

# Отчёт о выполнении лабораторной работы 2.1.3

Матренин Василий Б01-006 ФРКТ

21 апреля 2021 г.

## Определение $C_p/C_v$ по скорости звука в газе

**Цель работы:** 1) измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; 2) определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

**В работе используются:** звуковой генератор ГЗ; электронный осциллограф ЭО; микрофон; телефон; раздвижная труба; теплоизолированная труба, обогреваемая водой из термостата; баллон со сжатым углекислым газом; газгольдер.

### 1 Теоретическое введение

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где  $R$  - газовая постоянная,  $T$  - температура газа, а  $\mu$  его молярная масса. Выразим показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2$$

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2},$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением:

$$c = \lambda f.$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1) При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Для  $k$ -ого резонанса имеем:

$$L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2},$$

т. е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2) При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для  $k$ -ого резонанса получим:

$$L = (n + k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

$$f_{k+1} = \frac{c}{\lambda_{k+1}} = \frac{c}{2L} (n + k) = f_1 + \frac{c}{2L} k.$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

### 1.1 Экспериментальная установка:

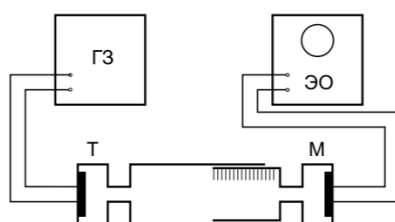


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

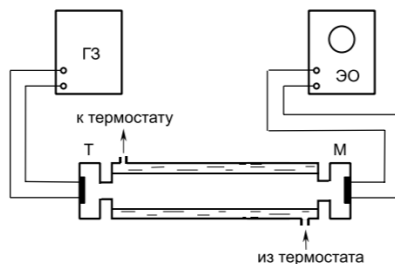


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Соответственно двум методам измерения скорости звука в работе имеются две установки (рис. 1 и 2). В обеих установках звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО.

Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчетах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Первая установка (рис. 1) содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубков (на рисунке не показан) труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения  $\gamma$  для воздуха и для  $CO_2$ .

Вторая установка (рис. 2) содержит теплоизолированную трубу постоянной длины. Воздух в трубе нагревается водой из терmostата. Температура газа принимается равной температуре омывающей трубу воды. На этой установке измеряется зависимость скорости звука от температуры.

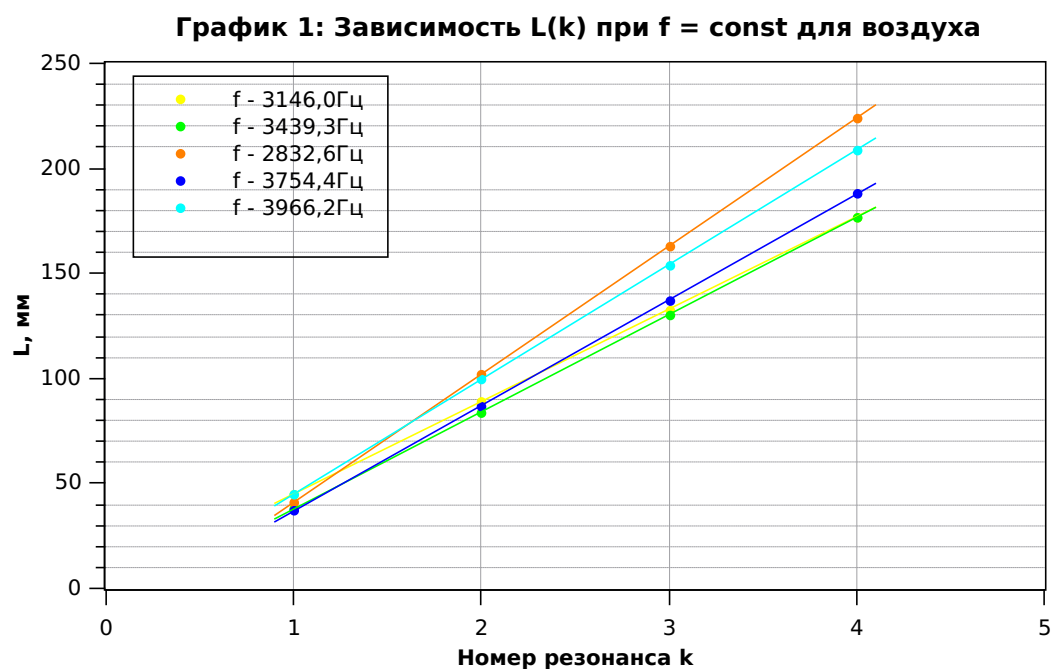
## 1.2 Ход работы

1. Перепишем параметры установки:  $L = 570 \pm 1$  мм.
2. Исходя из примерного значения скорости звука ( $\approx 270 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ), предварительно рассчитаем, в каком диапазоне частот следует вести измерения, чтобы при удлинении трубы можно было наблюдать 4 резонанса:  $L = \frac{n\lambda}{2}$ ,  $L + \Delta L = \frac{(n+4)\lambda}{2}$ . Поскольку  $\Delta L \leq 23$  см, то  $\lambda \leq 11.5$  см. Следовательно  $f \geq 2400$  гц.

Проведём измерения на первой установке для воздуха и  $\text{CO}_2$ . Плавно изменяя длину трубы, последовательно зафиксируем все доступные для наблюдения точки резонанса. Измерения проводятся для нескольких частот. Занесем данные в таблицу 1.

3. Изобразим полученные результаты на графике, откладывая по оси абсцисс номер  $k$  последовательного резонанса, а по оси ординат — соответствующее удлинение трубы  $L$ . Угловой коэффициент прямой определяет длину полуволны.

Построим график 1: зависимости удлинения  $L$  от номера резонанса  $k$  для воздуха.



Также построим график 2: зависимости удлинения  $L$  от номера резонанса  $k$  для углекислого газа.

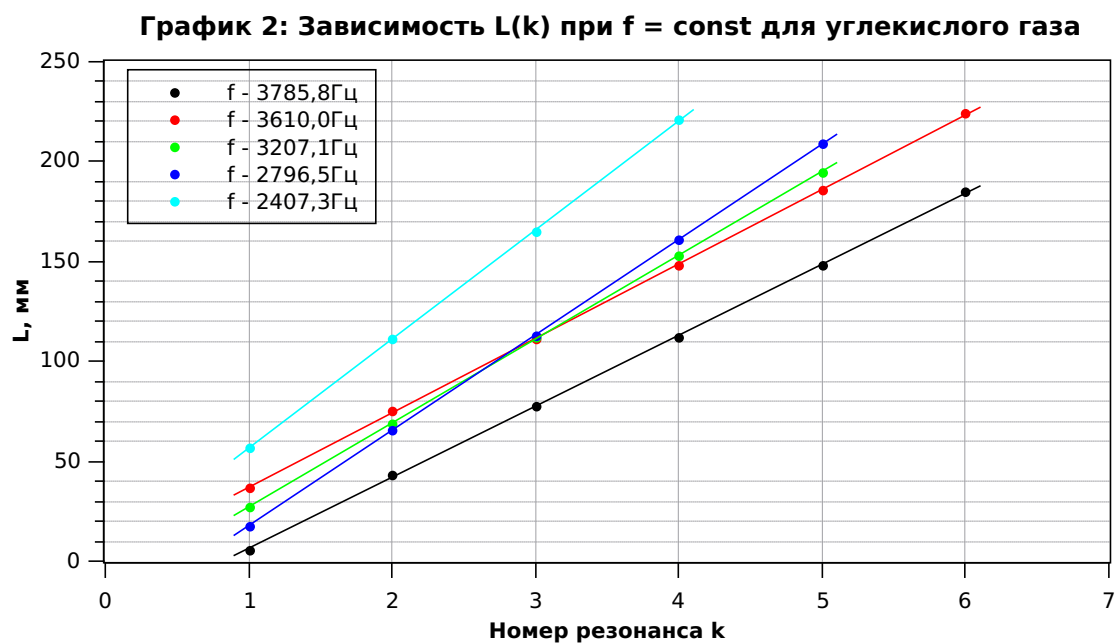


Таблица 1. Зависимость  $L(k)$  для воздуха и  $CO_2$

Воздух					CO2				
k	f, Гц	L, мм	$\Delta L$ , мм	c, м/с	k	f, Гц	L, мм	$\Delta L$ , мм	c, м/с
1	3146,0	45	—	—	1	2407,3	57	—	—
2	3146,0	100	55	342,91	2	2407,3	111	54	259,99
3	3146,0	154	55	342,91	3	2407,3	165	54	259,99
4	3146,0	209	55	346,06	4	2407,3	221	56	269,62
1	3439,3	37	—	—	1	2796,5	18	—	—
2	3439,3	87	50	343,93	2	2796,5	66	48	265,67
3	3439,3	137	50	343,93	3	2796,5	113	48	265,67
4	3439,3	188	51	350,81	4	2796,5	161	48	268,46
5	—	—	—	—	5	2796,5	209	48	268,46
1	2832,6	41	—	—	1	3207,0	27	—	—
2	2832,6	102	61	345,58	2	3207,0	69	42	269,39
3	2832,6	163	61	345,58	3	3207,0	112	43	275,80
4	2832,6	224	61	345,58	4	3207,0	153	41	262,97
5	—	—	—	—	5	3207,0	195	42	269,39
1	3754,4	38	—	—	1	3610,0	37	—	—
2	3754,4	84	46	345,40	2	3610,0	75	38	274,36
3	3754,4	130	46	345,40	3	3610,0	111	36	259,92
4	3754,4	177	47	352,91	4	3610,0	148	37	267,14
5	—	—	—	—	5	3610,0	186	38	274,36
6	—	—	—	—	6	3610,0	224	38	274,36
1	3966,2	45	—	—	1	3785,8	6	—	—
2	3966,2	89	44	349,03	2	3785,8	43	37	280,15
3	3966,2	133	44	349,03	3	3785,8	78	35	265,01
4	3966,2	177	44	349,03	4	3785,8	112	34	257,43
5	—	—	—	—	5	3785,8	148	36	272,58

Вычислим с помощью полученных графиков скорость звука в углекислом газе и рассчитаем погрешности.

Погрешность  $\sigma_c$  отдельного измерения определяется следующей формулой:

$$\sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2}.$$

Значение  $\lambda$  и ее погрешности получим через МНК, по формуле

$$\lambda = 2 \frac{dL}{dk}.$$

Результаты представлены в таблице 2 для воздуха и в таблице 3 для углекислого газа:

**Таблица 2. Для воздуха**

<b>f, Гц</b>	<b><math>\lambda, \text{ м } \times 10^{-2}</math></b>	<b>c, м/с</b>	<b><math>\sigma_\lambda, \text{ м } \times 10^{-2}</math></b>	<b><math>\sigma_f, \text{ Гц}</math></b>	<b><math>\sigma_c, \text{ м/с}</math></b>
3146	4,40	276,85	0,022	5	1,45
3439	4,63	318,48	0,022	5	1,58
2833	6,10	345,58	0,022	5	1,39
3754	5,03	377,69	0,022	5	1,73
3966	5,47	433,51	0,022	5	1,83

**Таблица 3. Для углекислого газа**

<b>f, Гц</b>	<b><math>\lambda, \text{ м } \times 10^{-2}</math></b>	<b>c, м/с</b>	<b><math>\sigma_\lambda, \text{ м } \times 10^{-2}</math></b>	<b><math>\sigma_f, \text{ Гц}</math></b>	<b><math>\sigma_c, \text{ м/с}</math></b>
2407	3,55	171,11	0,022	5	1,12
2797	3,73	208,56	0,022	5	1,29
3207	4,20	269,39	0,022	5	1,47
3610	4,77	344,39	0,022	5	1,66
3786	5,46	413,41	0,022	5	1,75

Можно заметить, что значения скоростей звука при различных частотах не совпадают.  
Общая погрешность:

$$\sigma_c = \sqrt{(c_{\text{сл}})^2 + (c_{\text{кос}})^2}$$

Для воздуха:

$$\sigma_{\text{случ.воздуха}} = 26,56 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{\text{кос.воздуха}} = 0,73 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{c \text{ воздуха}} = 26,57 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Итак,

$$c = (3,5 \pm 0,3) \times 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Теоретическое значение скорости при температуре  $t = 20^\circ\text{C}$  равно

$$c \approx 343 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Для углекислого газа:

$$\sigma_{\text{случ.CO2}} = 23,76 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{\text{кос.CO2}} = 0,76 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_{c \text{ CO2}} = 23,77 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Итак,

$$c = (2,8 \pm 0,3) \times 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Теоретическое значение скорости при температуре  $t = 24,1^{\circ}\text{C}$  равно

$$c = 273,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

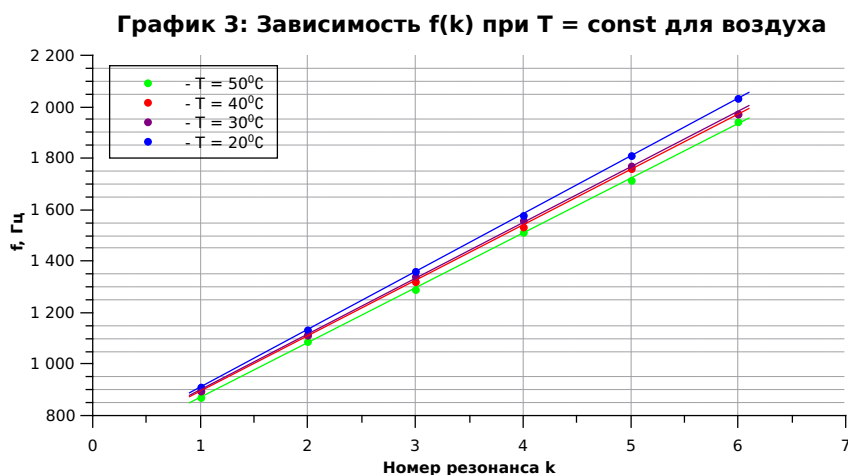
В пределах погрешности экспериментальные значения совпадают с теоретическими. Однако стоит сказать пару слов о таком сильном разбросе для  $c$ . Это может быть связано с тем, что подвижную часть цилиндра двигали не достаточно медленно.

4. Проведём измерения на второй установке. Данные представлены в таблице 4.

Таблица 4

N	T, C	f, Гц	$\Delta f$ , Hz	c, м/с	N	T, C	f, Гц	$\Delta f$ , мм	c, м/с
1	50	912	—	—	1	40	895	—	—
2	50	1133	221	353,6	2	40	1113	218	348,8
3	50	1363	230	368,0	3	40	1342	229	366,4
4	50	1580	217	347,2	4	40	1557	215	344,0
5	50	1813	233	372,8	5	40	1770	213	340,8
6	50	2032	219	350,4	6	40	1973	203	324,8
1	30	898	—	—	1	20	873	—	—
2	30	1113	215	344,0	2	20	1086	213	340,8
3	30	1320	207	331,2	3	20	1290	204	326,4
4	30	1535	215	344,0	4	20	1514	224	358,4
5	30	1760	225	360,0	5	20	1715	201	321,6
6	30	1974	214	342,4	6	20	1940	225	360,0

5. Полученные результаты изобразим на графике 3: откладывая по оси абсцисс номер резонанса  $k$ , а по оси ординат — разность между частотой последующих резонансов и частотой первого резонанса:  $\Delta f_k = f_{k+1} - f_1$ . Угловой коэффициент прямой определяет величину  $c/2L$ .



Вычислим с помощью полученных графиков скорость звука в воздухе и рассчитаем погрешности.

Длина трубы постоянная и равна

$$L = 800 \pm 1 \text{ мм}$$

Погрешность  $\sigma_c$  отдельного измерения определяется следующей формулой:

$$\sigma_c = c \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2},$$

где  $A$  - коэффициент наклона прямой на графике.

Результаты представлены в таблице 5:

**Таблица 5**

Т, °С	Т, К	f, Гц	c, м/с	$\gamma$
50	323	212,7	340,32	1,251
40	313	215,3	344,48	1,322
30	303	216,4	346,24	1,380
20	293	224,5	359,2	1,536

По полученным данным рассчитаем  $\gamma$ .

$$\bar{\gamma} = 1,372$$

$$\gamma_{\text{сл}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (\gamma_i - \bar{\gamma})^2}{3}} = 0.04.$$

Косвенная погрешность определения  $\gamma$  мала, так как  $\frac{2\sigma_c}{4c} \approx 0,25\%$ . Итак,

$$\gamma = 1,37 \pm 0,04,$$

что в пределах погрешности совпадает с теоретическим значением  $\gamma = 1,4$ .

## Вывод

Мы измерили показатель адиабаты используя скорость звука при помощи резонансных пиков зависимости амплитуды принимаемого сигнала при прохождении в закрытом пространстве от расстояния, проходимого звуком в одну сторону из-за появления стоячих волн, результаты эксперимента совпали с табличными значениями.  $\gamma = 1,37 \pm 0,04$ .

Также измерили скорость звука для воздуха и для углекислого газа. Экспериментальные данные с хорошей точностью совпали: для воздуха:  $c = (3,5 \pm 0,3) \times 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , для CO<sub>2</sub>:  $c = (2,8 \pm 0,3) \times 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .