Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Очевидно, что $f^{-1} : L \to K$ – биекция.

Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Очевидно, что $f^{-1} : L \to K$ – биекция.

Осталось доказать, что f^{-1} – гомоморфизм.
Т.е. $f^{-1}(a + b) = f^{-1}(a) + f^{-1}(b)$

Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Очевидно, что $f^{-1} : L \to K$ – биекция.

Осталось доказать, что f^{-1} – гомоморфизм.
Т.е. $f^{-1}(a+b) = f^{-1}(a) + f^{-1}(b)$

Пусть $w = f^{-1}(a+b) - f^{-1}(a) - f^{-1}(b)$

$f(w) = f(f^{-1}(a+b)) - f(f^{-1}(a)) - f(f^{-1}(b))$

Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Очевидно, что $f^{-1} : L \to K$ – биекция.

Осталось доказать, что f^{-1} – гомоморфизм.
Т.е. $f^{-1}(a+b) = f^{-1}(a) + f^{-1}(b)$

Пусть $w = f^{-1}(a+b) - f^{-1}(a) - f^{-1}(b)$

$f(w) = f(f^{-1}(a+b)) - f(f^{-1}(a)) - f(f^{-1}(b))$

Из $f(w) = 0 = f(0)$ и того, что f – биекция следует, что $w = 0$.

Изоморфизм

Пусть $f : K \to L$ – изоморфизм колец.
Тогда $f^{-1} : L \to K$ – изоморфизм колец.

Очевидно, что $f^{-1} : L \to K$ – биекция.

Осталось доказать, что f^{-1} – гомоморфизм.
Т.е. $f^{-1}(a+b) = f^{-1}(a) + f^{-1}(b)$

Пусть $w = f^{-1}(a+b) - f^{-1}(a) - f^{-1}(b)$

$f(w) = f(f^{-1}(a+b)) - f(f^{-1}(a)) - f(f^{-1}(b))$

Из $f(w) = 0 = f(0)$ и того, что f – биекция следует, что $w = 0$.

Следовательно $f^{-1}(a+b) = f^{-1}(a) + f^{-1}(b)$.
Абсолютное аналогичное доказательство для умножения.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

$\simeq$ – отношение эквивалентности на множестве колец.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

$\simeq$ – отношение эквивалентности на множестве колец.

Рефлексивность очевидна.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

$\simeq$ – отношение эквивалентности на множестве колец.

Рефлексивность очевидна.

1) Симметричность следует из предыдущей леммы.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

$\simeq$ – отношение эквивалентности на множестве колец.

Рефлексивность очевидна.

1) Симметричность следует из предыдущей леммы.

2) Композиция двух биекций – биекция.

Изоморфизм

Если существует изоморфизм $f : K \to L$,
то говорят, что это кольца изоморфны $K \simeq L$.

$\simeq$ – отношение эквивалентности на множестве колец.

Рефлексивность очевидна.

1) Симметричность следует из предыдущей леммы.

2) Композиция двух биекций – биекция.

3) Дальше просто докажем изоморфность биекций.
$gf(a+b) = g(f(a+b)) = g(f(a)+f(b)) = g(f(a)) + g(f(b)) = gf(a) + gf(b).$