φίλτρου Low Pass θα είναι :

$$T_{LP} = \frac{1}{(s+1)*(s^2+0.618*s+1)(s^2+1.618*s+1)}$$

Μεταβαίνοντας λοιπόν στο κανονικοποημένο High Pass θέτουμε απλά s = 1/s και είναι:

$$T_{HP} = \frac{s^3}{(s+1)*(s^2+1.618*s+1)(s^2+0.618*s+1)}$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι οι ίδιοι με τους πόλους της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης, με την προσθήκη και τριών μηδενικών στο μηδέν. Στην παραπάνω σχέση, η συχνότητα ημίσειας ισχύος για το ανωδιαβατό φίλτρο είναι $\omega_0 = 1$, δηλαδή έχουμε ένα κανονικοποιημένο ανωδιαβατό φίλτρο. Στην πραγματικότητα όμως η συχνότητα 3dB του ανωδιαβατού φίλτρου προκύπτει από την (12-12), είναι δηλαδή 33977 (rad /sec) διότι $\omega_{hp} \neq 1$ και $\omega_p \neq 1$. Επομένως οι πόλοι της $T_{hp}$ κινούνται πάνω σε κύκλο με ακτίνα $\omega_0$. Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης δίνονται και πάλι από τον παραπάνω πίνακα, όπου αντί $\Omega_\kappa = 1$ θεωρούμε μέτρα:

$$s_k = \omega_0 * (-cos\psi_\kappa + j * sin\psi_k)$$

Άρα θα έχουμε:

| **k** | **$\omega_0$** | **$Q_k$** |
|---|---|---|
| 0 | 30622 | 0.5 |
| 1 | 30622 | 0.618 |
| 2 | 30622 | 1.618 |

Συνεπώς θα υλοποιήσουμε 3 μονάδες:

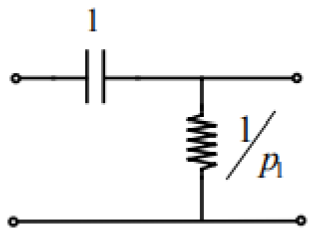
Μονάδα 1
- $\omega_0 = 30622$
- $Q_1 = 0.5$

Μονάδα 2
- $\omega_0 = 30622$
- $Q_2 = 0.618$

Μονάδα 3
- $\omega_0 = 30622$
- $Q_3 = 1.618$

**Μονάδα 1:**

Η πρώτη μονάδα μπορεί να κατασκευαστεί με ένα απλό φίλτρο RC πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο.

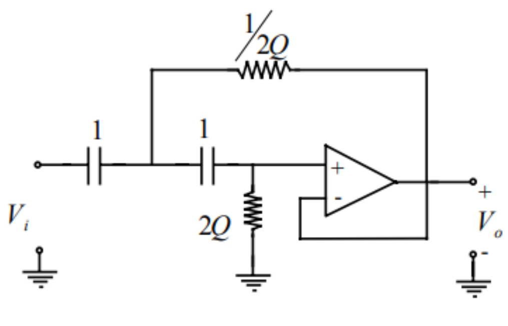



Επιλέγουμε R = C =1, όμως αφού πρέπει να κλιμακοποιήσουμε και έχουμε $\omega_0$ = 30622 συνεπώς $k_f$=30622 και θέλουμε την αντίσταση στο R=1kΩ θα έχουμε $k_m$ = 1000. Άρα προκύπτει:

$$C = \frac{1}{k_f * k_m} = 0.029432\ uF$$

**Μονάδα 2:**

Την μμονάδα αυτή την υλοποιούμε με το κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (στρατηγική 2) σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας επειδή το δεύτερο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 6.




$$R_{12} = 2 * Q_2 = 1.2360\ \Omega$$

$$R_{22} = \frac{1}{2 * Q_2} = 0.8091\ \Omega$$

Ενώ οι αντιστάσεις $C_1$ = $C_2$ = 1. Επειδή όμως $\omega_1$ = 30622 αντί 1 θα έχουμε $K_f$ = 30622 και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f * 10^{-8}} = 2943.2$$

Έτσι καταλήγουμε να έχουμε:

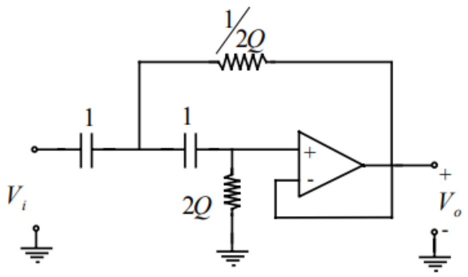
$$\mathrm{R}_{12} = 3.6378\ k\Omega$$

$$\mathrm{R}_{22} = 2.3812\ k\Omega$$

$$C_{12} = 0.01\ uF$$

$$C_{22} = 0.01\ uF$$

**Μονάδα 3:**




$$R_{13} = 2 * Q_3 = 3.2360\ \Omega$$

$$R_{23} = \frac{1}{2 * Q_3} = 0.3090\ \Omega$$

Ενώ οι πυκνωτές $C_1 = C_2 = 1$. Επειδή όμως $\omega_1 = 30622$ αντί 1 θα έχουμε $K_f = 30622$ και εφόσον σύμφωνα με το ΑΕΜ μου θα πρέπει να έχω τουλάχιστον έναν πυκνωτή 0.01uF θα ισχύει:

$$K_m = \frac{C}{K_f * 10^{-8}} = 2943.2$$

Έτσι καταλήγουμε να έχουμε:

$$\mathrm{R}_{13} = 9.5242\ k\Omega$$

$$R_{23} = 909.5206\ \Omega$$

$$C_{13} = 0.01\ uF$$

$$C_{23} = 0.01\ uF$$

## Συναρτήσεις Μεταφοράς

Οι συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων θα είναι:

$$T_1(s) = \frac{s}{s + 3.398 * 10^4}$$

$$T_2(s) = \frac{s^2}{s^2 + 5.498 * 10^4 * s + 1.154 * 10^9}$$

$$T_3(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2.1 * 10^4 * s + 1.154 * 10^9}$$

Συνεπώς συνολικά θα έχουμε:

$$T = T_1 * T_2 * T_3$$

Αλλά επειδή σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας και επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7 θα πρέπει να έχω κέρδος 5 dB. Συνεπώς θα χρειαστώ μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος a = 1.7783.

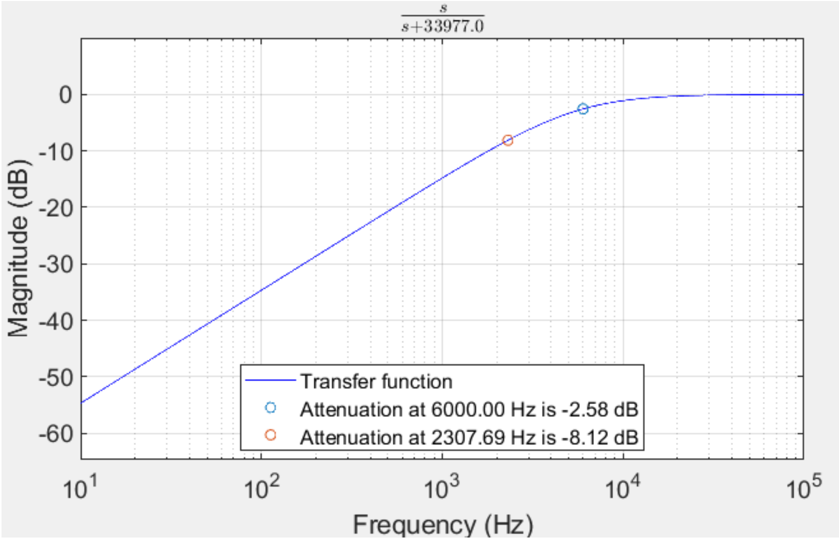
Οι αντιστάσεις λοιπόν της αναστρέφουσας συνδεσμολογίας θα είναι $R_1$ = 1kΩ και η $R_2$ = 1.7783 kΩ.

Άρα τελικά θα έχουμε:

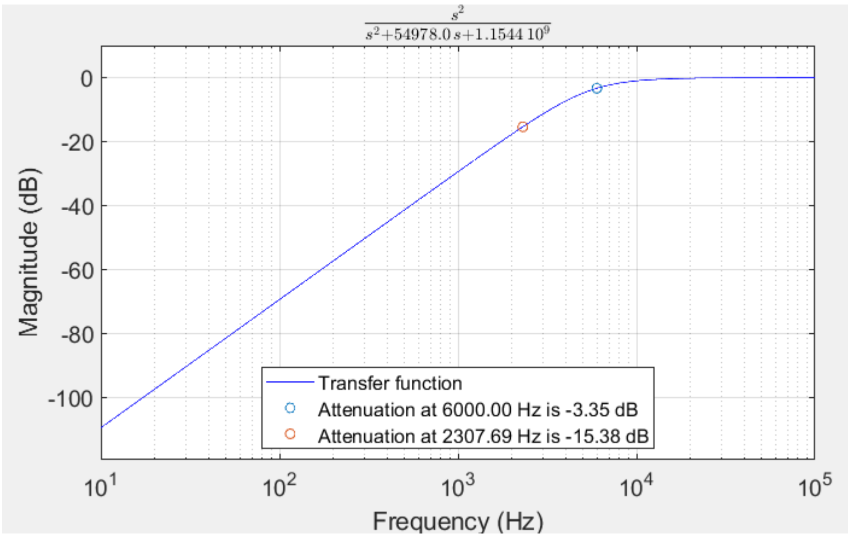
$$T = T_1 * T_2 * T_3 * a = \frac{1.778 * s^5}{s^5 + 1.1 * 10^5 * s^4 + 6.045 * 10^9 * s^3 + 2.054 * 10^{14} * s^2 + 4.313 * 10^{18} * s + 4.528 * 10^{22}}$$

## Μελέτη Συναρτήσεων Μεταφοράς στο MATLAB

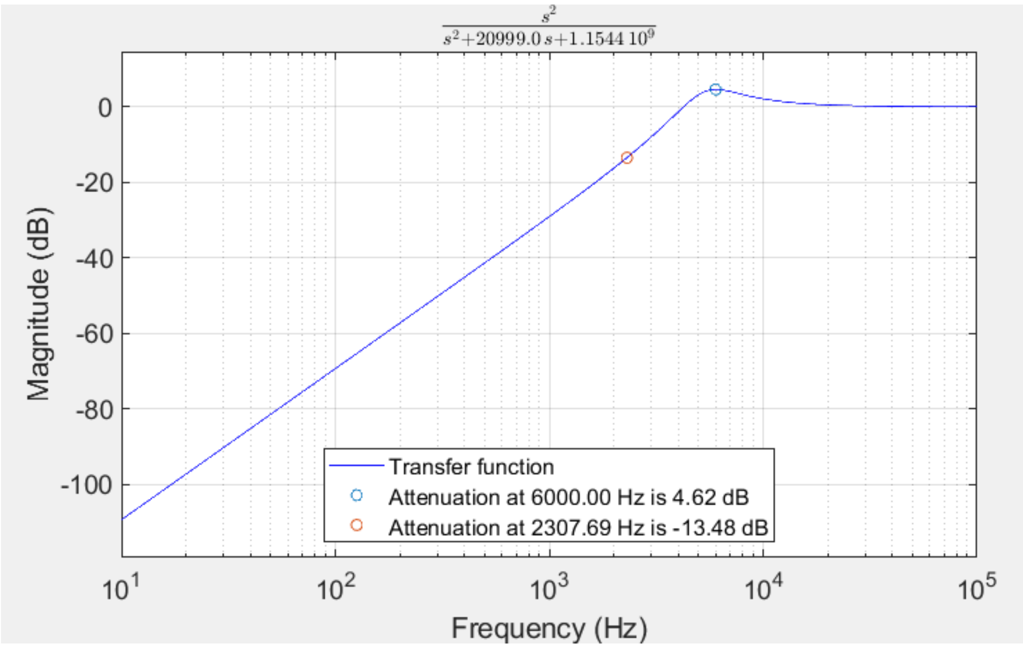
Μονάδα 1:



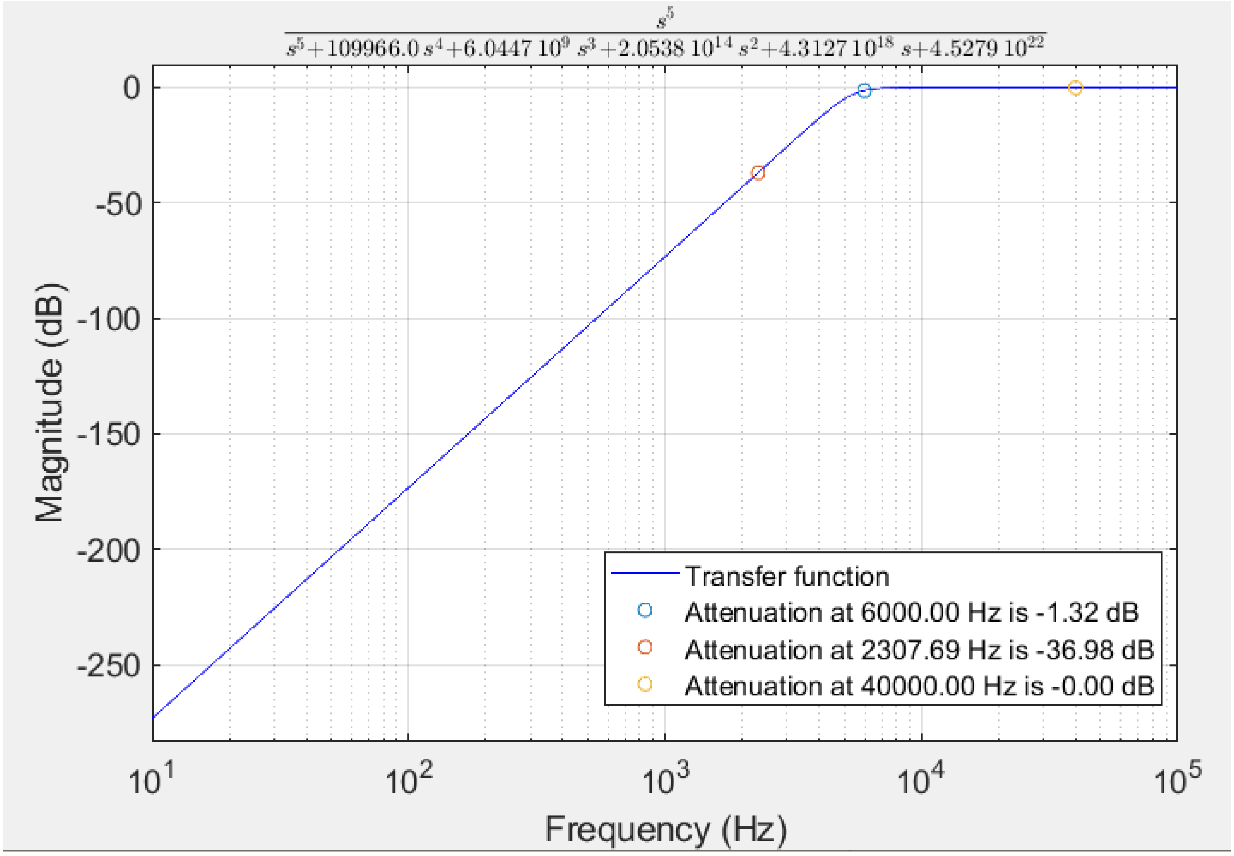

Μονάδα 2:



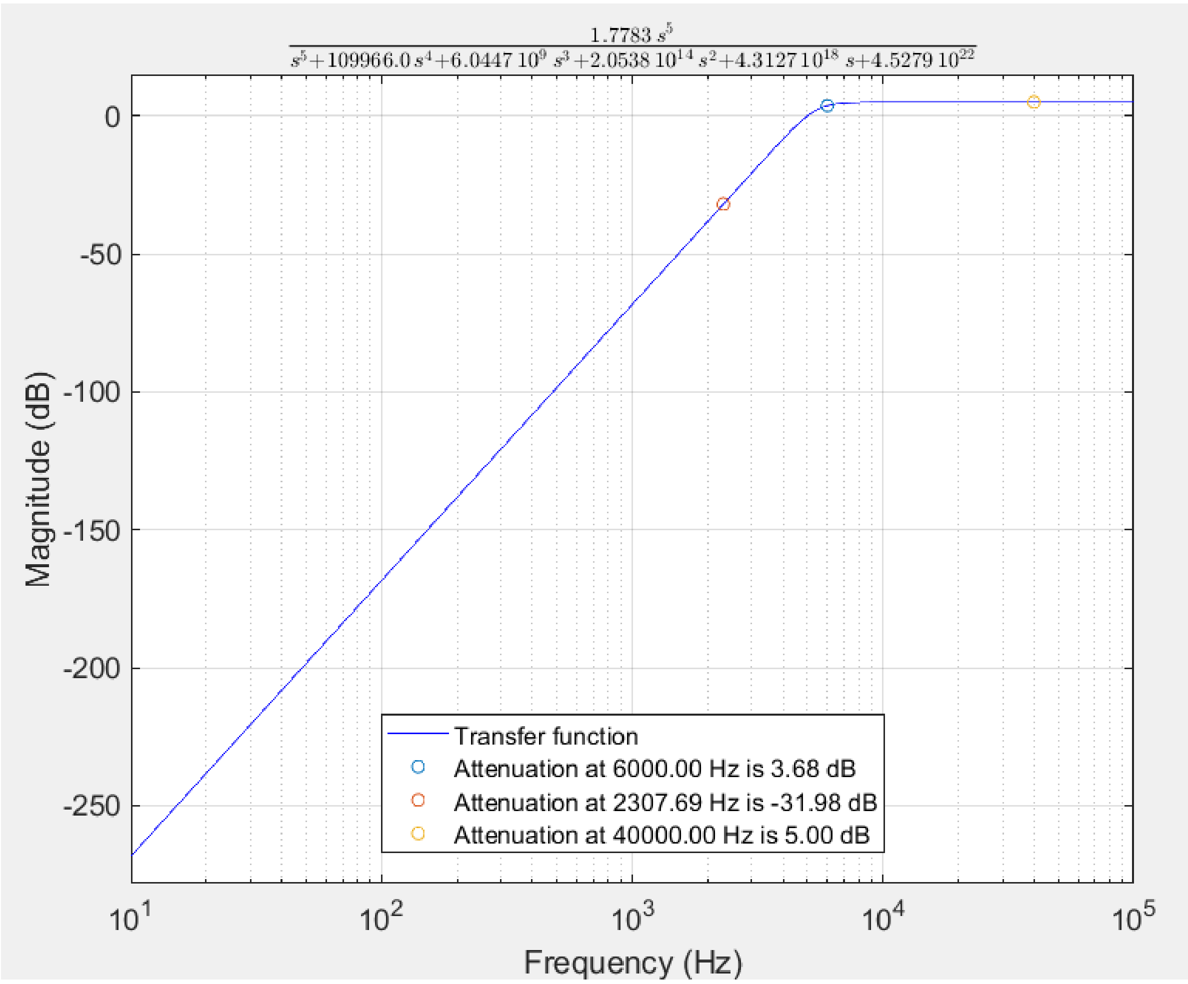

Μονάδα 3:



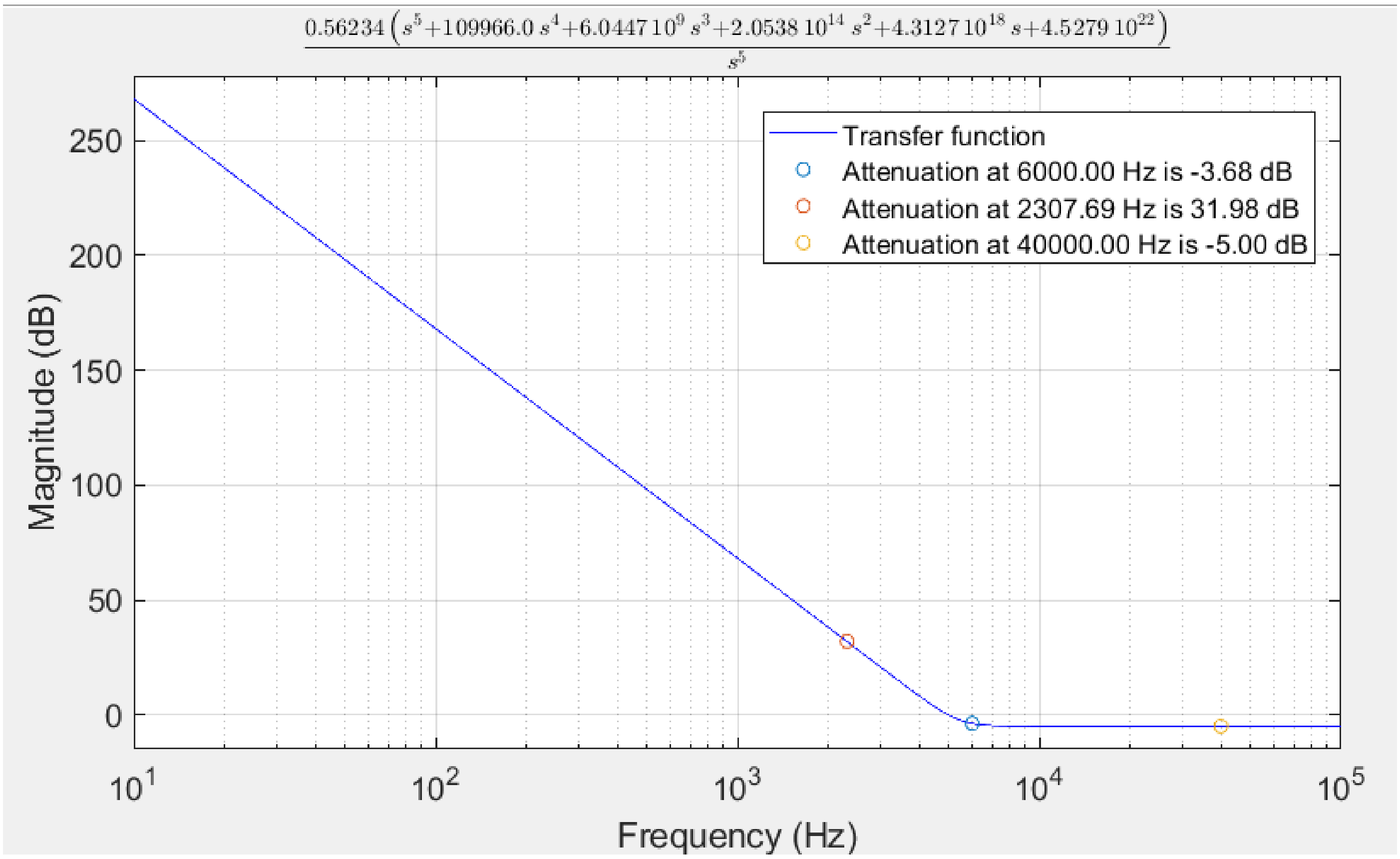
Συνεπώς η τελική συνάρτηση μεταφοράς χωρίς την προσθήκη κέρδους θα είναι:




Όπως βλέπουμε και οι δυο προδιαγραφές amin και amax πληρούνται δηλαδή 1.3148 και 29.333.ώρα με την προσθήκη κέρδους 5dB που απαιτείται θα έχουμε:

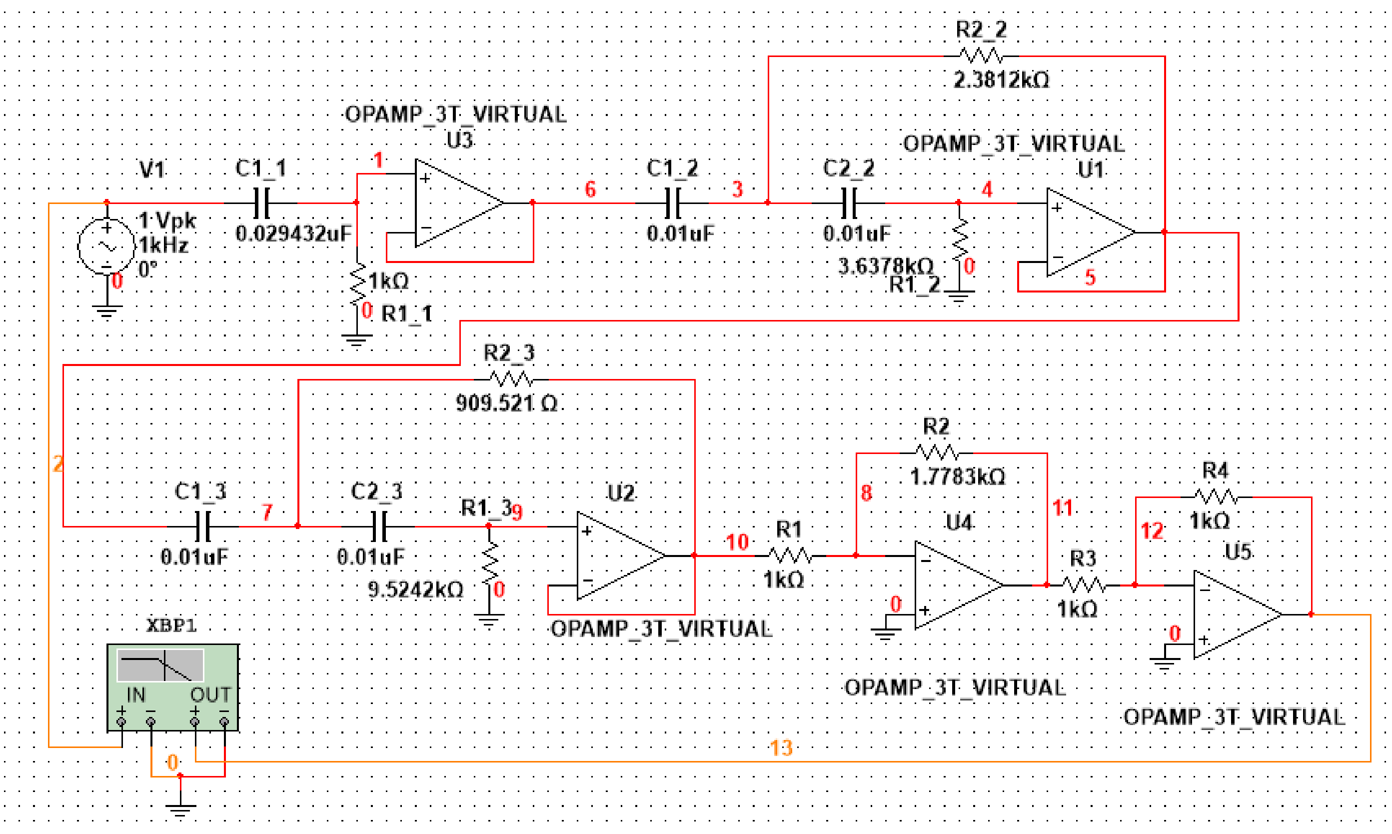


Πάλι με την προσθήκη κέρδους είμαστε μέσα στις προδιαγραφές! Τέλος παρουσιάζεται η απόσβεση του φίλτρου:



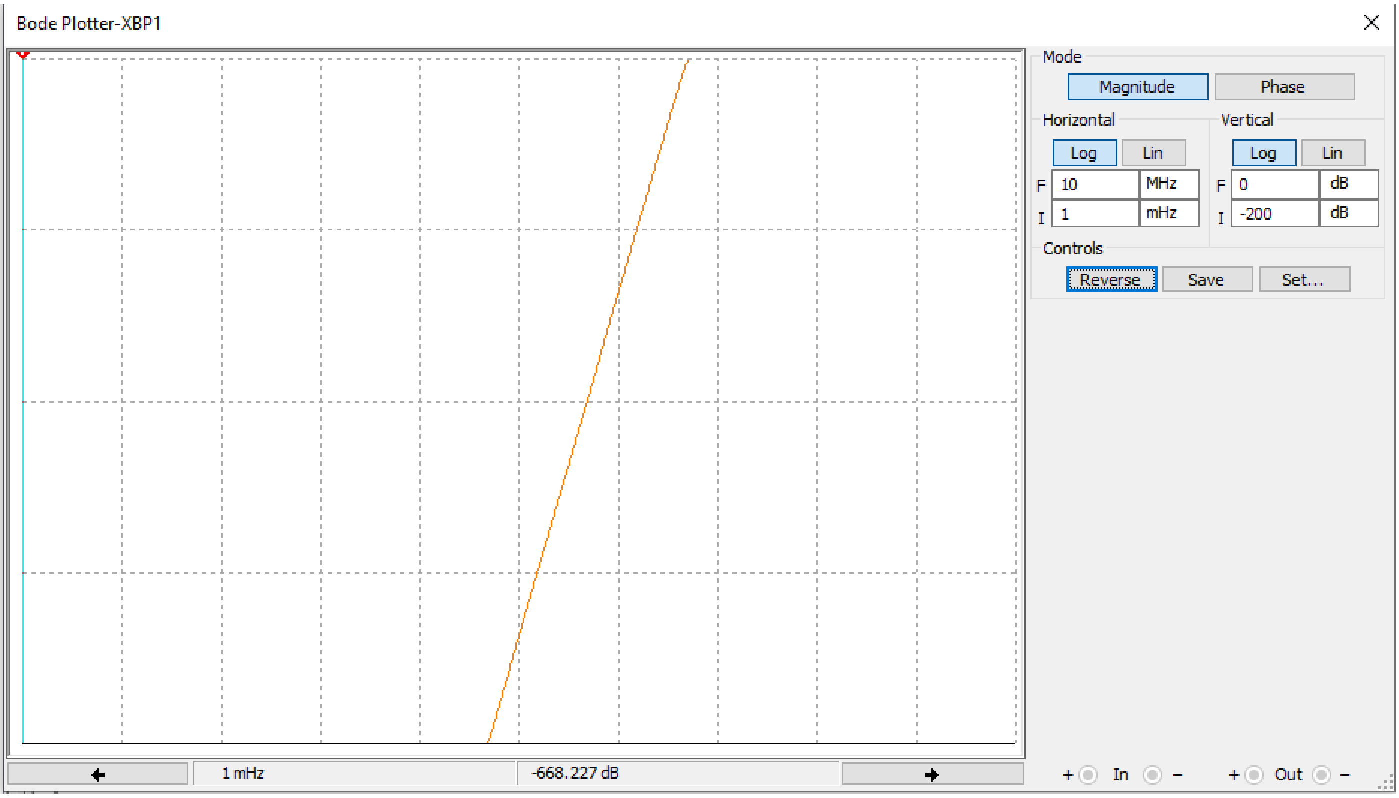

## Διασταύρωση Αποτελεσμάτων στο Multisim

Το τελικό κύκλωμα θα είναι:

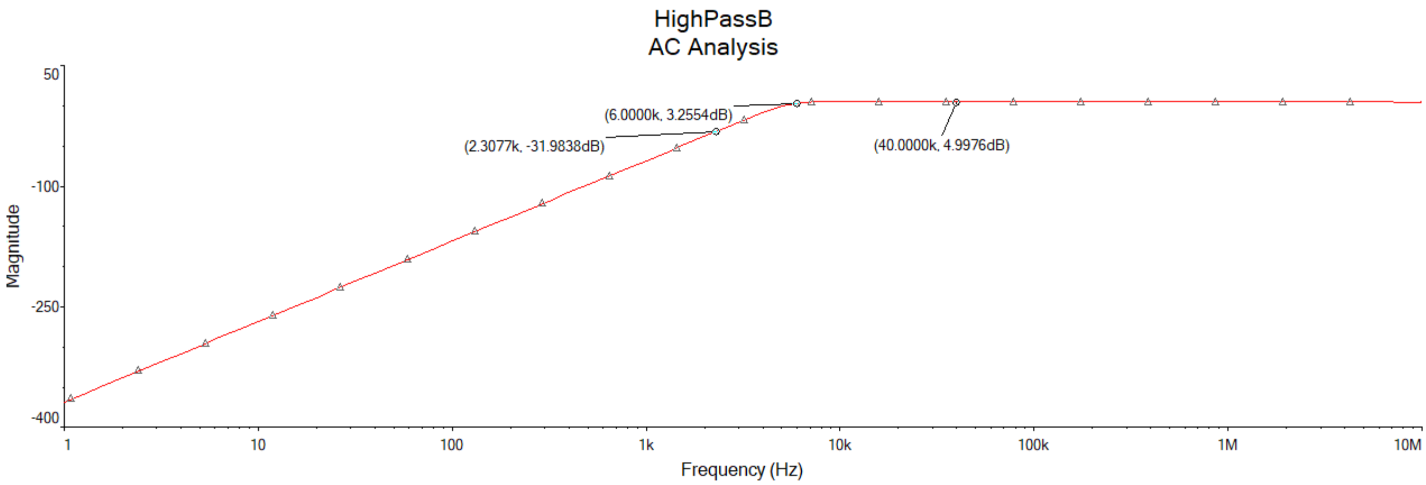



Παρατηρούμε ότι μετά την πρώτη μονάδα έχει τοποθετηθεί μια συνδεσμολογία ακολουθητή τάσης για να απομονώσουμε την δεύτερη μονάδα και κατά συνέπεια τις υπόλοιπες από την πρώτη. Επίσης μετά την Τρίτη μονάδα έχει τοποθετηθεί η αναστρέφουσα συνδεσμολογία ώστε να μας παρέχει το κέρδος για τα 5dB ενώ αμέσως μετά έχει τοποθετηθεί μια ακόμα αναστρέφουσα συνδεσμολογία με λόγο αντιστάσεων 1:1 απλά για να φέρουμε το σήμα σωστά και να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.

Από το Bode Plotter θα έχουμε:




Ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα που προκύπτει από το AC analysis είναι:




Παρατηρώντας τις κρίσιμες συχνότητες βλέπουμε ότι έχουμε και τα 5dB ενίσχυσης που θέλουμε αλλά και επιτυγχάνουμε τις προδιαγραφές amin & amax. Τέλος μπορούμε να δούμε ότι τα αποτελέσματα του προσομοιωμένου κυκλώματος μαζί με τα θεωρητικά αποτελέσματα στο MATLAB είναι πάρα πολύ κοντά. Έτσι η σχεδίαση του φίλτρου μπορεί να θεωρηθεί πλήρως επιτυχημένη.

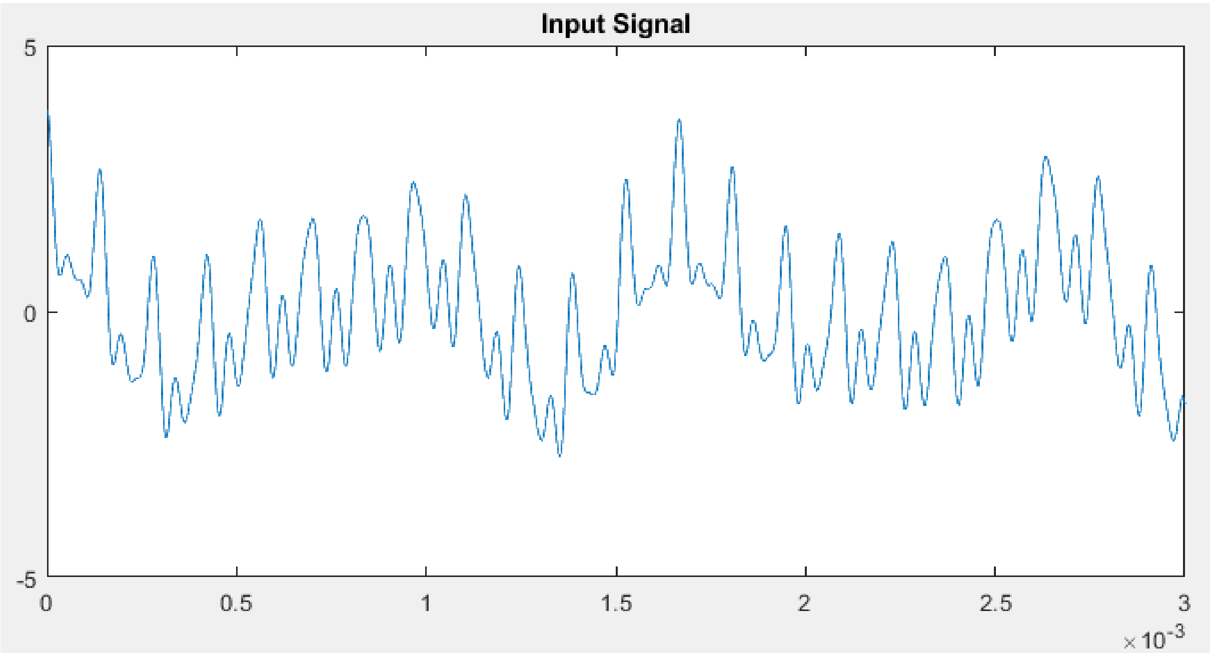
Το επόμενο βήμα σύμφωνα με την εκφώνηση της εργασίας επειδή το τελευταίο ψηφίο του ΑΕΜ μου είναι 7θα πρέπει να εισάγω έναν παλμό στο κύκλωμα:

$$f(t) = \cos(0.5\omega_s t) + 0.6\cos(0.8\omega_s t) + \cos(1.2\omega_p t) + 0.8\cos(2.4\omega_p t) + 0.4\cos(3.5\omega_p t)$$

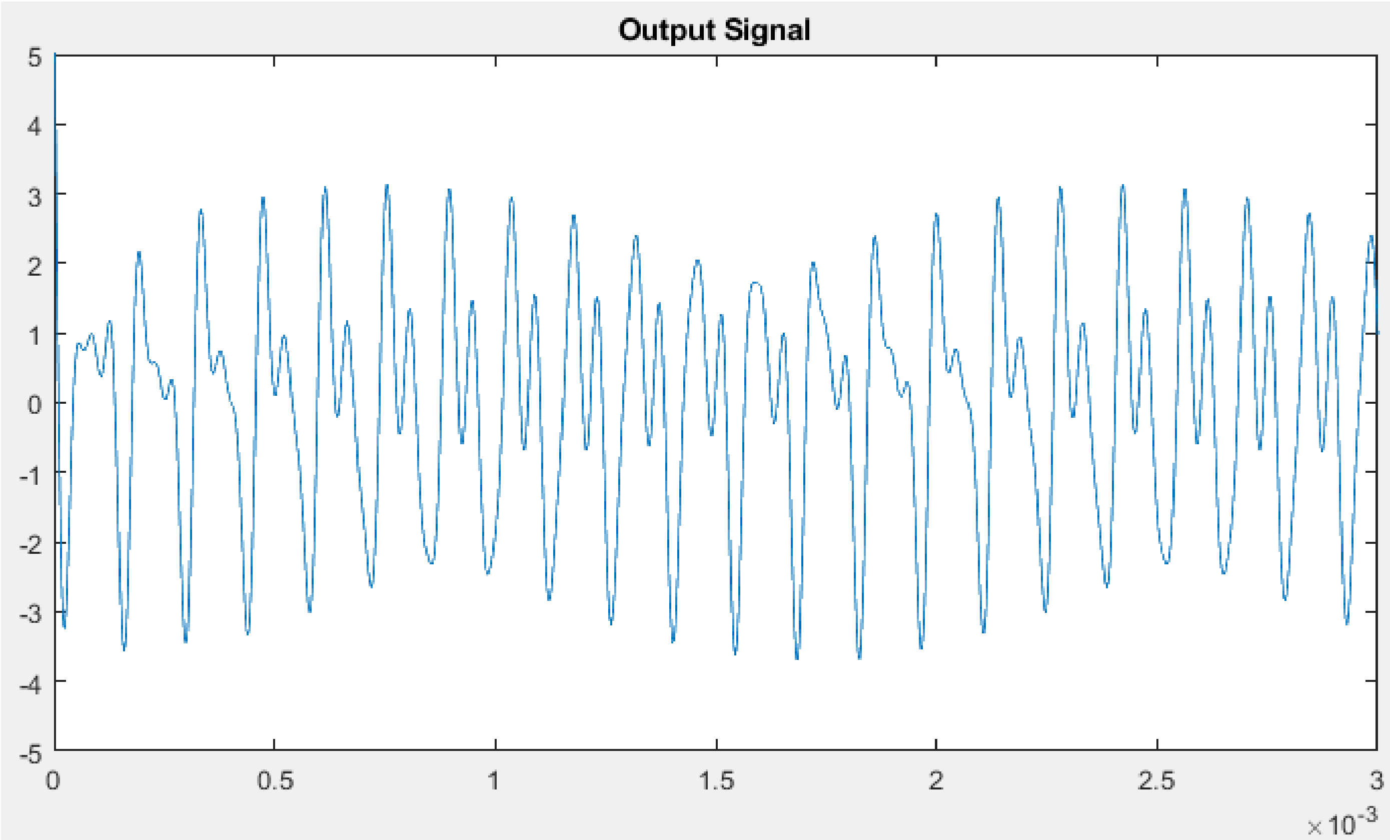
| | |
|---|---|
| f_1 | 1153.8 Hz |
| f_2 | 1846.2 Hz |
| f_3 | 7200 Hz |
| f_4 | 14400 Hz |
| f_5 | 21000 Hz |

Σύμφωνα με την λειτουργία που επιτελεί το φίλτρο θα περιμένουμε να αποκόψει πολύ τις συχνότητες κάτω από 2307.7 Hz δηλαδή τις f_1 & f_2, ενώ παράλληλα να ενισχύσει τις υπόλοιπες πάνω από 6000Hz άρα όλες τις υπόλοιπες. Στην συνέχεια θα παρουσιάσω το σήμα εισόδου και εξόδου αντίστοιχα σε ξεχωριστά γραφήματα για να γίνουν πιο εύκολα αντιληπτά.

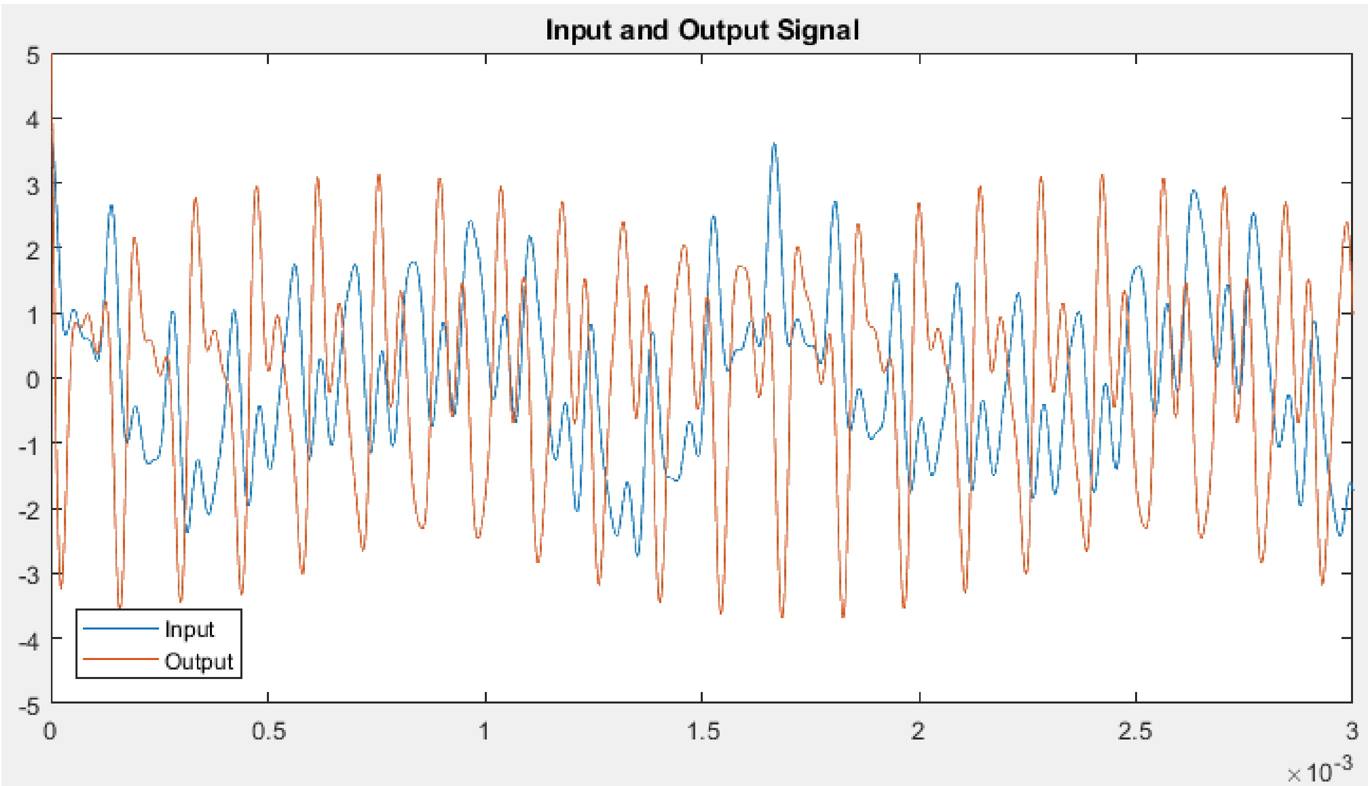
Σήμα Εισόδου:



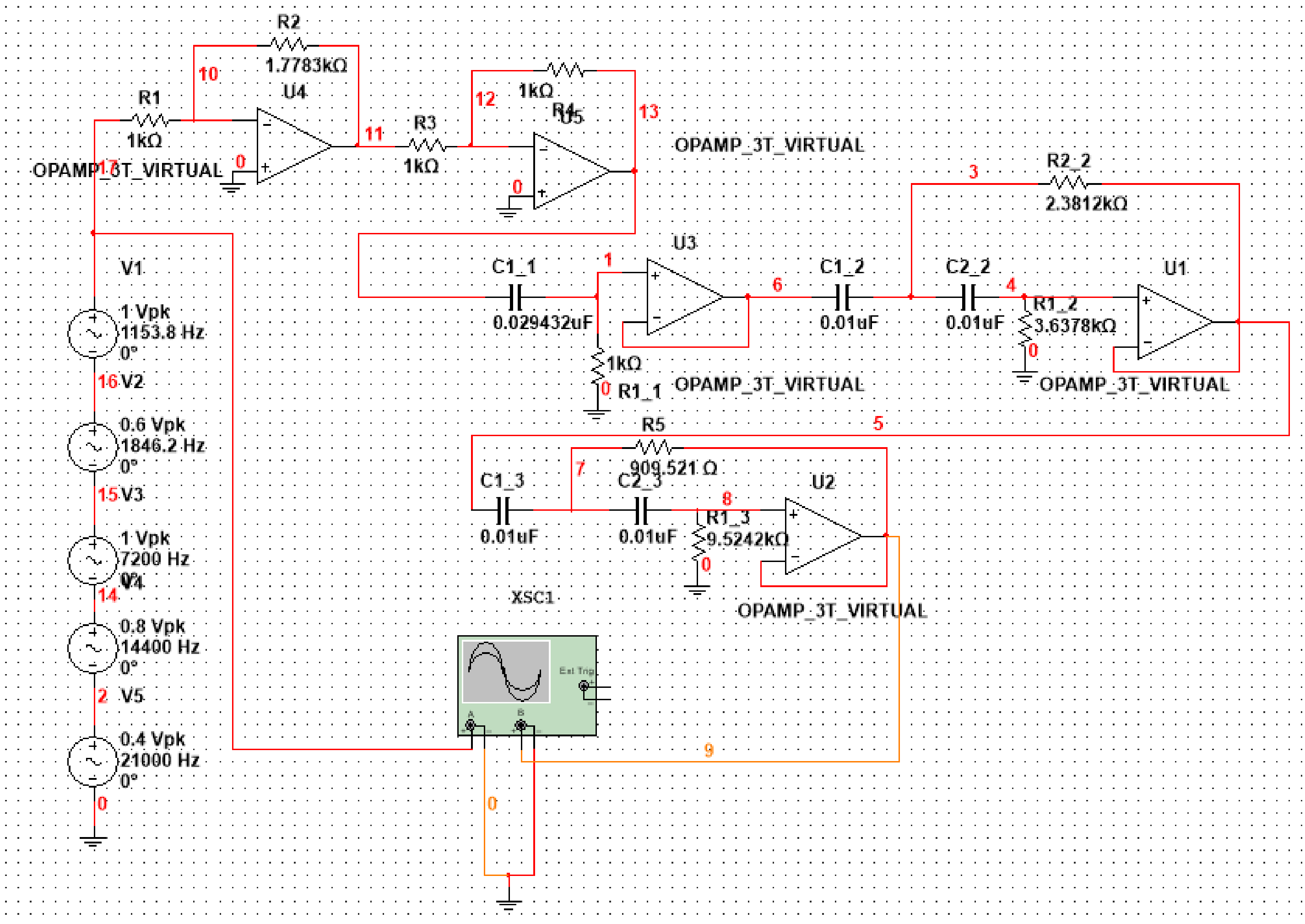

Σήμα Εξόδου:



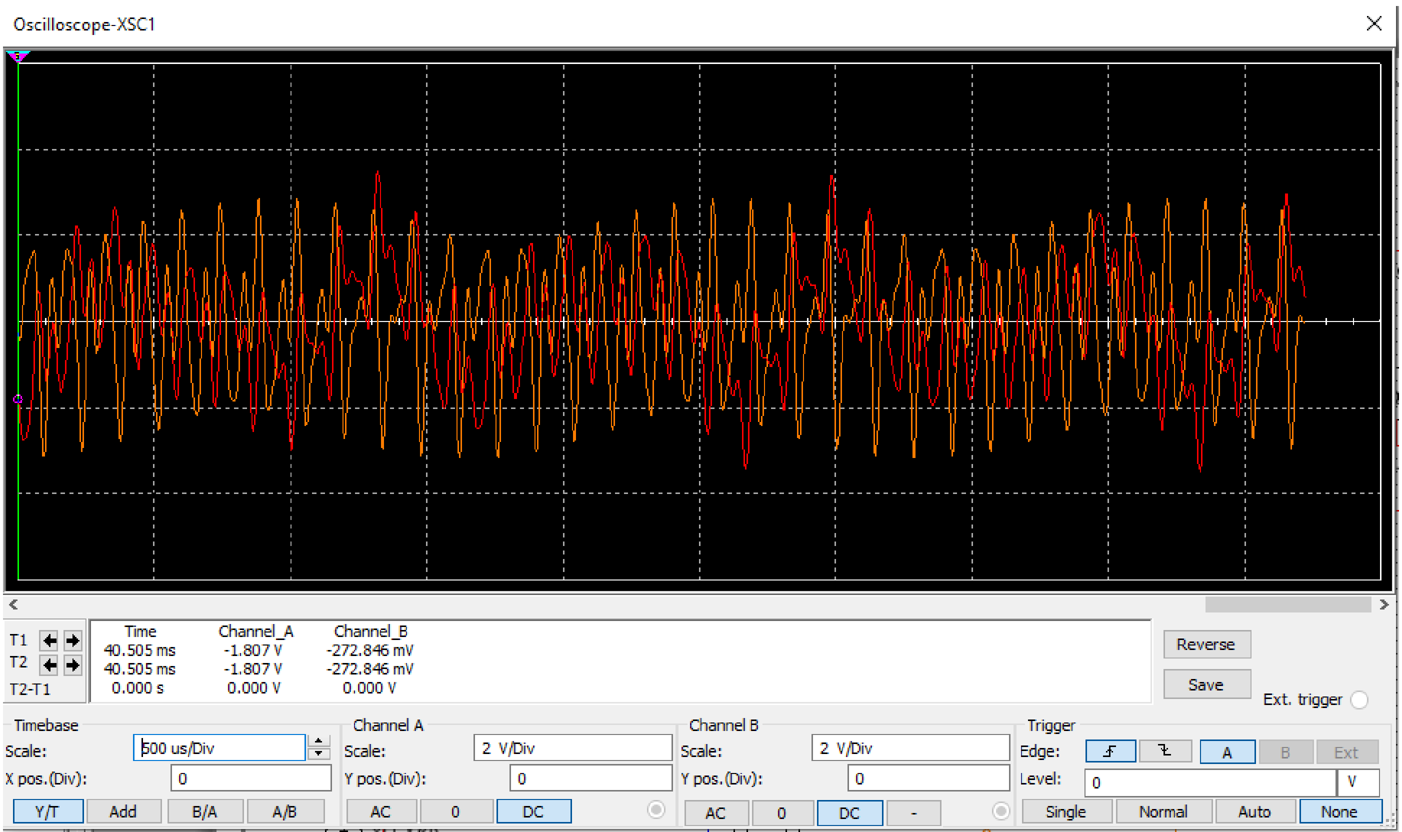

Ενώ και τα δύο μαζί σε ένα γράφημα για να γίνει αντιληπτή η ενίσχυση:



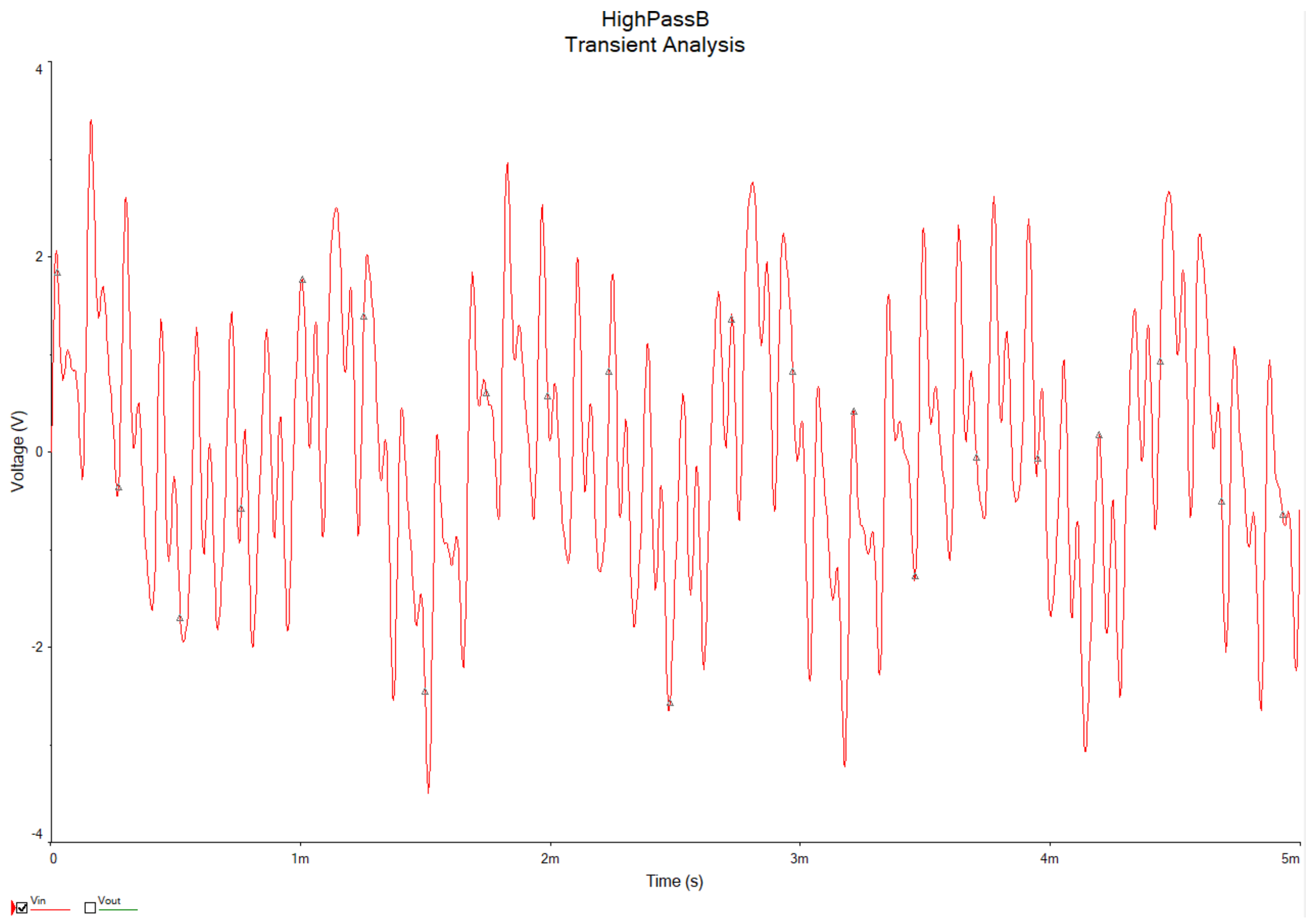
Τώρα θα ελέγξουμε τα αντίστοιχα σήματα από το Multisim, το κύκλωμα λοιπόν θα είναι:



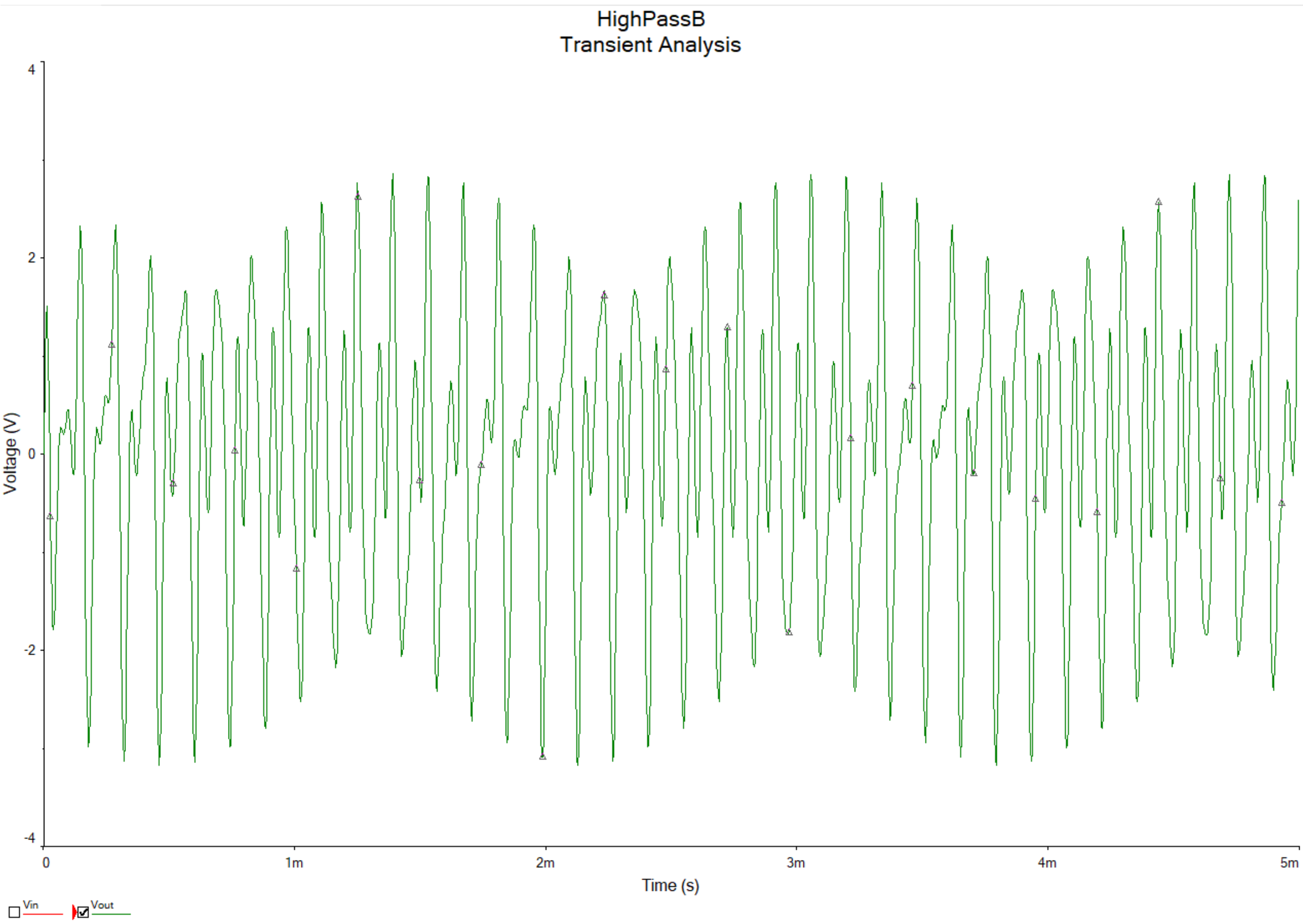

Τα αντίστοιχα γραφήματα λοιπόν είναι για είσοδο & έξοδο από τον παλμογράφο:



Ενώ για το αντίστοιχο Transient Analysis της εισόδου:

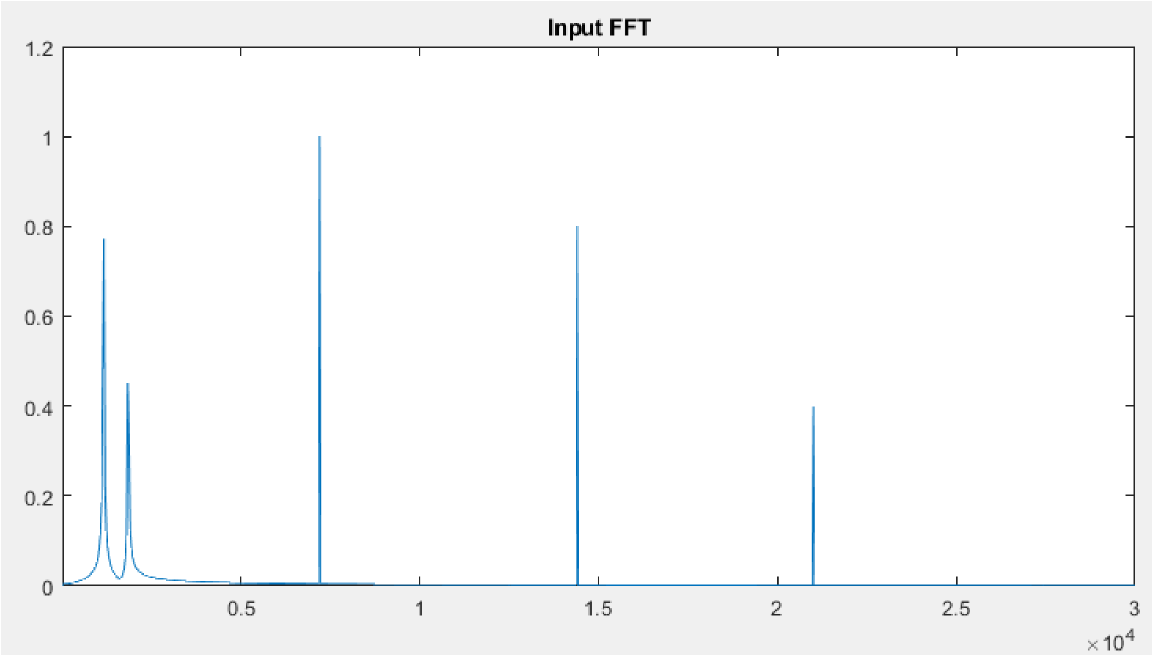


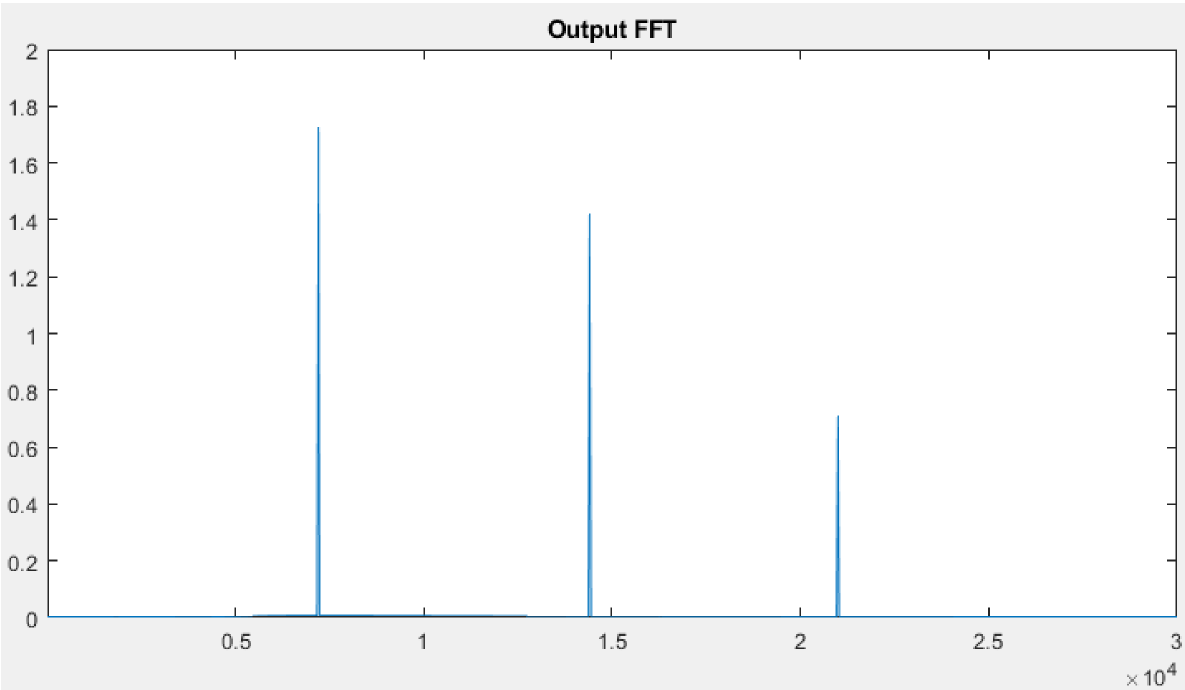

Transient Analysis Εξόδου:



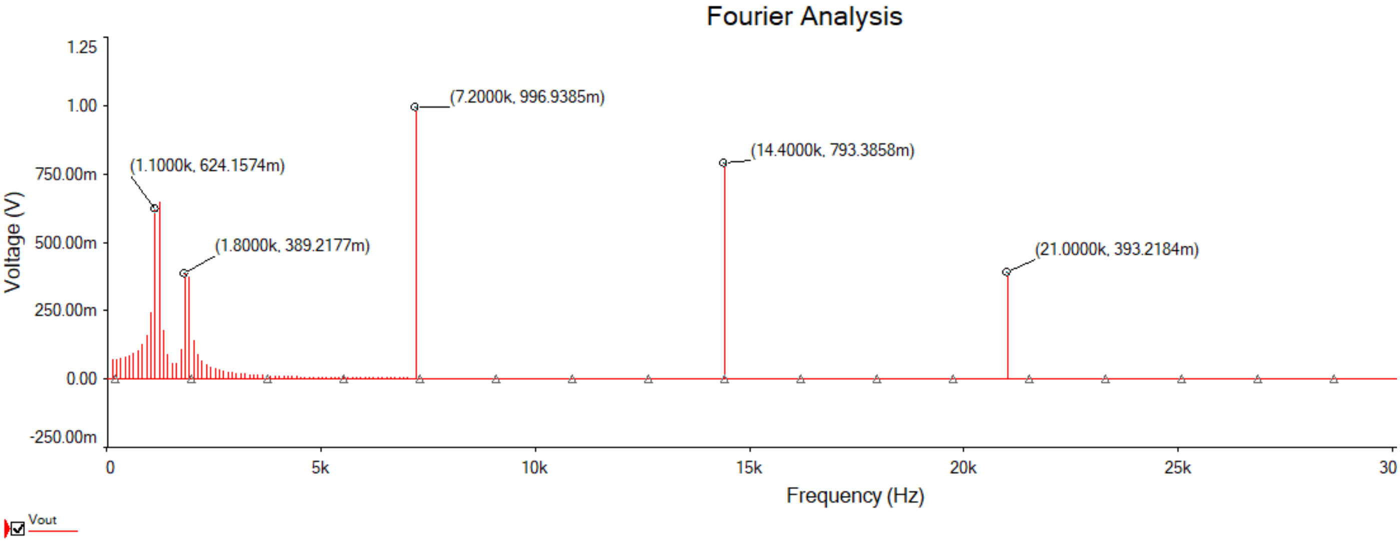
### Ανάλυση Fourier

Το τελευταίο πράγμα που μας ζητείται από την εργασία είναι να αναλύσουμε τόσο τα θεωρητικά όσο και τα προσομοιωμένα φάσματα που προέκυψαν. Έτσι θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο MATLAB όσο και στο Multisim. Αρχικά θα παρουσιάσω τα αποτελέσματα FFT για την είσοδο και την έξοδο αντίστοιχα οπού θα έχουμε:

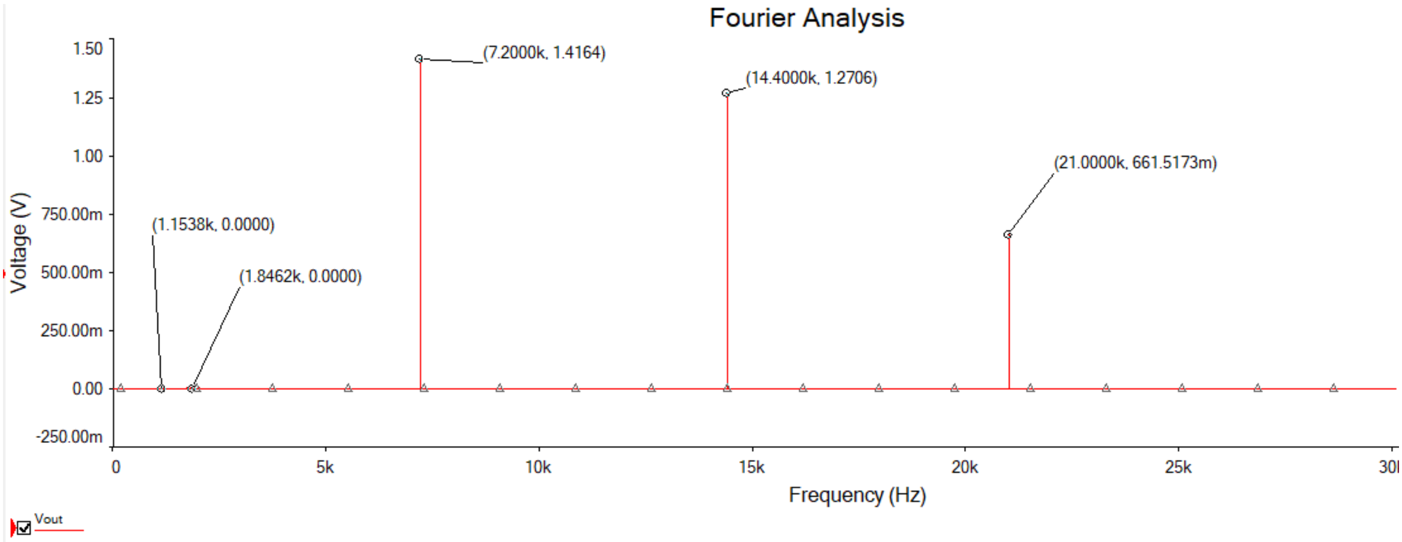



Μπορούμε εύκολα να παρατηρήσουμε ότι οι 2 πρώτες συχνότητες έχουν αποκοπεί θεωρητικά ενώ οι υπόλοιπες έχουν ενισχυθεί. Τα αντίστοιχα προσομοιωμένα αποτελέσματα από το Multisim θα είναι για την είσοδο:




Έξοδο:




Φαίνεται ξεκάθαρα από το FFT πλέον η απόσβεση των συχνοτήτων για την οποία σχεδιάστηκε το φίλτρο αλλά και η ενίσχυση των υψηλών συχνοτήτων. Άρα η σχεδίαση του φίλτρου είναι πλήρων επιτυχημένη!