

- 2.1. Приведите пример критической строки для строки XY .

Примером такой строки является YX , так как

$$1 = |\text{LCS}(XY, YX)| = |\text{LCS}(XY, X)| = |\text{LCS}(XY, Y)| = |\text{LCS}(XY, \emptyset)| + 1$$

- 2.2. Да, подходит пример из предыдущего пункта.

- 2.3. Да, например строки $s = xaxyby$ и $t = xbyxay$. Заметим, что $|\text{LCS}(axyb, byxa)| = 1$, то есть $|\text{LCS}(xaxyby, xbyxay)| = 3$. При этом каждое из слов состоит из подпоследовательностей xay и xby , поэтому при удалении любой буквы, одна из таких подпоследовательностей остается незатронутой. Значит,

$$3 = |\text{LCS}(s, t)| = |\text{LCS}(-s, t)| = |\text{LCS}(s-, t)| = |\text{LCS}(s, -t)| = |\text{LCS}(s, t-)|$$

Осталось заметить, что $2 = |\text{LCS}(xaxyby, byxa)| = |\text{LCS}(axyb, xbyxay)|$, что завершает доказательство.