

Работа 2.2.3

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

Работу выполнил Матренин Василий Б01-006

Цель работы: измерить коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении в зависимости от температуры.

В работе используются: цилиндрическая колба с натянутой по оси нитью; термостат; вольтметр и амперметр (цифровые мультиметры); эталонное сопротивление; источник постоянного напряжения; реостат (или магазин сопротивлений).

1 Теоритическая часть

Теплопроводность — это процесс передачи тепловой энергии от нагретых частей системы к холодным за счёт хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счёт непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье, утверждающим, что плотность потока энергии $\bar{q} \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$ (количество теплоты, переносимое через единичную площадку в единицу времени) пропорциональна градиенту температуры ∇T :

$$\bar{q} = -k \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где $k \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right]$ - коэффициент теплопроводности.

Молекулярно-кинетическая теория даёт следующую оценку для коэффициента теплопроводности газов:

$$k \sim \lambda \bar{v} \cdot n c_v, \quad (2)$$

где λ - длина свободного пробега молекул газа, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ - средняя скорость их теплового движения, n - концентрация (объёмная плотность) газа, $c_v = \frac{i}{2} k_B$ - его теплоемкость при постоянном объёме в расчёте на одну молекулу (i - эффективное число степеней свободы молекулы).

Длина свободного пробега может быть оценена как $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$, где σ - эффективное сечение столкновений молекул друг с другом. Тогда из (2) видно, что коэффициент теплопроводности газа не зависит от плотности газа и определяется только его температурой. В простейшей модели твёрдых шариков $\sigma = \text{const}$, и коэффициент теплопроводности пропорционален корню абсолютной температуры: $k \propto \frac{\bar{v}}{\sigma} \propto \sqrt{T}$. На практике эффективное сечение $\sigma(T)$ следует считать медленно убывающей функцией T .

Рассмотрим стационарную теплопроводность в цилиндрической геометрии (см. рис. 1). Пусть тонкая нить радиусом r_1 и длиной L помещена на оси цилиндра радиусом r_0 . Температура стенок цилиндра T_0 поддерживается постоянной. Пусть в нити выделяется некоторая тепловая мощность Q [Вт]. Если цилиндр длинный ($L \gg r_0$), можно пренебречь теплоотводом через его торцы. Тогда все параметры газа можно считать зависящими только от расстояния до оси системы r . Вместо (1) имеем:

$$q = -k \frac{dT}{dr} \quad (3)$$

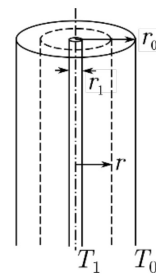


Рис. 1. Геометрия задачи

В стационарном состоянии полный поток тепла через любую цилиндрическую поверхность радиуса r площадью $S = 2\pi rL$ должен быть одинаков и равен $Q = qS$:

$$Q = -2\pi rL \cdot k \frac{dT}{dr} = \text{const} \quad (4)$$

Если перепад температуры $\Delta T = T_1 - T_0$ между нитью и стенками цилиндра мал ($\Delta T \ll T_0$), то в (4) можно пренебречь изменением теплопроводности от температуры в пределах системы, положив $\chi \approx \chi(T_0)$. Тогда разделяя переменные в (4) и интегрируя от радиуса нити до радиуса колбы получим:

$$Q = \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} k \cdot \Delta T \quad (5)$$

Схема установки:

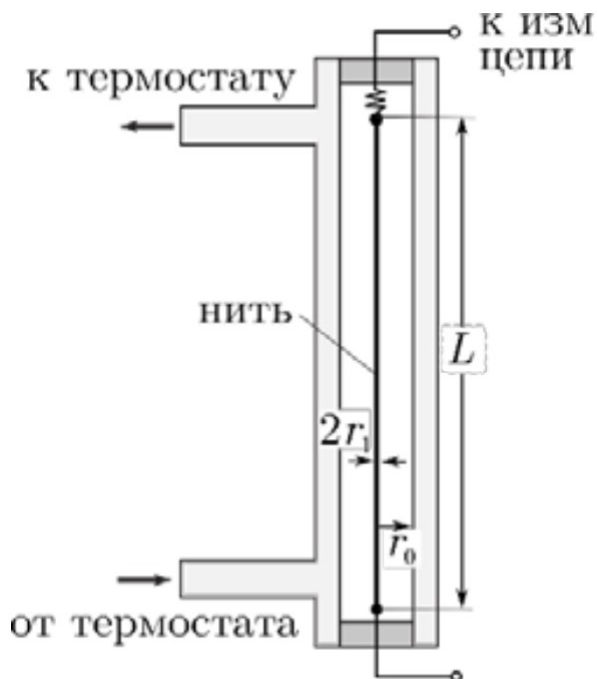


Рис. 2. Схема установки

2 Ход работы

Подготовка к эксперименту

2.1 Предварительные расчеты

Провел предварительные расчёты параметров опыта. Приняв максимально допустимый перегрев нити относительно термостата равным $\Delta t_{max} = 10^\circ C$, оценил максимальную мощность нагрева Q_{max} [мВт], которую следует подавать на нить. Для этой оценки принял коэффициент теплопроводности воздуха $k \sim 25 \frac{\text{мВт}}{\text{м} \cdot K}$

Зная приближенное значение сопротивления нити R , определил соответствующие значения максимального тока I_{max} и максимального напряжения U_{max}

Полученные значения:

$$Q_{max} = 102,9 \text{ мВт}$$

$$R = 13,0 \text{ Ом}$$

$$I_{max} = 89,0 \text{ мА}$$

$$U_{max} = 1,16 \text{ В}$$

2.2 Подготовил экспериментальную установку к работе:

- Проверил, что измерительная схема собрана правильно;
- На магазине сопротивлений (или на реостате) установил максимальное сопротивление R_m ((чтобы ток в цепи при её замыкании был минимален);
- Включил вольтметр и амперметр и настроил режимы их работы (по техническому описанию к установке);
- Включил источник питания; проверил, что он работает в режиме источника напряжения, и что напряжение на нём не превышает максимально допустимое (указано на установке);
- Включил термостат и убедился, что вода в нём находится при комнатной температуре (измеренной по комнатному термометру).

Проведение измерений

2.3 Измерение зависимости $R(Q)$

Провел серии экспериментов при разных температурах. $U_{\text{э}}$ - Напряжение на эталонном сопротивлении; $U_{\text{н}}$ - Напряжение на нити; R - Расчетное сопротивление нити; Q - Расчетная мощность на нити. Результаты представлены в таблице 1:

Таблица 1: Измерение зависимости $R(Q)$

t = 25,4° C								
$U_{\text{э}}$, мВ	50,0	75,0	100,0	200,0	350,0	500,0	700,0	850,0
$U_{\text{н}}$, мВ	62,5	93,8	124,9	249,8	438,9	628,8	885,4	1081,7
R , Ом	12,56	12,51	12,49	12,49	12,54	12,58	12,66	12,73
Q , мВт	0,31	0,70	1,25	5,00	15,36	31,44	62,01	91,94
t = 30,2° C								
$U_{\text{э}}$, мВ	50,0	75,0	100,0	200,0	350,0	500,0	700,0	850,0
$U_{\text{н}}$, мВ	63,7	95,7	127,6	255,5	447,8	642,1	903,2	1104,0
R , Ом	12,74	12,76	12,76	12,78	12,79	12,84	12,90	12,99
Q , мВт	0,32	0,72	1,28	5,11	15,67	32,10	63,22	93,84
t = 40,1° C								
$U_{\text{э}}$, мВ	50,0	75,0	100,0	200,0	350,0	500,0	700,0	840,0
$U_{\text{н}}$, мВ	65,6	98,4	131,1	262,5	460,2	659,5	928,2	1120,1
R , Ом	13,12	13,12	13,11	13,13	13,15	13,19	13,26	13,33
Q , мВт	0,33	0,74	1,31	5,25	16,11	32,98	64,97	94,09
t = 50,4° C								
$U_{\text{э}}$, мВ	50,0	75,0	100,0	200,0	350,0	500,0	700,0	800,0
$U_{\text{н}}$, мВ	67,5	101,2	135,0	270,4	474,0	679,1	956,3	1096,2
R , Ом	13,50	13,49	13,50	13,52	13,55	13,58	13,66	13,70
Q , мВт	0,34	0,76	1,35	5,41	16,60	33,95	66,94	87,70
t = 60,4° C								
$U_{\text{э}}$, мВ	50,0	75,0	100,0	200,0	350,0	500,0	700,0	800,0
$U_{\text{н}}$, мВ	69,3	104,0	138,6	277,4	486,4	697,0	981,0	1125,0
R , Ом	13,86	13,87	13,86	13,87	13,90	13,94	14,01	14,06
Q , мВт	0,35	0,78	1,39	5,55	17,02	34,85	68,67	90,00

2.4 График зависимостей $R(Q)$

Построил график для зависимостей $R(Q)$ при разных температурах. График представлен на Рис. 3.

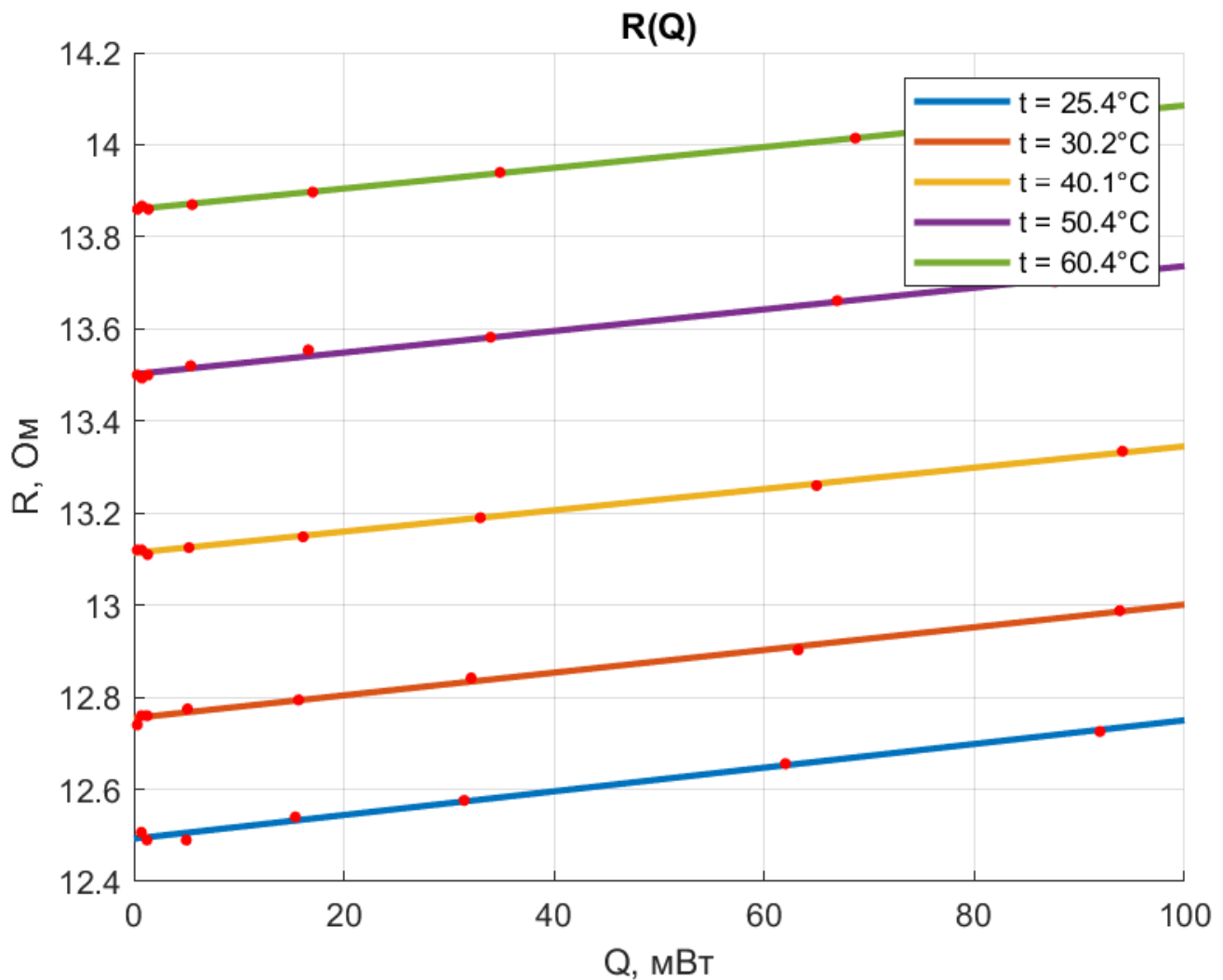


Рис. 3. $R(Q)$ для разных температур

Таблица 2: Значения угловых к-тов $\frac{dR}{dQ}$ и значения $R(0)$ для графика $R(Q)$

$t, ^\circ\text{C}$	25,4	30,2	40,1	50,4	60,4
$R(0), \text{Ом}$	12,49	12,75	13,11	13,50	13,86
$\frac{dR}{dQ}, \frac{\text{Ом}}{\text{Вт}}$	2,57	2,46	2,31	2,34	2,25

2.5 График зависимости $R(t)$

Построил график для зависимости $R(t)$.

График представлен на Рис. 4.

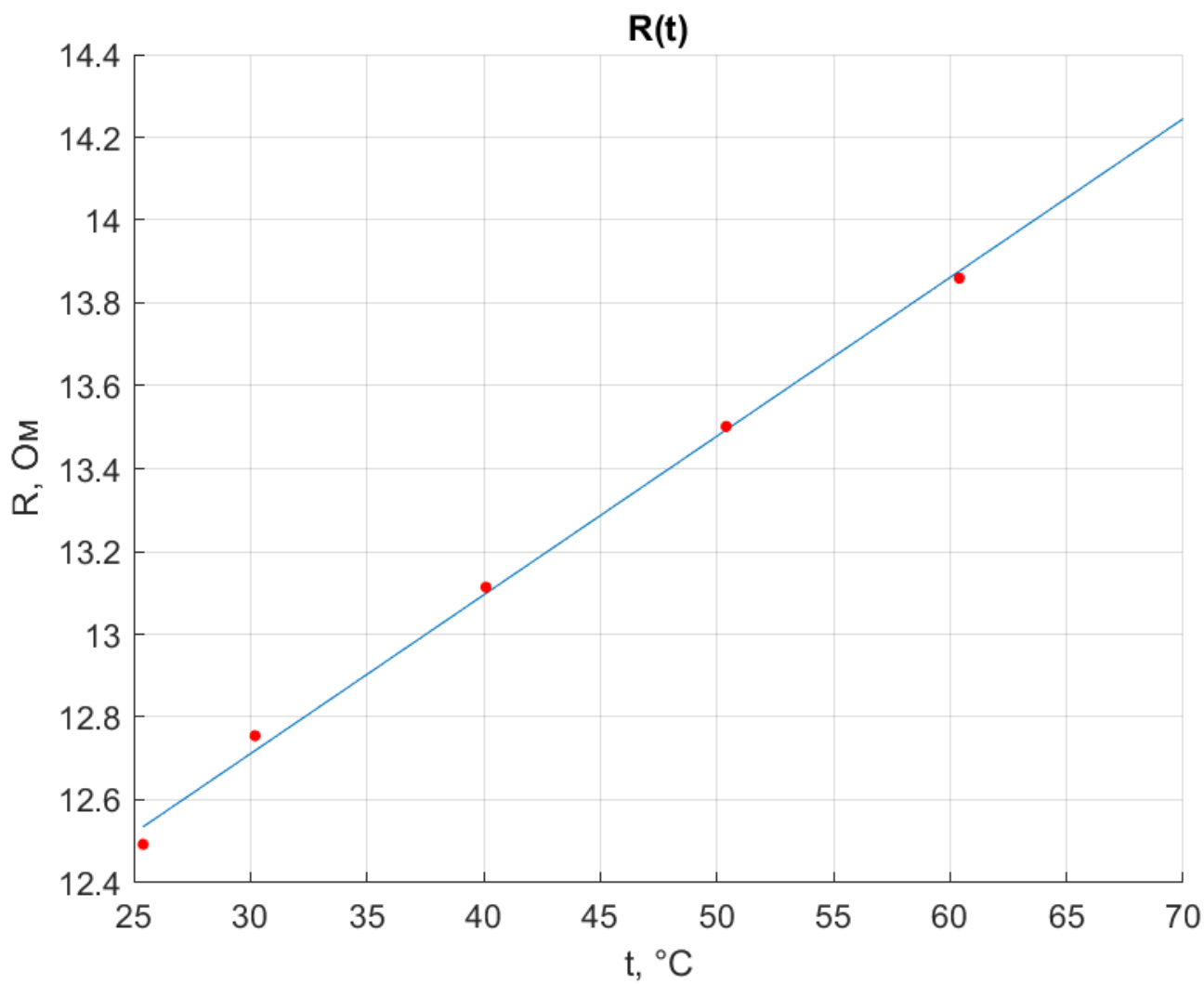


Рис. 4. $R(t)$

Значение углового к-та для данного графика $\frac{dR}{dT} = 3,83 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Ом}}{\text{K}}$

2.6 Вычисление к-та теплопроводности при разных температурах термостата

Из формулы (5) получил следующую формулу для расчета к:

$$k = \frac{\frac{dQ}{dR} \frac{dR}{dT} \cdot \ln \frac{r_0}{r_1}}{2\pi L}$$

T_0 - Температура термостата; к - Значение теплопроводности. Результаты расчетов представлены в Таблице 3:

Таблица 3: к (T_0)

$T_0, ^\circ C$	25,4	30,2	40,1	50,4	60,4
$k, \frac{OM}{MK} \cdot 10^{-2}$	2,67	2,78	2,96	2,92	3,04

2.7 График к(Т)

Пользуясь значениями из предыдущего пункта построил график к(Т). График представлен на рис. 5.

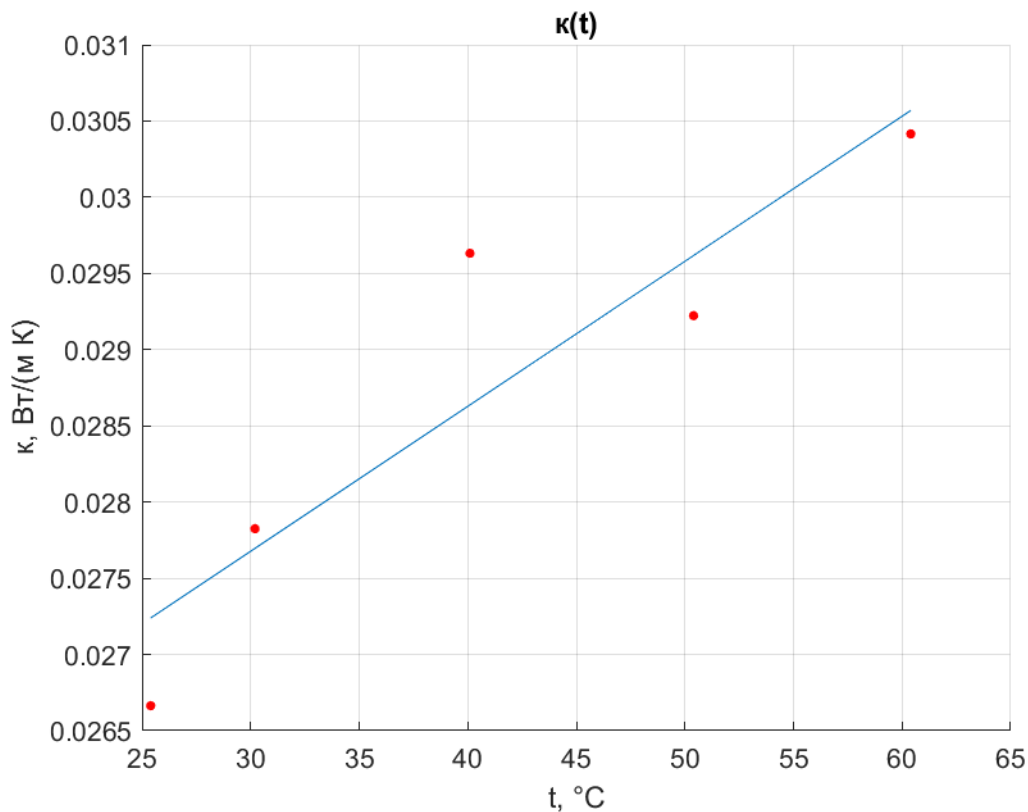


Рис. 5. $k(t)$

2.8 Погрешности

Привожу максимальные относительные погрешности для полученных величин:

$\epsilon_{\frac{dR}{dQ}} \approx 3,5\%$ - относительная погрешность для к-та наклона зависимости $R(Q)$

$\epsilon_{R_0} \approx 0,1\%$ - относительная погрешность $R(0)$ для зависимости $R(Q)$

$\epsilon_{\frac{dQ}{dT}} \approx 3,8\%$ - относительная погрешность для производной полного потока тепла по температуре

$\epsilon_k \approx 4,2\%$ - относительная погрешность для теплопроводности

2.9 Подписанные данные

Далее приложены фотографии данных на подписанных листах.

$$Q_{\max} = 102,86 \cdot 10^{-3}$$

$$R \approx 13 \Omega$$

$$I_{\max} = 89,0 \mu A$$

$$U_{\max} = 1,16 V$$

$T = 25,4$	U_z	U_H
	50	62,8
	75	83,8
	100,0	129,9
	200,0	279,8
	350,0	438,9
	500,0	678,8
	700,0	885,9
	850,0	1081,8

$T = 50,8$	U_z	U_H
	50,0	63,82
	75,0	85,7
	100,0	122,6
	200,0	258,5
	350,0	498,8
	500,0	692,1
	700,0	895,2
	850,0	1,104,0

T 40,0

U_t

U_n

50,0

65,6

75,0

98,4

100,0

131,1

200,0

262,5

300,0

460,2

500,0

658,5

700,0

928,2

⁴
~~800~~,0

1120,1

T 5 50,4

U

50,0

65,45

75

101,2

100

135,0

200

270,4

300

414,0

500

622,1

~~625~~ 100

956,3

750 100

1036,82

T 60,2

50,0

69,3

75,0

109,0

100

138,6

200

277,4

350

416,4

500

694,0

700

981,0

800

1125,0

24.02.2021