Возможные решения задач

8 класс

1-й вариант

Задача 1. Пони бегает по кругу

Пусть длина маршрута равна L, а скорость пони $v_{\rm пони}$, а скорость маленького принца $v_{\rm принц}$. Тогда, чтобы оббежать планету, пони требуется

$$\frac{L}{v_{\text{пони}}} = 12 \text{ мин} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_{\text{пони}}}{L} = \frac{1}{12 \text{ мин}}$$
 (1)

Когда маленький принц начал бегать вместе с пони, они встречались каждые 8 мин, значит маленький принц бежал «навстречу» пони, и

$$\frac{L}{v_{\text{пони}} + v_{\text{принц}}} = 9 \text{ мин} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_{\text{пони}}}{L} + \frac{v_{\text{принц}}}{L} = \frac{1}{9 \text{ мин}} \tag{2}$$

Откуда

$$\frac{v_{\text{принц}}}{L} = \frac{1}{9 \text{ мин}} - \frac{v_{\text{пони}}}{L} = \frac{1}{9 \text{ мин}} - \frac{1}{12 \text{ мин}} = \frac{1}{36 \text{ мин}}$$
 (3)

Время между встречами, после того как принц начал бежать в другую сторону

$$t = \frac{L}{v_{\text{пони}} - v_{\text{принц}}} = \frac{1}{\frac{v_{\text{пони}}}{L} - \frac{v_{\text{принц}}}{L}} = \frac{1}{\frac{1}{12\,\text{мин}} - \frac{1}{36\,\text{мин}}} = \frac{1}{\frac{1}{18\,\text{мин}}} = 18\,\text{мин} \tag{4}$$

Ответ: Пони будет встречаться с маленьким принцем раз в 18 мин

| Nº | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Указано, в каком направлении бежит маленький принц. | 2 |
| 2 | Найдены скорости принца и пони (или их отношение) | 4 |
| 3 | Ответ 18 мин | 4 |
| Сум | шма | 10 |

Комментарий: в этом варианте задачу можно решить и с предположением, что принц в первом случае бежал в ту же сторону, что и пони. Тогда в уравнении (2) сумму скоростей нужно заменить разностью $v_{\rm принц}-v_{\rm пони}$, а в уравнении (4) нужно разность скоростей заменить суммой. В этом случае ответ будет равен 3 мин 36 с. Такое решение оценивается по той же схеме, что и изложенное выше. За рассмотрение обоих вариантов дополнительные баллы не ставятся.

Задача 2. Странное кафе

Из условия мы знаем, что чтобы получить напиток правильной температуры можно смешивать жидкости в следующих пропорциях

$$2K + 3M$$

$$K + 2C + 4M$$

$$2K + B + 2M$$
(5)

Все три напитка правильной температуры, поэтому если смешать их между собой, то температура того, что получится в результате, тоже будет правильной. Причём смешивать их можно в любом порядке.

Из рецепта второго и третьего напитков можно собрать

$$3K + 2C + B + 6M$$
 (6)

или, что тоже самое

$$K + 2C + B + 3M + (2K + 3M)$$
 (7)

Значит у напитка, который сделан по рецепту

$$K + 2C + B + 3M \tag{8}$$

будет правильная температура.

Ответ: Надо добавить 2 порции сиропа

| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Предложен хотя бы один новый рецепт с правильной температурой (любой кроме трёх из условия) | 2 |
| 2 | Указано, что напитки можно смешивать произвольным образом, сохраняя пропорцию | 6 |
| 3 | Предложен подходящий рецепт | 2 |
| Сум | ма | 10 |

Задача 3. Мышь крадётся

Разберёмся, что происходит в задаче. Сначала мышь и мешок с песком уравновешивают друг друга. Масса песка со временем уменьшается, поэтому, если бы мышь не начала бежать, линейка бы перевернулась по часовой стрелке. Пускай $m_{\rm n}$ — масса песка в этот момент времени. Запишем правило рычага относительно правого края бруска, ведь линейка начинает вращаться относительно именно этой точки

$$\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2}\right) m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) m_{\text{песок}} + \frac{a}{2} m_{\text{линейка}}$$
(9)

Мышь остановилась, когда линейка снова начала переворачиваться. Причём для того, чтобы предотвратить падения мышь остановилась. Значит линейка начинала вращаться против часовой стрелки.

Но песок всё ещё высыпается, поэтому если мышь будет стоять слишком долго, линейка опять перевернётся по часовой стрелке. Снова запишем правило рычага относительно правого края бруска в критический момент.

$$\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2} - v\Delta t_1\right) m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) \left(m_{\text{песок}} - \mu \left(\Delta t_1 + \Delta t_2\right)\right) + \frac{a}{2} m_{\text{линейка}}$$
(10)

Здесь мы учли тот факт, что масса песка уменьшилась на $\mu(\Delta t_1 + \Delta t_2)$, а мышь продвинулась на $v\Delta t_1$. Вычитая из первого правила рычага второе, получим, что

$$v\Delta t_1 m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) \mu(\Delta t_1 + \Delta t_2) \tag{11}$$

откуда несложно найти массу мыши

$$m_{\text{\tiny MMIIIIB}} = \mu \, \frac{L+a}{2v} \, \left(1 + \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right) = 0.2 \, \text{r/c} \, \frac{100 \, \text{cm} + 6 \, \text{cm}}{2 \cdot 2 \, \text{cm/c}} \left(1 + \frac{60 \, \text{c}}{15 \, \text{c}}\right) \approx 26.5 \, \text{r} \tag{12}$$

Ответ: Масса мыши 26,5 г

| Nº | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Указано, что когда линейка начинала переворачиваться в первый и третий раз, переворачивалась она относительно правого края бруска | 1+1 |
| 2 | Верно записано правило рычага для первого момента | 3 |
| 3 | Верно записано правило рычага для третьего момента | 3 |
| 4 | Ответ 26,5 г | 2 |
| Сум | ма | 10 |

Задача 4. Не давление столба жидкости

Сосуды сообщающиеся, поэтому давления на уровне дна в левом и правом сосуде равны. Задачу можно решить двумя способами: немного подумав или решив уравнения. Приведём здесь оба.

4.1. Решение 1. «Немного подумать»

Давление жидкости на дне сосуда определяется массой его содержимого При нагревании суммарная масса жидкости не изменяется, значит жидкость не перетекает между сосудами. Таким образом можно рассмотреть их отдельно. Из условия мы знаем, что

$$\Delta V = V \alpha \Delta T \tag{13}$$

Записав это для каждого из сосудов получим, что

$$\begin{array}{ll} h_1' S_1 = h_1 S_1 (1 + \alpha \Delta T) \\ h_2' S_2 = h_2 S_2 (1 + \alpha \Delta T) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ll} h_1' = h_1 (1 + \alpha \Delta T) \\ h_2' = h_2 (1 + \alpha \Delta T) \end{array}$$

$$(14)$$

Откуда

$$\frac{h_1'}{h_2'} = \frac{h_1}{h_2} \tag{15}$$

значит

$$h_2' = \left(\frac{h_2}{h_1}\right) h_1' \tag{16}$$

Ответ: Уровень жидкости в первом будет равен $h_2' = \left(\frac{h_2}{h_1}\right) h_1'$

| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Объяснено, что при нагревании жидкость не переливается из одного сосуда в другой. | 4 |
| 2 | Показано, что уровень жидкости в сосудах изменился в одинаковое количество раз | 4 |
| 3 | Ответ $h_2' = \left(\frac{h_2}{h_1}\right) h_1'$ | 2 |
| Сум | іма | 10 |

4.2. Решение 2. Давление столба жидкости

Из условия мы знаем, что

$$\Delta V = V\alpha T \tag{17}$$

выражая объём через уровни воды в сосудах получим, что

$$\frac{h_1'S_1 + h_2'S_2}{h_1S_1 + h_2S_2} = (1 + \alpha T) \tag{18}$$

Обозначим за m_1 и m_2 массы гирь в левом и правом сосуде соответственно. Приравняв давления на уровне дна в сосудах до нагревания получим, что

$$\rho g h_1 + \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h_2 + \frac{m_2 g}{S_2} \tag{19}$$

значит

$$\rho(h_2 - h_1) = \left(\frac{m_1}{S_1} - \frac{m_2}{S_2}\right) \tag{20}$$

При нагревании жидкости изменяется её объём, а значит и плотность. Массы гирь и площади при этом не изменяются, поэтому

$$\rho'(h_2'-h_1')=\rho(h_2-h_1) \tag{21}$$

Мы знаем, как изменяется объём, а значит и как изменяется плотность

$$\rho' = \frac{m}{V'} = \frac{m}{V(1 + \alpha \Delta T)} = \frac{\rho}{(1 + \alpha \Delta T)} \tag{22}$$

Таким образом, мы получили, что

$$\frac{h_2' - h_1'}{h_2 - h_1} = (1 + \alpha \Delta T) \tag{23}$$

Значит

$$\frac{h_2' - h_1'}{h_2 - h_1} = \frac{h_1' S_1 + h_2' S_2}{h_1 S_1 + h_2 S_2} \tag{24}$$

домножим это равенство на $(h_2-h_1)(h_1S_1+h_2S_2)$

$$(h_2' - h_1')(h_1S_1 + h_2S_2) = (h_2 - h_1)(h_1'S_1 + h_2'S_2) \tag{25}$$

раскроем скобки

$$h_2'h_1S_1 + h_2h_2'S_2 - h_1'h_1S_1 - h_1'h_2S_2 = h_2h_1'S_1 + h_2'h_2S_2 - h_1h_1'S_1 - h_1h_2'S_2$$
(26)

и немного упростим

$$h_2'h_1S_1 - h_1'h_2S_2 = h_2h_1'S_1 - h_1h_2'S_2$$
(27)

Перенесём всё в одну часть

$$(h_2'h_1 - h_2h_1')S_1 + (h_1h_2' - h_1'h_2)S_2 = 0 (28)$$

и, наконец,

$$(h_1 h_2' - h_2 h_1')(S_1 + S_2) = 0 (29)$$

откуда

$$h_1 h_2' = h_2 h_1' \tag{30}$$

Ответ: Уровень жидкости в первом будет равен $h_2' = \left(\frac{h_2}{h_1}\right) h_1'$

| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Выражения для равенства давлений в сосудах на одном уровне (20) или эквивалентное | 3 |
| 2 | Выражение для изменения объёма после нагревания. ((19) или эквивалентное) | 3 |
| 3 | Уравнение (25) или эквивалентное. | 2 |
| 4 | Ответ $h_2' = \left(\frac{h_2}{h_1}\right) h_1'$ | 2 |
| Сум | ма | 10 |

Задача 5. Время от времени

Обозначим длину маршрута за L. Когда автомобиль проехал x, время до прибытия равно

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L - x}{v_{\text{cp}}} = \frac{L}{v_{\text{cp}}} - \frac{x}{v_{\text{cp}}}$$
 (31)

Подставляя во второе слагаемое определение средней скорости

$$v_{\rm cp} = \frac{x}{t} \tag{32}$$

получим

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L}{v_{\text{cp}}} - t.$$
 (33)

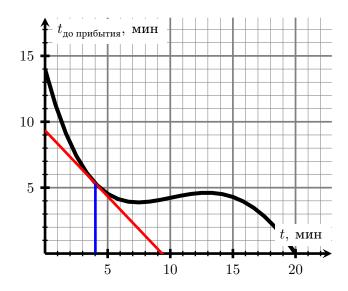
Разберёмся как использовать это равенство. Для этого полезно задаться чуть более общим вопросом, чем тот, который задан в условии. Попробуем найти моменты времени в которые средняя скорость была равна некоторому заданному значению v_0 . Они определяются исходя из

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L}{v_0} - t \tag{34}$$

В правой части — уравнение прямой с единичным коэффициентом наклона, а моменты времени когда средняя скорость равна v_0 — пересечения этой прямой с графиком из условия.

Чем больше v_0 , тем меньше отношение L/v_0 . Значит, чтобы найти момент времени, когда средняя скорость была максимальна, нам нужно провести как можно более «низкую» прямую с единичным коэффициентом наклона. Причём эта прямая должна иметь с графиком общую точку. Проведя такую прямую найдём ответ

Ответ: Средняя скорость была максимальна через 4,0 мин после начала движения.



| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Уравнение (34) или эквивалентное | 3 |
| 2 | Предложен верный способ нахождения максимальной средней скорости | 5 |
| 3 | Ответ | 2 |
| | • 2 балла, если попадает в ворота $[3,5$ мин; $4,5$ мин $]$ | |
| | • 1 балл, если попадает в ворота $[3 \text{ мин}; 5 \text{ мин}]$ | |
| Сум | ма | 10 |

Возможные решения задач

8 класс

2-й вариант

Задача 1. Пони бегает по кругу

Пусть длина маршрута равна L, а скорость пони $v_{\mathrm{пони}}$, а скорость маленького принца $v_{\mathrm{принц}}$. Тогда, чтобы оббежать планету, пони требуется

$$\frac{L}{v_{\text{пони}}} = 10 \text{ мин} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_{\text{пони}}}{L} = \frac{1}{10 \text{ мин}}$$
 (1)

Когда маленький принц начал бегать вместе с пони, они встречались каждые 8 мин, значит маленький принц бежал в том же направлении, что и пони, и

$$\frac{L}{v_{\text{пони}} - v_{\text{принц}}} = 30 \text{ мин} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{v_{\text{пони}}}{L} - \frac{v_{\text{принц}}}{L} = \frac{1}{30 \text{ мин}} \tag{2}$$

Откуда

$$\frac{v_{\text{принц}}}{L} = \frac{v_{\text{пони}}}{L} - \frac{1}{30 \text{ мин}} = \frac{1}{10 \text{ мин}} - \frac{1}{30 \text{ мин}} = \frac{1}{15 \text{ мин}}$$
(3)

Время между встречами, после того как принц начал бежать в другую сторону

$$t = \frac{L}{v_{\text{пони}} + v_{\text{принц}}} = \frac{1}{\frac{v_{\text{пони}}}{L} + \frac{v_{\text{принц}}}{L}} = \frac{1}{\frac{1}{15 \text{ мин}} + \frac{1}{10 \text{ мин}}} = \frac{1}{\frac{1}{6 \text{ мин}}} = 6 \text{ мин}$$
 (4)

Ответ: Пони будет встречаться с маленьким принцем раз в 6 мин

| Nº | Критерий | Баллы |
|-------|---|-------|
| 1 | Указано, в каком направлении бежит маленький принц. | 2 |
| 2 | Найдены скорости принца и пони (или их отношение) | 4 |
| 3 | Ответ 6 мин | 4 |
| Сумма | | 10 |

Задача 2. Странное кафе

Из условия мы знаем, что чтобы получить напиток правильной температуры можно смешивать жидкости в следующих пропорциях

$$2K + 3M$$

$$K + 2C + 4M$$

$$2K + B + 2M$$
(5)

Все три напитка правильной температуры, поэтому если смешать их между собой, то температура того, что получится в результате, тоже будет правильной. Причём смешивать их можно в любом порядке.

Если смешать два вторых напитка, получим

$$2K + 4C + 8M$$
 (6)

здесь уже есть четыре порции сиропа, но нет воды. Чтобы добавить в состав воду, смешаем его с третьим напитком

$$(2K + 4C + 8M) + (2K + B + 2M) \tag{7}$$

или, что тоже самое

$$(4C + B + 4M) + 2(2K + 3M)$$
(8)

Значит у напитка, который сделан по рецепту

$$4C + B + 4M \tag{9}$$

будет правильная температура.

Ответ: Надо добавить 4 порции молока

| Nº | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Предложен хотя бы один новый рецепт с правильной температурой (любой кроме трёх из условия) | 2 |
| 2 | Указано, что напитки можно смешивать произвольным образом, сохраняя пропорцию | 6 |
| 3 | Предложен подходящий рецепт | 2 |
| Сум | шма | 10 |

Задача 3. Мышь крадётся

Разберёмся, что происходит в задаче. Сначала мышь и мешок с песком уравновешивают друг друга. Масса песка со временем уменьшается, поэтому, если бы мышь не начала бежать, линейка бы перевернулась по часовой стрелке. Пускай $m_{\rm n}$ — масса песка в этот момент времени. Запишем правило рычага относительно правого края бруска, ведь линейка начинает вращаться относительно именно этой точки

$$\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2}\right) m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) m_{\text{песок}} + \frac{a}{2} m_{\text{линейка}}$$
(10)

Мышь остановилась, когда линейка снова начала переворачиваться. Причём для того, чтобы предотвратить падения мышь остановилась. Значит линейка начинала вращаться против часовой стрелки.

Но песок всё ещё высыпается, поэтому если мышь будет стоять слишком долго, линейка опять перевернётся по часовой стрелке. Снова запишем правило рычага относительно правого края бруска в критический момент.

$$\left(\frac{L}{2} - \frac{a}{2} - v\Delta t_1\right) m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) \left(m_{\text{песок}} - \mu \left(\Delta t_1 + \Delta t_2\right)\right) + \frac{a}{2} m_{\text{линейка}} \tag{11}$$

Здесь мы учли тот факт, что масса песка уменьшилась на $\mu(\Delta t_1 + \Delta t_2)$, а мышь продвинулась на $v\Delta t_1$. Вычитая из первого правила рычага второе, получим, что

$$v\Delta t_1 m_{\text{мышь}} = \left(\frac{L}{2} + \frac{a}{2}\right) \mu(\Delta t_1 + \Delta t_2) \tag{12}$$

откуда несложно найти массу мыши

$$m_{\text{\tiny MMIIIIB}} = \mu \, \frac{L+a}{2v} \, \left(1 + \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}\right) = 0.2 \, \text{r/c} \, \frac{100 \, \text{cm} + 5 \, \text{cm}}{2 \cdot 2 \, \text{cm/c}} \left(1 + \frac{90 \, \text{c}}{10 \, \text{c}}\right) \approx 52.5 \, \text{r} \tag{13}$$

Ответ: Масса мыши 52,5 г

| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Указано, что когда линейка начинала переворачиваться в первый и третий раз, переворачивалась она относительно правого края бруска | 1+1 |
| 2 | Верно записано правило рычага для первого момента | 3 |
| 3 | Верно записано правило рычага для третьего момента | 3 |
| 4 | Ответ 52,5 г | 2 |
| Сум | ма | 10 |

Задача 4. Не давление столба жидкости

Сосуды сообщающиеся, поэтому давления на уровне дна в левом и правом сосуде равны. Задачу можно решить двумя способами: немного подумав или решив уравнения. Приведём здесь оба.

4.1. Решение 1. «Немного подумать»

Давление жидкости на дне сосуда определяется массой его содержимого При нагревании суммарная масса жидкости не изменяется, значит жидкость не перетекает между сосудами. Таким образом можно рассмотреть их отдельно. Из условия мы знаем, что

$$\Delta V = V \alpha \Delta T \tag{14}$$

Записав это для каждого из сосудов получим, что

$$\begin{array}{ll} h_1' S_1 = h_1 S_1 (1 + \alpha \Delta T) \\ h_2' S_2 = h_2 S_2 (1 + \alpha \Delta T) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ll} h_1' = h_1 (1 + \alpha \Delta T) \\ h_2' = h_2 (1 + \alpha \Delta T) \end{array}$$

$$(15)$$

Откуда

$$\frac{h_1'}{h_2'} = \frac{h_1}{h_2} \tag{16}$$

значит

$$h_1' = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) h_2' \tag{17}$$

Ответ: Уровень жидкости в втором будет равен $h_1' = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) h_2'$

| № | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Объяснено, что при нагревании жидкость не переливается из одного сосуда в другой. | 4 |
| 2 | Показано, что уровень жидкости в сосудах изменился в одинаковое количество раз | 4 |
| 3 | Ответ $h_1' = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) h_2'$ | 2 |
| Сум | іма | 10 |

4.2. Решение 2. Давление столба жидкости

Из условия мы знаем, что

$$\Delta V = V\alpha T \tag{18}$$

выражая объём через уровни воды в сосудах получим, что

$$\frac{h_1'S_1 + h_2'S_2}{h_1S_1 + h_2S_2} = (1 + \alpha T) \tag{19}$$

Обозначим за m_1 и m_2 массы гирь в левом и правом сосуде соответственно. Приравняв давления на уровне дна в сосудах до нагревания получим, что

$$\rho g h_1 + \frac{m_1 g}{S_1} = \rho g h_2 + \frac{m_2 g}{S_2} \tag{20}$$

значит

$$\rho(h_2 - h_1) = \left(\frac{m_1}{S_1} - \frac{m_2}{S_2}\right) \tag{21}$$

При нагревании жидкости изменяется её объём, а значит и плотность. Массы гирь и площади при этом не изменяются, поэтому

$$\rho'(h_2' - h_1') = \rho(h_2 - h_1) \tag{22}$$

Мы знаем, как изменяется объём, а значит и как изменяется плотность

$$\rho' = \frac{m}{V'} = \frac{m}{V(1 + \alpha \Delta T)} = \frac{\rho}{(1 + \alpha \Delta T)} \tag{23}$$

Таким образом, мы получили, что

$$\frac{h_2' - h_1'}{h_2 - h_1} = (1 + \alpha \Delta T) \tag{24}$$

Значит

$$\frac{h_2' - h_1'}{h_2 - h_1} = \frac{h_1' S_1 + h_2' S_2}{h_1 S_1 + h_2 S_2} \tag{25}$$

домножим это равенство на $(h_2-h_1)(h_1S_1+h_2S_2)$

$$(h_2' - h_1')(h_1 S_1 + h_2 S_2) = (h_2 - h_1)(h_1' S_1 + h_2' S_2)$$
 (26)

раскроем скобки

$$h_2'h_1S_1 + h_2h_2'S_2 - h_1'h_1S_1 - h_1'h_2S_2 = h_2h_1'S_1 + h_2'h_2S_2 - h_1h_1'S_1 - h_1h_2'S_2$$
(27)

и немного упростим

$$h_2'h_1S_1 - h_1'h_2S_2 = h_2h_1'S_1 - h_1h_2'S_2$$
(28)

Перенесём всё в одну часть

$$(h_2'h_1 - h_2h_1')S_1 + (h_1h_2' - h_1'h_2)S_2 = 0 (29)$$

и, наконец,

$$(h_1h_2' - h_2h_1')(S_1 + S_2) = 0 (30)$$

откуда

$$h_1 h_2' = h_2 h_1' \tag{31}$$

Ответ: Уровень жидкости в втором будет равен $h_1' = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) h_2'$

| Nº | Критерий | Баллы |
|-----|---|-------|
| 1 | Выражения для равенства давлений в сосудах на одном уровне (20) или эквивалентное | 3 |
| 2 | Выражение для изменения объёма после нагревания. ((19) или эквивалентное) | 3 |
| 3 | Уравнение (25) или эквивалентное. | 2 |
| 4 | Ответ $h_1' = \left(\frac{h_1}{h_2}\right) h_2'$ | 2 |
| Сум | има | 10 |

Задача 5. Время от времени

Обозначим длину маршрута за L. Когда автомобиль проехал x, время до прибытия равно

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L - x}{v_{\text{cp}}} = \frac{L}{v_{\text{cp}}} - \frac{x}{v_{\text{cp}}}$$
 (32)

Подставляя во второе слагаемое определение средней скорости

$$v_{\rm cp} = \frac{x}{t} \tag{33}$$

получим

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L}{v_{\text{cp}}} - t.$$
 (34)

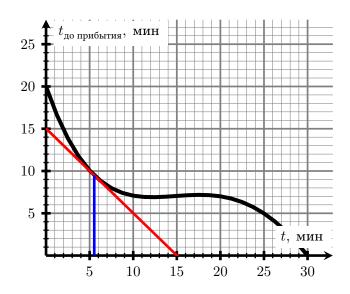
Разберёмся как использовать это равенство. Для этого полезно задаться чуть более общим вопросом, чем тот, который задан в условии. Попробуем найти моменты времени в которые средняя скорость была равна некоторому заданному значению v_0 . Они определяются исходя из

$$t_{\text{до прибытия}} = \frac{L}{v_0} - t \tag{35}$$

В правой части — уравнение прямой с единичным коэффициентом наклона, а моменты времени когда средняя скорость равна v_0 — пересечения этой прямой с графиком из условия.

Чем больше v_0 , тем меньше отношение L/v_0 . Значит, чтобы найти момент времени, когда средняя скорость была максимальна, нам нужно провести как можно более «низкую» прямую с единичным коэффициентом наклона. Причём эта прямая должна иметь с графиком общую точку. Проведя такую прямую найдём ответ

Ответ: Средняя скорость была максимальна через 5,5 мин после начала движения.



| № | Критерий | Баллы |
|-----|--|-------|
| 1 | Уравнение (34) или эквивалентное | 3 |
| 2 | Предложен верный способ нахождения максимальной средней скорости | 5 |
| 3 | Ответ | 2 |
| | • 2 балла, если попадает в ворота $[4,5 \text{ мин}; 6,5 \text{ мин}]$ | |
| | • 1 балл, если попадает в ворота [4 мин; 7 мин] | |
| Сум | ма | 10 |